Versuch

der

Vereinigung der Wissenschaften

von

J. Czaczkowski.

Erste Lieferung.

Enthält: 1. Erste Denkstufe. 2. Das System der Geschichte der Philosophie im Grundrisse. 3. Die Entwickelung des Allgemeinbegriffes des Bestehenden. 4. Erster Theil der Naturlehre (Mathematik, Geometrie und Physik im gemeinschaftlichen Vortrage nach einer neuen physikalisch-analytischen Methode; im Grundrisse).

Wien, 1863.

Druck von J. B. Wallishausser.

Selbstverlag des Verfassers.

Dem hochgeehrten Vater

und dem

Andenken der innigst geliebten Mutter

zum Beweise

seiner Verehrung und Dankbarkeit

widmet der Verfasser

Vorwort.

Die Erfahrung und die Begriffe bestimmen sich gegenseitig. — An der Erfahrung bilden wir die Begriffe, und durch die Begriffe machen wir die Erfahrung. —

Mit dem Entstehen der Wissenschaft der Physik zu Ende des Mittelalters begann man ein neues Gebiet der Erfahrung. — Diese Erfahrung wurde aber nach den Begriffen gemacht, die man damals hatte, und die Vereinigung der besonderen Erfahrungen zu Erfahrungswissenschaften geschah auch nach den damaligen Begriffsformen. —

Der erste Theil des wissenschaftlichen Fortschrittes mußte vornehmlich nur eine Erweiterung des betretenen Erfahrungsgebietes sein; diese Erweiterung konnte nicht alsogleich jene Ausdehnung erhalten, daß sie auf jene Grundbegriffe selbst, von denen herausgegangen wurde, bedeutend zurückwirken und sie wesentlich verändern könnte.

Die hinlängliche Erweiterung des neuen Erfahrungsgebietes mußte aber auch auf diese Grundbegriffe zurückwirken, und eine Veränderung derselben nach sich ziehen. — Die veränderten Grundbegriffe wirkten ihrerseits auf die Erfahrung zurück, was theilweise neue Begriffe in alle Wissenschaften brachte, und zugleich ein neues Gebiet der Erfahrung in neuer Richtung eröffnete.

Der erste Theil der wissenschaftlichen Forschungen mußte vorwiegend analytisch sein; die fortwährenden Versuche den mannigfaltigen Erfahrungsstoff zu einer Ganzheit zu verbinden konnten sich nicht behaupten. — Der zweite Theil mußte synthetisch sein. — Alle Wissenschaften mußten durch die fortwährende Beziehung der Erfahrung auf die durch dieselbe veränderten Grundbegriffe, und umgekehrt dieser Begriffe auf die Erfahrung an Erweiterung in übereinstimmender Richtung gewinnen, welche sie alle zur Einheit führt. —

Man kann ganz bestimmt behaupten, das in den neuesten Zeiten die neuen von den vorigen wesentlich verschiedenen Grundbegriffe des Bestehenden sich einer selbstgenügenden sich nicht widersprechenden Ganzheit sehr genähert haben. — Während nun diese Begriffe wesentlich verändert worden sind, liegen noch den besonderen Erfahrungswissenschaften, namentlich der Naturlehre und der Geschichte, die vorigen Begriffe zu Grunde; einzelne Thatsachen werden noch durch die vorigen Begriffe geschaut, und durch die vorigen Begriffe zu Erfahrungswissenschaften vereinigt. —

Dieser Zustand fordert eine weitere Beziehung dieser Begriffe auf den Erfahrungsstoff, der Philosophie auf die Erfahrungswissenschaften und umgekehrt, — durch welche Wechselbeziehung beide an Erweiterung und Gründlichkeit gewinnen müssen, und ihrer Vollendung in der gegenseitigen vollständigen Vereinigung entgegengehen können. —

Diese neue Vereinigung des mannigfaltigen Erfahrungsstoffes wird erst dann als gelungen zu betrachten sein, wenn demselben durch die Theorie kein Zwang angethan wird, wenn die Theorie in dem vereinigten Erfahrungsstoff unsichtbar wird, wenn derselbe als eine Erfahrungswissenschaft sich darstellt, in welcher der Begriff und die Anschauung gänzlich zusammenfallen.

Dieß ist der Gedanke, der mich in meinen spekulativen Untersuchungen, deren ersten Theil ich hier der Oeffentlichkeit übergebe, geleitet hat. —

Wahrheit ist ein Wissen, welches dem Objektiven gänzlich entspricht.

Da wir durch fortwährende Wechselbestimmung mit dem überhaupt außer uns Seienden bestehen, so wird dadurch das Bestehende fortwährend uns inne, es wird von uns überhaupt empfunden, oder überhaupt angeschaut. —

Unsere Anschauung ist aber im Gegensatze zu jener der Thiere eine denkende, begriffliche Anschauung, denkendes, begriffliches Innesein des Bestehenden, und es läßt sich auch unsere Anschauung von unserem Denken nicht trennen; wir können nicht anders als denkend anschauen.

Dieß ist unser Inhalt, außer welchem wir keinen anderen haben, noch haben können, es ist ein Innesein und Wissen eines Subjektiv-Objektiven, es ist subjektiv und objektiv zugleich.

Sobald wir aber nach der Wahrheit forschen, müssen wir die Erkenntniß erlangt haben, daß wir zu dieser begrifflichen Anschauung oder zu diesen Begriffen, welchen die besonderen Anschauungen nicht widersprechen, oder nicht widersprechen könnten, noch nicht gekommen sind; oder wir müssen die Erkenntniß erlangt haben, daß unsere begriffliche Anschauung unvollständig ist, und daß wir, wenn auch nicht zur absolut vollständigen, jedenfalls zur vollständigeren gelangen können.

Diese Unvollständigkeit unserer begrifflichen Anschauung setzen wir damit nicht rein quantitativ, weil in diesem Falle die sie vervollständigenden besonderen Anschauungen denselben nicht widersprechen möchten; wir setzen sie als qualitativ, daß wir nämlich zu dieser Begriffsform, die dem Bestehenden zu Grunde liegt, noch nicht vollständig gekommen sind, daß wir diese Form noch nicht vollständig zum Bewußtsein gebracht haben.

Damit bestimmen wir zugleich, daß dem Bestehenden überhaupt eine gewisse Form, die sich denken läßt, also eine Begriffsform zu Grunde liegen muß. —

Jedes Wissen, welches das Bestehende als Ganzes darstellen will, muß mit dem Festsetzen dieser Begriffs- oder Weltform beginnen. —

Dieses fordert eine Kritik unserer Erkenntniß, eine Untersuchung unserer begrifflichen Anschauung, wie sie sich uns als qualitativ vollständig zeigt, oder eine Untersuchung, welche Form unserer begrifflichen Anschauung zu Grunde liegt. Diese Kritik führe ich in dem ersten Abschnitte durch, wo ich die erste Denkstufe untersuche, aus derselben die unserer begrifflichen Anschauung, also unserem Denken und dem Objektiven in Einheit zu Grunde liegende Form zu erkennen trachte, und diese bestimme.

Die erste Denkstufe muß die Grundlage aller unserer qualitativ-quantitativen Erweiterung der Erkenntniß sein, in derselben muß potentiell der weitere Fortschritt liegen.

Dieses ergibt sich aus meiner Untersuchung; es zeigt sich nicht nur, welche Form unserer Erkenntniß und dem Objektiven in Einheit zu Grunde liegt, sondern auch, welche begriffliche Anschauungsform uns vor allen zum Bewußtsein gelangen mußte, und wie dieses zum Bewußtsein Gelangen der unserem Denken und dem Objektiven in Einheit zu Grunde liegenden Form sich nothwendig erweitern und zur Vollständigkeit gelangen mußte. — Der konsequente Fortschritt der Erkenntnißgeschichte ergibt sich gänzlich aus der Untersuchung der ersten Denkstufe was der zweite Abschnitt „Geschichte der Philosophie im Grundrisse", und eigentlich nur die Geschichte der dem Bestehenden zu Grunde gelegten Begriffe, in Bezug auf diesen Theil des geschichtlichen Fortschrittes der Erkenntniß, beweist.

Die ganze Geschichte der Philosophie zeigt einen streng konsequenten Fortschritt in sich, wie es auch nothwendig in einer jeden Wissenschaft sein muß, weil man überall nur vom Unmittelbaren, Untergeordnetsten, durch das Mittelbare, zunächstUebergeordnete, zum weiter Uebergeordneten gelangen kann. —

Es ist nicht so sehr in den einzelnen philosophischen Systemen, die sämmtlich aus unvollständigen Begriffen das überhaupt Bestehende zu erklären trachten, eine strenge Konsequenz zu suchen als in der Geschichte derselben.

Der in diesem Werke entwickelte Grundriß der Geschichte der Philosophie hat hauptsächlich den Zweck den historischen Standpunkt meines Grundbegriffes des Bestehenden zu zeigen. — Durch denselben glaube ich aber auch indirekt meinen Grundbegriff des Bestehenden begründet zu haben, indem 1. aus meinem Grundbegriffe die Nothwendigkeit eben dieses geschichtlichen Fortschrittes fließt, das Objektive, die Geschichte aus diesem Grundbegriffe sich erklärt, und 2. indem alle Systeme nichts Anderes, als ein konsequenter Fortgang erscheinen, diesen dem Bestehenden zu Grunde liegenden Begriff zum Bewußtsein zu bringen.

Da dieser Grundriß möglichst kurz gegeben werden mußte, so konnte in denselben nur das dem vorgelegten Zwecke Entsprechende aufgenommen

werden. Es wurden daher entweder allgemein nur die philosophischen Schulen, oder wenn diese Schulen in den Systemen einzelner Repräsentanten sich vorwiegend gründlich ausgesprochen haben, nur diese aufgenommen, — und ebenso von jedem Systeme nichts anderes und nichts mehr als der allgemeine Begriff, welcher nach diesem Systeme dem Bestehenden zu Grunde gelegt wird.

Auch wurden alle Systeme zwischen Aristoteles und Bako übergangen, weil keines derselben das Platonische und Aristotelische System in Bezug auf den dem Bestehenden zu Grunde gelegten Begriff überschritten hat, und keines die vollständige Grundlage des weiteren systematischen Fortschrittes legt.

Ueber den Standpunkt, den ich in meiner Entwicklung des Grundbegriffes des Bestehenden einzunehmen trachte, will ich hier kurz dieses bemerken:

Mit der ersten philosophischen Frage: „was der Urgrund aller Dinge ist" oder „was das Eine in sich Ununterschiedene im Nebeneinandersein ist, das im Nacheinandersein ein Vieles wird?" werden die Begriffe des Nebeneinanderseins und Nacheinanderseins von einander getrennt, welcher Trennung das Auffassen und die Trennung des überhaupt Bestehenden nach besonderen unvollständigen Begriffen, den einzelnen Kategorien, folgt.

Diese Anwendung der einzelnen Kategorien auf das Bestehende überhaupt bringt ihre Unzulänglichkeit für dasselbe zum Bewußtsein, was ihre Vereinigung und das Auffassen des Bestehenden nach diesen vereinigten Begriffen nach sich zieht, und als letztes Resultat auf die richtige Erkenntniß ihrer Beziehung zu einander, als untergeordneter, unvollständiger, zu übergeordneten bis zu dem vollständigen, nämlich dem Allgemeinbegriffe oder der Idee, führt.

Diese Vereinigung der einzelnen Kategorien hat auch die Vereinigung der Begriffe des Nebeneinanderseins und Nacheinanderseins und das Auffassen des Bestehenden nicht nach besonderen Kategorien, sondern nach dem Allgemeinbegriffe, der Idee, zur Folge. Dieses ist von Hegel durchgeführt.

Hegel hat die Begriffe des Nebeneinanderseins und des Nacheinanderseins einander gleichgestellt und sie bei dieser Gleichstellung in seiner Logik nicht mehr aufeinander bezogen; in meiner Entwicklung werden dieselben bei ihrer Gleichstellung fortwährend aufeinander bezogen, was deshalb geschieht, weil in aller unserer Erkenntniß die Beziehung derselben aufeinander vorkommt.

Dadurch erhält die Idee die unserer begrifflichen Anschauung und dem Objektiven vollständiger entsprechende Form. —

Ferner wird in der vorliegenden Entwicklung der unserem Denken und dem Objektiven in Einheit zu Grunde liegende Begriff in Voraus zum Bewußtsein gebracht, und in der Entwicklung des Allgemeinbegriffes nicht

mehr aus den besonderen Kategorien, sondern aus diesem Begriffe selbst herausgegangen.

Es war ursprünglich meine Absicht die geschichtliche Begründung meines Grundbegriffes des Bestehenden durch den Grundriß der Erkenntnißgeschichte überhaupt zu geben. Da aber diese Entwicklung eine große Dimension erhalten müßte, so wurde sie nur auf die Entwicklung des Grundrisses der Geschichte der Philosophie beschränkt. — Indem aber meine Arbeit mit der Naturlehre beginnt, so glaube ich hier auch das Verhältniß meines Grundbegriffes zu den letzten Resultaten der Naturlehre wenigstens kurz andeuten zu müssen.

Als das für die Theorie der Naturlehre wichtigste Ergebniß der neuesten Forschungen betrachte ich 1. die Einsicht, daß alle Naturerscheinungen auf die Bewegungen und ihre Gesetze zurückgeführt werden müssen, und 2. die Erkenntniß des Gesetzes des sich Erhaltens der lebendigen Kräfte, nach welchem kein Vernichten derselben, sondern ein fortwährender Uebergang in andere, ein aus der Erscheinung Treten der einen, was ein in Erscheinung Treten der anderen ist, stattfindet.

Diesem ging die Erkenntniß des sich Erhaltens der Massen in allen Verbindungen voraus.

Die erste Ansicht fordert, daß man die Körper nach ihren verschiedenen inneren und äußeren Verhältnissen als verschiedene Bewegungsganzheiten von den ihnen untergeordneten Bewegungsganzheiten (Bewegungskomplexen, Bewegungssystemen), und ebenso als untergeordnete von den ihnen weiter übergeordneten betrachte.

Wegen der begränzten Sphäre unserer Anschauung verschwinden uns ebenso die weiter übergeordneten, wie auch die weiter untergeordneten Körper, wir müssen praktisch zur Gränze fliehen und die uns erscheinenden Körper aus der Verbindung gewisser für uns verschwindenden Körper entstehend annehmen. — Indem wir solche Körper als diese Gränze betrachten, ist es praktisch ganz konsequent über diese Gränze nicht weiter hinauszuschreiten; es ist aber kein Grund vorhanden theoretisch sie als absolut einfache Körper zu betrachten, weil uns weder die Erfahrung noch die begriffliche Konsequenz zu einer solchen Annahme berechtigen. — Die Erfahrung nicht, weil sie uns keine absolut einfachen Körper nachweist, sondern nur zusammengesetzte Körper, Bewegungssysteme von untergeordneten Bewegungssystemen in nacheinanderfolgenden Unterordnungen; die begriffliche Konsequenz nicht, weil sie den weiteren Fortgang dieser Unterordnungen und nur in Bezug auf die begränzte Sphäre unserer Anschauung die Feststellung einer Gränze fordert.

Es sind also die verschwindenden Körper, zu denen wir als Gränze fliehen, ebenso wie andere Körper als Bewegungssysteme von weiter unter-

geordneten Bewegungssystemen zu betrachten, welche als Produkt der Bewegungen dieser untergeordneten Bewegungssysteme durch dieß ihr inneres Verhältniß in der Bewegung begriffen sind, wie auch außerdem durch ihr äußeres Verhältniß in Bewegung versetzt werden.

Aus dem nämlichen Grunde müssen wir bei dem Uebergange zur Gränze der Erklärung der Naturerscheinungen nicht mehr zu dem unbestimmten Ausdrucke „Kraft", sondern zu dem gegenseitigen Verhältnisse der Bewegungssysteme und ihrer Bewegungen Zuflucht nehmen, indem wir keine Kräfte sondern nur in und aus der Erscheinung tretende Bewegungssysteme und deren Bewegungen, die weiter das in und aus der Erscheinung Treten anderer zur Folge haben, wahrnehmen. Sämmtliche Veränderungen zeigen sich als das in und aus der Erscheinung Treten der Bewegungssysteme und deren Bewegungen. Das in oder aus der Erscheinung Treten gewisser hat das aus oder in Erscheinung Treten anderer zur Folge, wirkt also verändernd auf andere, und so wie alle Erscheinungen reduziren sich auch alle Wirkungen, welche diese Erscheinungen zur Folge haben, auf die Wirkungen dieses in und aus der Erscheinung Tretens der Bewegungssysteme und deren Bewegungen.

Demgemäß muß das sich Erhalten der Massen und der lebendigen Kräfte — kein Vernichten derselben, sondern nur der Uebergang in andere, ein aus der Erscheinung Treten der einen, was ein in Erscheinung Treten anderer ist — als Uebergang der Bewegungssysteme sammt den ihnen als Ganzheiten zukommenden Bewegungen in andere über- und untergeordnete Bewegungssysteme und deren Bewegungen betrachtet werden.

Dieser Uebergang ist das Entstehen und Vergehen aller Körper. Durch denselben geschehen daher alle Veränderungen, und es handelt sich nur darum die Art, wie dieser Uebergang der Bewegungssysteme in andere im Allgemeinen geschieht, zu erkennen.

Der jetzige Standpunkt der Naturlehre hat ganz deutlich dargethan, daß die primitiven Bewegungen, auf die sich alle zurückführen lassen, die einfachen Aneinander- und Auseinanderbewegungen sind; alle Arten von Bewegungen zeigen sich als Folgen der verschiedenartigsten Zusammensezzung dieser Bewegungen.

Die Erfahrung weiset uns aber zweierlei Arten von Aneinander und Auseinanderbewegungen nach: 1) solche, die durch eigenes Verhältniß der sich aneinander oder auseinanderbewegenden Körper geschehen, und 2) solche, welche nicht durch das eigene Verhältniß, sondern durch das gegenseitige Verhältniß Anderer geschehen.

Von diesen zwei Arten der Aneinander- und Auseinanderbewegungen ist wieder die erste die primitive und die zweite ihre Folge. — Die ganze

Lebendigkeit der Natur zeigt sich als Folge dieser Art von Bewegungen. Aus diesem Verhältnisse der Körper u. z. zunächst der verschwindend kleinen, daß sie nämlich nicht abgeschlossene keine Wirkung auf einander übende Ganzheiten sind, sondern sich gegenseitig in Aneinander- und Auseinanderbewegung versetzen, sind alle Naturveränderungen zu erklären.

Die Körper jeder Unter- und Ueberordnung sind aber nicht in die sich absolut und nur aneinanderbewegenden und andere sich absolut und nur auseinanderbewegenden zu trennen. Dagegen sprechen die Thatsachen, 1. daß alles sich bei gleichen äußeren Umständen nur bis zu einer gewissen Gränze aneinanderbewegt, und ebenso alles bei gleichen äußeren Umständen sich nur bis zu einer gewissen Gränze auseinanderbewegt; und 2. daß bei geänderten äußeren Umständen diese Gränzen sich ändern, die sich Aneinanderbewegenden sich auseinander, und die sich Auseinanderbewegenden sich aneinanderbewegen können, und dieselben Körper gegenüber denselben außer ihren Seienden sich immer auf gleiche Art verhalten.

Der erste Umstand zeigt, daß bei allen Körpern nur ein relativer Grund der Aneinanderbewegung oder, was das Nämliche ist, nur ein relativer Grund der Auseinanderbewegung vorkommt, d. h. alle in sich zusammen den Grund der Aneinander- und Auseinanderbewegung haben; der zweite: daß die verschiedenen Körper diesen relativen Grund nach verschiedenem Maße haben, und die in besonderen Fällen wirklich vorkommenden Aneinander- oder Auseinanderbewegungen immer das Ergebniß des inneren und äußeren Verhältnisses der sich aneinander- und auseinanderbewegenden Körper zugleich sind.

Demgemäß bilden die Körper jeder Ordnung für sich eine Stufenreihe, in welcher jeder vorhergehende in einem desto größeren Maße den Grund der Aneinanderbewegung mit den nachfolgenden enthält, je weiter diese in der Reihe folgen, und einen desto größeren Grund der Auseinanderbewegung, je näher sie in dieser Reihe aneinander stehen. Die Körper gegen die beiden Pole der Stufenreihe verhalten sich unter allen äußeren Umständen aneinanderbewegend, die innerhalb der beiden polarischen Reihen nahe aneinander liegenden auseinanderbewegend. Nur durch größere Maßen und durch größere von ihnen herausgehende Bewegungen kann dieses Verhältniß geändert werden.

In den elektrischen und magnetischen Erscheinungen sehen wir nicht die einer Stufenreihe von den sich relativ aneinander- und auseinanderbewegenden Körpern entsprechenden Erscheinungen, sondern nur die rein polarischen, was zum Theile in der begränzten Sphäre unserer Anschauung seinen Grund haben muß, indem das minder polarische Verhalten offenbar weniger als das mehr polarische wahrnehmbar sein kann, und uns hier das mehr polarische selbst nur kaum wahrnehmbar ist, die Körper aber, deren Bewegungen diese Erscheinungen zur Folge haben, uns absolut un-

bemerkbar sind. — Ganz erfahrungsgemäß wäre die Ansicht, daß in diesen absolut verschwindenden Körpern der polarische Unterschied besonders vorwiegend sei und die Stufenreihe des relativ Entgegengesetzten erst in den übergeordneten Verbindungen durch verschiedenartigste Zusammensetzung entsteht, daß auch hier das absolut Entgegengesetzte und absolut Gleichartige diese Gränze ist, von der begriflich herausgegangen werden muß.

So sehen wir auch in den einfachen Grundstoffen die polarische Zweitheilung noch gewissermaßen bestehen, während in den zusammengesetzten Stoffen, ohne daß die Zweitheilung gänzlich verschwindet, die Stufenreihe des sich relativ Aneinanderbewegenden mehr hervortritt. — Das Nämliche erscheint in den Auflösungen. In den größeren Körpern wird dieses Verhältniß zu einer mehr-weniger gleichmäßigen Anziehung, so daß dieselbe nur von der Masse abhängig und dieser proportionirt gesetzt werden kann.

In der organischen Natur ist ebenfalls die Polarität allgemein und der Grund des Auseinanderwerdens, auch ist hier nicht ein gleich polarisches Verhalten wahrzunehmen, sondern ein verschiedenes relatives.

Bei der elektrischen oder magnetischen Aneinanderbewegung sehen wir, daß das sich Aneinanderbewegende bei gewisser Annäherung (Zusammenstoßen, das bekanntlich nicht als unmittelbare Berührung zu betrachten ist) ebenso seine Aneinanderbewegung verliert, wie auch selbst aus der Erscheinung tritt, sich aufhebt.

Dieß gab die Veranlassung, daß man hier das sich Aneinanderbewegende als das einander Entgegengesetzte bezeichnete. — Die Vereinigung der entgegengesetzten Elektrizitäten oder Magnetismen ist aber kein Uebergang derselben in ein Nichts, im Gegentheil nöthigen uns die in dieses Gebiet fallenden Erscheinungen zur Bestimmung, daß das aus dieser Verbindung Entstehende nur wegen der begränzten Sphäre unserer Anschauung uns unbemerkbar ist, aber ein Bestehendes ist, welches auch als der sogenannte natürliche Zustand bezeichnet wird. Nach dem jetzigen Standpunkte der Naturlehre ist die Verbindung der entgegengesetzten Elektrizitäten oder Magnetismen als eine solche Verbindung, nicht der absolut kontinuirlichen Materien, sondern der absolut verschwindenden Körper zu betrachten, deren Resultat ein gewisses in Einheit Bestehendes ist, das aber gänzlich außer die Sphäre unserer Anschauung fällt. Das sich Aufheben ist also nicht als ein absolutes, sondern als ein relatives Nullwerden zu betrachten, d. i. ein Nullwerden eines gewissen als solchen, und ein in Erscheinung Treten eines Anderen.

Betrachten wir die chemischen Verbindungen und die Verbindungen durch Auflösung, so sehen wir, daß erstere von den vorigen nur dadurch sich unterscheiden, daß in denselben das Resultat der Verbindung bereits in die Sphäre unserer Anschauung fällt, und letztere, daß auch die sich Ver-

bindenden in dem Verbundenen nur zum Theile aus der Erscheinung treten, zum Theile aber in der Erscheinung verbleiben.

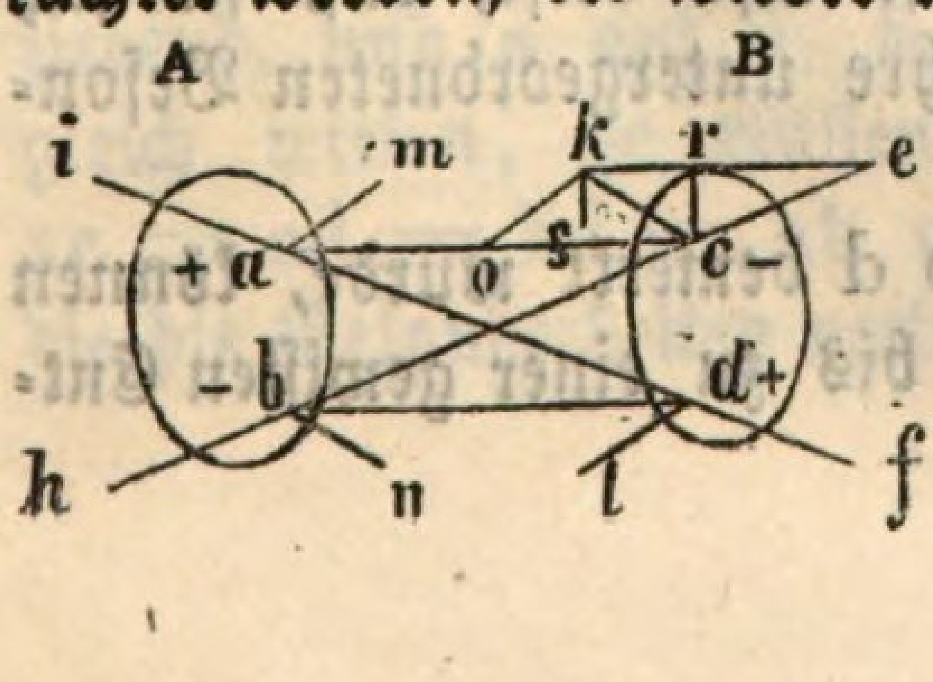
Der Vorgang der Vereinigung ist im Wesentlichen überall derselbe und ebenso der Vorgang der Trennung; nur daß beides in den besonderen Fällen durch eine geringere oder größere Relativität der Verbindung oder Trennung, durch geringere oder größere Relativität des aus der Erscheinung oder in Erscheinung Tretens sich unterscheidet, was auch theilweise in der begränzten Sphäre unserer Anschauung seinen Grund hat.

Selbst in dem Gemenge, inwiefern es durch eigene Anziehung der sich mengenden Körper geschieht, findet im Wesentlichen der nämliche Vorgang statt, so daß wir, analog der Bezeichnung der entgegengesetzten Elektrizitäten und Magnetismen, vollständig berechtigt sind, überhaupt die sich von selbst aneinanderbewegenden Körper als die einander entgegengesetzten zu bezeichnen, die Ausdrücke: „sich von selbst aneinanderbewegend und einander entgegengesetzt" gleichzustellen, — wobei aber nach dem Vorigen unter Entgegengesetztsein das relative Entgegengesetztsein nach verschiedenem Maße zu verstehen ist.

Demnach bezeichnen wir die Stufenreihe der sich relativ aneinanderbewegenden Körper jeder Ordnung als eine Stufenreihe der relativ entgegengesetzten Körper, deren äußerste Pole einander am meisten entgegengesetzt, die innerhalb der beiden Pole sich nahe aneinander befindenden sich am meisten gleichartig sind. — Die Ausdrücke: „Entgegengesetztes bewegt sich von selbst aneinander, vereinigt sich oder hebt sich auf, und Gleichartiges bewegt sich von selbst auseinander, trennt sich oder geht aus dem Aufgehobensein heraus" sind daher tautologisch.

Mit dieser Bezeichnung der sich von selbst aneinanderbewegenden Körper als entgegengesetzter und der von selbst auseinanderbewegenden als gleichartiger führen wir die Unterscheidung der Körper, welche ursprünglich nur nach dem unmittelbaren zunächst wahrnehmbaren Verhältnisse, nämlich nach äußeren Merkmahlen, Farbe, Geruch ꝛc. unterschieden werden konnten, nach ihrem inneren, lebendigen, ursprünglichen Verhältnisse zu einander ein. Die äußeren Unterschiede müssen sich aus diesen erklären lassen.

Der jetzige Standpunkt der Naturlehre fordert also die Beziehung der Naturerscheinungen auf dieses relativ-polarische Verhältniß der Bewegungssysteme, — demnach müssen auch die absolut verschwindenden Bewegungssysteme, auf die wir als letzte Gränze die Naturerscheinungen beziehen wollen, als Verbindungen von relativ-polarischen Bewegungssystemen betrachtet werden, die wieder relativ-polarisch gegen einander sind.



Nehmen wir zwei einander relativ entgegensetzte Bewegungssysteme A u. B, in denen ihre untergeordneten ebenfalls relativ entgegengesetzten Besonderheiten + a, — b, und — c + d in der ihrem eigenen Verhältnisse

entsprechenden Gleichgewichtslage, in welcher sie sich nicht unmittelbar berühren, sich befinden, — folglich die Wechselwirkung zwischen a und b, wie auch zwischen c und d gleich Null ist. — Zu dieser Annahme berechtigt uns die Thatsache, daß in sämmtlichen Körpern ihre untergeordneten Besonderheiten in Folge ihres gegenseitigen Verhältnisses nur bis zu einer gewissen Annäherung gelangen und bei beliebiger Verschiebung aus dieser Lage in dieselbe zurückzukehren streben. — Diese Annahme muß sich aber aus dem Weiteren von selbst erklären.

Nehmen wir auch dabei den einfachsten Fall an, a sei d und b sei c qualitativ und quantitativ gleich; daher die Anziehung zwischen a und c, d und c, und ebenso zwischen a und b, d und b in der nämlichen Entfernung dieselbe.

Da a und d, c und b einander gleich angenommen wurden, so streben sie unter allen äußeren Umständen, sich mit anderen zu verbinden, also von einander zu entfernen, und es ist auch dieses Bestreben oder die gegenseitige Abstoßung derselben für dieselbe Entfernung gleich.

Die Wechselwirkung zwischen A und B kann nur durch die Wechselwirkung zwischen ihren untergeordneten Besonderheiten a, b, c, d geschehen.

Sind A und B in einer Entfernung von einander, die innerhalb der durch ihr inneres und äußeres Verhältniß bestimmten Anziehungssphäre liegt, so wirken a und b auf c nach den Richtungen ac und ce; b und a auf d nach den Richtungen bd und df; c und d auf a nach den Richtungen ac und ai; d und c auf b nach den Richtungen bd und bh.

Sollen A und B sich gegenseitig anziehen, so müssen sämmtliche Wirkungen in dem Sinne der Anziehung größer sein, als in dem entgegengesetzten Sinne, in Folge dessen c nach einer mehr gegen ac als gegen ce geneigten Richtung ck, und ebenso d nach dl, a nach am und b nach bn zur Bewegung angeregt werden. Zerlegen wir ck in die senkrechten Komponenten cs und cr, und ebenso dl, am und bn; so geben die Komponenten im Sinne der Vereinigung von A und B das Maß, nach welchem sie in diesem Sinne zur Bewegung angeregt werden, und die auf diese Senkrechten das Maß, nach welchem c von d und a von b getrennt werden.

In Folge dieser Trennung zwischen c und d, und ebenso zwischen a und b äußert sich das Streben derselben, in ihre Gleichgewichtslage zurückzukehren; dasselbe muß aber von jenem der Trennung kleiner sein, indem es nur die Folge einer wirklichen Entfernung derselben von einander ist.

Die Wechselwirkung zwischen A und B ist also diese, daß sie sich aneinanderbewegen, dabei aber auch in sich in ihre untergeordneten Besonderheiten trennen.

Wie schon früher von a und b oder c und d bemerkt wurde, können sich A und B in Folge ihres Verhältnisses nur bis zu einer gewissen Ent-

fernung einander nähern und sind da in der Gleichgewichtslage. — In dieser Lage sind die Anziehungen den Abstoßungen gleich, während in der weiteren Entfernung die Anziehung größer genommen werden mußte, woraus wir entnehmen, daß die Abstoßung mit der Abnahme der Entfernung in einem größeren Verhältnisse zunehmend und mit der Zunahme der Entfernung im größeren Verhältnisse abnehmend angenommen werden muß, wie dieß auch bei der Erklärung durch Molekularkräfte angenommen wird. Diese Annahme erklärt sich vollständig, wenn wir berücksichtigen, daß die sich aneinanderbewegenden Bewegungssysteme durch die Mitwirkung sämmtlicher innerhalb der auf die Richtung ihrer Aneinanderbewegung durch dieselben senkrecht gelegten Ebenen sich befindenden Körper in ihrer Aneinanderbewegung unterstützt werden, welche Mitwirkung zum Theile wegfällt, zum Theile in die entgegengesetzte übergeht, wenn sich die Systeme mehr aneinandernähern.

Da bei der größeren Entfernung die Abstoßung im größeren Verhältnisse abnimmt und dabei der Winkel acb stets kleiner wird, so nähert sich die Komponente cr im größeren Verhältnisse als cs der Null, und da sie noch das aus dem Wechselverhältnisse zwischen c und d fließende, ihr entgegengesetzte Bestreben bekämpfen muß, so verschwindet ihre Wirkung in einer weit geringeren Entfernung als jene der anderen.

Ebenso ist diese Komponente, bei übrigens gleichen Umständen, desto größer, je größer die Entfernung von a und b ist, woraus ersichtlich ist, daß, je mehr ein Körper in sich polarisch getrennt ist, desto mehr er auf verbundenes Polarisches vertheilend wirkt.

Mit der Annäherung von A und B wird diese Komponente und die ganze resultirende Wirkung von a und b auf c größer, wird aber wieder durch die zugleich geschehende Vergrößerung der anziehenden Wechselwirkung zwischen c und d (durch immer größere Abnahme ihrer gegenseitigen Abstoßung) immer mehr vermindert, bis in der Gleichgewichtslage alle drei Wirkungen sich vollständig aufheben.

Daraus entnehmen wir, daß jede von den vier Besonderheiten von einer stetigen veränderlichen Kraft, deren Richtung sich ebenfalls fortwährend ändert, gegen die Gleichgewichtslage bewegt wird, daher jede mit einer beschleunigten Bewegung in einer krummen Bahn sich so bewegt, daß mit der fortwährenden Annäherung von A und B, c von d und a von b sich immer mehr entfernen.

Da in dem hier angenommenen Falle a und d auf c und b anziehend, und a auf d, b auf c abstoßend in der nämlichen Entfernung gleich wirken, so müssen in der Gleichgewichtslage die Entfernungen $ac = cd = bd = ab$ und ebenso $ad = bc$ sein, daher in derselben die die Besonderheiten verbindenden Linien ein Quadrat bilden.

Erreichen sie aber diese Gleichgewichtslage, so müssen sie dieselbe in Folge der Trägheit überschreiten, bis die zunehmende Abstoßung auch diese Bewegung aufhebt.

In dieser letzten Lage ist a von c und b von d weniger als a von b und c von d entfernt; es wirken also die einzelnen Besonderheiten ebenso wie früher wieder aufeinander, warum sie in krummen Bahnen nach den den vorigen entgegengesetzten Richtungen sich auseinanderbewegen und in ihre vorige Lage zurückkehren müssen, — wann wieder die vorige Bewegung zurückkehrt, und so die Besonderheiten um den Mittelpunkt ihrer Gleichgewichtslage schwingen.

Damit erhalten wir auch die Erklärung des inneren Verhältnisses von A oder von B allein. — Ihr Gleichgewicht ist nur möglich, wenn die untergeordneten Besonderheiten ebenso wie A und B in sich Verbindungen von relativ entgegengesetzten weiter untergeordneten Besonderheiten sind; und dieses Gleichgewicht ist kein ruhiges Nebeneinanderbestehen von a und b, sondern ähnliche Schwingungen um den Mittelpunkt ihrer Gleichgewichtslage, wie hier bei A und B, — woraus wir entnehmen, daß erst in dem Begriffe einer Verbindung des Verbundenen der Begriff einer Bewegungsganzheit vollendet ist. So muß auch immer die untergeordnetste Besonderheit, von der als Gränze wir herausgehen, begriffen werden.

Ziehen wir diesen Umstand in Rechnung, so sehen wir, daß der Verbindungszustand zwischen A und B als ein Schwingen der einzelnen Besonderheiten a, b, c und d nach zwei Richtungen zugleich mit verschiedener Amplitude und Schwindungsdauer betrachtet werden muß, so daß die Theile des ganzen Körpers nach allen Richtungen in Schwingungen begriffen sind, und zwar auf die Art, daß ebenso die untergeordneten als die übergeordneten Verbindungen ihre eigenen Schwingungsmittelpunkte haben, folglich sich ebenso in den untergeordneten als übergeordneten Verbindungen als Besonderheiten von übergeordneten Allgemeinheiten und als Allgemeinheiten von untergeordneten Besonderheiten erhalten. — Die Bewegungsganzheit ist so nach allen Richtungen vollkommen elastisch.

Sind bei einem solchen Schwingen die ganzen besonderen Schwingungssysteme von A und B als besondere bemerkbar, so erscheint der Körper als Nebeneinandersein dieser Besonderheiten. Verschwinden diese Systeme, so erscheint die ganze Verbindung als ein in sich vollständig zu einem einzelnen Ganzen Verbundenes.

Kommt eine solche Bewegungsganzheit nacheinander in verschiedene Beziehungen mit der Umgebung, so ändert sich nach verschiedenem Maße die Schwingungsintensität, Schwingungsdauer und Amplitude ihrer Besonderheiten der verschiedenen Unterordnungen besonders; welche Veränderung der Aggregationsform der Körper, der Elasticität und der Einwirkung auf die Sinnesorgane in der Veränderung der Wärme, Farbe zu Grunde liegt.

In dem besprochenen Falle wurden die Anziehungen zwischen den einzelnen Besonderheiten und die Abstoßungen zwischen den beiden gleichartigen Paaren für dieselbe Entfernung als gleich angenommen. Sind aber entweder die ersten oder die zweiten oder beide zugleich ungleich, so müssen die einzelnen Besonderheiten in der Gleichgewichtslage eine andere Stellung gegen einander einnehmen, wodurch die ganze Verbindung eine andere Gestalt bekommt, was die Grundlage der verschiedenen Krystallformen der Körper bildet. —

Wie gering aber auch die Bestrebungen der gleichartigen Besonderheiten sich von einander zu trennen angenommen wird, jedenfalls wird die Vereinigung des in sich bereits Vereinigten, wenn auch in einem geringen Maße, eine Trennung des sich Vereinigenden in sich sein, und umgekehrt, die Trennung eine Insichvereinigung der sich Trennenden. — Der Uebergang zu einer übergeordneten Verbindung zugleich ein Rückgang in Trennung in das Untergeordnete und umgekehrt.

Ist die Anziehung zwischen a und c, wie auch zwischen b und d größer als die zwischen a und b, c und d, so werden in der Gleichgewichtslage, und noch mehr in dem Ueberschreiten derselben in Folge der Trägheit, die ersteren einander bedeutend näher gebracht, und von denen, mit welchen sie früher verbunden waren, mehr entfernt, so daß diese Entfernung ihre gegenseitige Anziehungssphäre überschreiten kann, und das Ganze nicht zu einem einzelnen Körper verbunden bleibt, sondern zwei von den vorigen verschiedene Verbindungen entstehen. — Die Vereinigung des bereits Vereinigten wird hier zur vollständigen Insichtrennung des sich Vereinigenden und Verwechslung der Verbindungen, die doppelte Wahlverwandschaft, der allgemeine Grund des chemischen Verhaltens, von welchem die einfache Wahlverwandtschaft ein besonderer Fall ist. —

Hingegen ist die polarische Wirkung der untergeordnetsten absolut verschwindenden einander entgegengesetzten Besonderheiten der allgemeine Grund sämmtlicher elektrisch-magnetischen Erscheinungen. Diese Wirkung ist nach dem Vorigen desto größer, je mehr ein Körper in den untergeordnetsten Besonderheiten von selbst polarisch getrennt ist, oder in eine solche Trennung versetzt wird.

Stoßen zwei Körper, die als Verbindungen von solchen Bewegungssystemen zu betrachten sind, durch fremdes Verhältniß in Bewegung versetzt, an einander, so werden die Besonderheiten der unmittelbar an einander, kommenden Bewegungssysteme am allerersten in ihre eigene Anziehungssphäre gebracht, wodurch ihre Geschwindigkeit durch die aus ihrer Anziehung fließende vermehrt wird. — Die Besonderheiten bewegen sich daher an einander mit einer Geschwindigkeit, welche größer ist von der, die aus ihrem eigenen Verhältnisse fließt, so als wenn ihr gegenseitiges Anziehungsverhältniß sich um so viel vermehrt hätte, wie groß ihre aus dem fremden Verhältnisse

fließende Geschwindigkeit ist. Daher entspricht ihnen jetzt eine andere Gleichgewichtslage, in welcher die Besonderheiten dem Mittelpunkte ihrer Gleichgewichtslage näher gerückt werden, dabei aber in sich mehr in Trennung übergehen müssen.

Ueber diese ihre Gleichgewichtslage bewegen sie sich nun in Folge ihrer Trägheit, bis sie durch gegenseitige Abstoßung in Ruhe übergehen, in welchem Ruhestande sie wieder näher an den Mittelpunkt gebracht und mehr in sich getrennt werden, als dies in Folge ihres eigenen Verhältnisses geschehen könnte.

Aus dieser Lage streben sie in Folge ihrer gegenseitigen Abstoßung wieder in ihre Gleichgewichtslage zurückzukehren, wodurch sie ihre vorige Bewegung nach entgegengesetzten Richtungen zurückerlangen. Durch diese Bewegungen verpflanzt sich nun der nämliche Vorgang der Vereinigung und hierauf Trennung auf die weiteren innerhalb der beiden Körper sich befindenden untergeordnetsten Besonderheiten, wodurch schließlich die beiden Körper in Trennung von eineinander übergehen.

Zur vollständigen Erkenntniß der bei dem Zusammenstoß zweier Körper vorkommenden Erscheinungen muß man aber noch die Wechselbestimmung zwischen dem Besonderen und Allgemeinen berücksichtigen.

Da nämlich nach dem Vorigen die Vereinigung des schon Vereinigten zugleich eine Insichtrennung des sich Vereinigenden ist, und umgekehrt, die Trennung des Vereinigten eine Insichvereinigung des sich Trennenden: so ist die Verbindung der Uebergeordneten eine Trennung derselben in sich in die Untergeordneten, diese Trennung in die untergeordneten eine Insichverbindung der sich Trennenden in ihren weiter untergeordneten Besonderheiten, diese Verbindungen weiter wieder eine Trennung in den noch weiter untergeordneten Besonderheiten u. s. w. — Oder ebenso, wenn man von der Trennung der untergeordnetsten Besonderheiten ausgeht, diese Trennung eine Verbindung in zunächst Uebergeordneten, diese Verbindung wieder eine Trennung des weiter Uebergeordneten u. s. w., woraus wir erkennen, daß die Verbindung oder Trennung der Besonderheiten beliebiger Ordnung in den nebengeordneten Besonderheiten sich fortpflanzend, zugleich Verbindungen und Trennungen ebenso in den übergeordneten Allgemeinheiten als den untergeordneten Besonderheiten zur Folge hat, wodurch die fortwährende Wechselbeziehung zwischen dem Besonderen und Allgemeinen stattfindet. — Auf diese Wechselbeziehung muß überall Rücksicht genommen werden, wo eine Untersuchung auf beliebige Art in Körpern veranlaßter Veränderungen stattfindet.

Die beim Zusammenstoß zweier Körper sich in den untergeordnetsten Besonderheiten fortpflanzenden Vereinigungen und Trennungen haben also auch Trennungen und Vereinigungen in den übergeordneten Allgemeinheiten jeder Ueberordnung zur Folge, so daß die beiden zusammenstoßenden

Körper nach Art ihrer inneren Zusammensetzung in allen diesen Zusammensetzungen in Vereinigung und Trennung übergehen. Die bei dem Zusammenstoß der Körper vorkommenden Electricitäts-Erscheinungen, dann des Lichtes, der Wärme, der Cohäsion und Adhäsion, und die stattfindende Trennung, nach Art der Zusammensetzung bestätigen dies vollständig, am besten aber das bei der Wellenbildung nothwendige Zusammensein der untergeordneten und übergeordneten Wellen, da auch beim Zusammenstoß der Körper ein Wellengang stattfindet. —

Bei dem ganzen Vorgange können aber im Allgemeinen zwei Fälle vorkommen.

Die Körper können durch die dem eigenen Verhältnisse ihrer untergeordneten Besonderheiten beliebiger Unterordnung nicht entsprechenden Verbindungen und Trennungen in mehren oder nur einer Unterordnung in eine solche Trennung von einander gerathen, daß die Trennungstheile ihre den obwaltenden Umständen entsprechende Anziehungssphäre überschreiten, daher sich die Körper zu Ganzen nicht mehr verbinden, sondern diese Theile getrennt die ihrem eigenen und diesem Verhältnisse, in welches sie versetzt wurden, entsprechenden Trennungen und Verbindungen eingehen. Daß die Trennung der Körper nach Art ihrer in sich Vereinigung und zwar dort stattfindet, wo diese am schwächsten war, ist selbstverständlich.

Ueberschreiten die Besonderheiten jeglicher Unterordnung ihre den obwaltenden Umständen entsprechende Anziehungssphäre nicht, so werden sie doch durch ihre andere Nebeneinanderlage und anderen Zustand ihrer Bewegungen zum Theile, und zwar bei verschiedenen Umständen nach verschiedenem Maße, in ein anderes Verhältniß zu einander treten, wodurch sie andere Verbindungen mit einander eingehen, die Richtungen und die Geschwindigkeiten ihrer rückgängigen Bewegungen sich zum Theile ändern und die ganzen Körper weder ihre vorige Form noch ihre Bewegungen nach gerade entgegengesetzten Richtungen vollständig erhalten. —

Beide Fälle kommen aber nach verschiedenem wenn auch verschwindendem Maße bei jedem Zusammenstoß der Körper vor.

Das ist die allgemeine Erklärung des Zusammenstoßes zweier Körper, aus welcher die besonderen Fälle entnommen werden können.

Aus der obigen Entwickelung sehen wir aber, daß eine durch fremdes Verhältniß hinzutretende Bewegung sich ebenso wie die durch eigenes Verhältniß entstehende nie verliert, daß die Veränderung überhaupt nur ein Uebergang der Bewegungssysteme sammt den ihnen als solchen zukommenden Bewegungen in andere über- und untergeordnete Bewegungssysteme und Bewegungen ist, und zwar die Vereinigung, daß sich Aufheben des relativ Entgegengesetzten, also der Uebergang in die übergeordnete Verbindung, eine Insichtrennung des sich Verbindenden ist, und umgekehrt die Trennung, das Herausgehen aus dem Aufgehobensein, also der Uebergang in Untergeordnetes zugleich ein sich Insichvereinigen des sich Trennenden ist.

Dieses Gesetz der Verbindung und Trennung liegt im Begriffe der Verbindung selbst. Je mehr nämlich das sich Verbindende nach eingegangener Verbindung ein in sich zu einer Einheit Verbundenes und von dem sich Verbindenden Verschiedenes sein soll, desto mehr müssen die sich verbindenden Besonderheiten ihre Selbstständigkeit aufgeben, sich als besondere Ganzheiten in sich auflösen und zusammen zu einer einzelnen Ganzheit verbinden. Ohne diese Auflösung in sich würde die Verbindung nur eine einfache Nebeneinanderlagerung sein, die eigentlich keine Verbindung zu einer Ganzheit ist. Der Begriff einer solchen Einheit ist der unmittelbaren unvollständigsten Anschauung entnommen worden, und muß nach dem jetzigen Standpunkte der Wissenschaften nur als der untergeordnetste Gränzbegriff der Verbindung betrachtet werden, zu dem wir in besonderen Fällen oft fliehen können und müssen, der aber dem Objectiven nicht vollständig entspricht.

Diese Art Erklärung der Verbindung der Körper und des dabei vorkommenden relativen aus der Erscheinung Tretens der sich Verbindenden konnte sich behaupten, so lange die electrischen und magnetischen Verbindungen und Trennungen ganz unbekannt, oder nicht als allgemeine Eigenschaften der Körper bekannt waren, ferner, so lange dieselben den den Körpern ganz fremden Materien zugeschrieben wurden und ihr Verhältniß zum Licht, der Wärme, dem chemischen Verhalten der Körper u. s. w. unbekannt war.

Diese Untersuchungen zeigten aber, daß sämmtliche Körper von den verschwindenden angefangen bis zu unserer Erde polarisch vertheilend auf einander wirken, so daß diese Wirkung sich ebenso wie die relative Molekularanziehung auf größere Körper überträgt, ebenso wie diese, während sie eine Wirkung der verschwindenden Körpertheile ist, zugleich zu einer Gesammtwirkung der ganzen Körper sich sammelt und bei gleichen Umständen mit der Größe der Körper und der Größe ihrer polarischen Insichvertheilung zunimmt, und daß ebenso diese polarische Vertheilung nicht allein eine Trennung in den untergeordnetsten Besonderheiten bleibt, sondern auch zu Verbindungen und Trennungen in den übergeordneten Besonderheiten wird.

Nach dem gegenwärtigen Standpunkte der Naturlehre erscheinen sämmtliche Körper im zweifachen Verhältnisse zu einander, nämlich in dem Verhältnisse der wechselseitigen relativen Anziehung und dem Verhältnisse der wechselseitigen relativen polarischen Sichvertheilung.

Deshalb müssen auch die verschwindenden Körper, zu denen wir als zu der Gränze fliehen, in diesem zweifachen Verhältnisse zu einander genommen werden, sie müssen daher als Verbindungen relativ polarischer Besonderheiten und ihre Vereinigung nicht nur als Trennung derselben von anderen, sondern auch als Trennung derselben in sich, — und umgekehrt

ihre Trennung nicht nur als Vereinigung derselben mit anderen, sondern auch als Vereinigung derselben in sich betrachtet werden.

Diese Art der Vereinigung zeigt sich überall, wo das sich Verbindende vollständig in die Sphäre unserer Anschauung fällt, in allen drei Naturreichen und zwar in den organischen noch mehr, weil sich dort die Bestandtheile zu einer vollständigeren Einheit verbinden, und ist in den Verbindungen, wo der Vorgang derselben außer die Sphäre unserer Anschauung fällt, desto eher anzunehmen, da auf diese Art das aus der Erscheinung Treten der sich Verbindenden besser als durch die einfache Nebeneinanderlagerung sich erklärt.

Dadurch geschieht es nur, daß das überhaupt Bestehende ein fortwährender Gang zum Uebergeordneten, Allgemeinen, und zugleich ein fortwährender Rückgang zum Untergeordneten, Besonderen ist.

Aus diesem polarischen Verhältnisse der untergeordnetsten Bewegungssysteme und diesem Begriffe des Ueberganges der Bewegungssysteme in über- und untergeordnete und der daraus folgenden allgemeinen Wechselbestimmung zwischen dem Besonderen und Allgemeinen trachte ich nun sämmtliche Naturerscheinungen zu erklären.

Dieser Begriff wird der Entwickelung der Naturlehre im Besonderen im III. Abschnitte vorausgeschickt. So wie im Vorworte angedeutet könnte der Begriff nur als eine Hypothese der ganzen Naturlehre vorausgeschickt werden, und hätte auch so die für die ganze Naturlehre allein nothwendige Vollständigkeit nicht. — Desto weniger hätte er also die dem System der Wissenschaft überhaupt entsprechende Vollständigkeit. — Im bezogenen Abschnitte ist er auf eine ganz andere Art, nämlich als eine nothwendige Folge der unserer denkenden Anschauung zu Grunde liegenden Form selbst entwickelt; — und ich erlaube mir den geehrten Leser darauf aufmerksam zu machen, daß die Voraussetzungen, auf die ich mich stütze, und die in dem ersten Abschnitte entwickelt sind, von jedem Physiker gemacht werden, nur ist die Art der Zusammenstellung derselben anders, indem sie sonst getrennt, bei mir hingegen vereinigt genommen werden.

Im vierten Abschnitte ist der erste Theil der Entwickelung der Naturlehre im Besonderen nach einer neuen physikalisch-analytischen Methode als vereinigter Vortrag der Physik, Geometrie und Mathematik gegeben.

Die Mathematik hat durch die Aufnahme der absolut entgegengesetzten Größen ihre Anwendung auf die Naturlehre möglich gemacht, und nur dieser Aufnahme verdanken wir den gegenwärtigen Standpunkt der Naturwissenschaften. Indem das relativ Entgegengesetzte (Kräfte, Bewegungen und Linien, deren Richtungen einen Winkel bilden) sich auf das absolut Uebereinstimmende und absolut Entgegengesetzte zurückführen läßt, so ließen sich auch diese Beziehungen mathematisch ausdrücken und daher die Mathematik in alle Gebiete der Naturlehre einführen.

Das Verhältniß des absolut Uebereinstimmenden und absolut Entgegengesetzten wurde aus den Naturerscheinungen, so aus dem Begriffe der Einnahme und Ausgabe der übereinstimmenden und entgegengesetzten Bewegungen u. s. w. entnommen.

Da diese Erscheinungen des Uebereinstimmenden und Entgegengesetzten nicht auf ein Princip zurückgeführt werden konnten, indem dieses unbekannt, ja gar nicht geahnt wurde, so war es ebenso natürlich wie auch unumgänglich, die Lehre von den übereinstimmenden und entgegengesetzten Größen der Allgemeinheit wegen rein vorzutragen, und sie hierauf auf die besonderen Erscheinungen des Uebereinstimmenden und Entgegengesetzten — so auf die übereinstimmenden und entgegengesetzten Bewegungen, Electricitäten u. s. w. anzuwenden.

Indem wir aber jetzt zu der Erkenntniß gelangten, daß alle Erscheinungen des Naturlebens auf Bewegungen zu beziehen sind, so ist es ganz consequent den reinen Vortrag über das Verhältniß der übereinstimmenden und entgegengesetzten Größen durch den Vortrag über das Verhältniß der übereinstimmenden und entgegengesetzten Größen der Bewegungen zu vertreten, indem dadurch der Allgemeinheit und allgemeinen Anwendbarkeit desselben auf besondere Fälle nichts benommen wird, vielmehr zum Theile die Nothwendigkeit der Anwendung entfällt, zum Theile das Anzuwendende dem Gegenstande, auf den es angewendet werden soll, genähert wird.

Schließen wir nun dieser Lehre die Lehre von dem Verhältnisse der relativ-entgegengesetzten Bewegungen an, so haben wir die Mathematik mit der Geometrie und Physik so verbunden, daß keiner von diesen Wissenschaften nicht nur ein Abbruch gethan wird, sondern im Gegentheil jede daran gewinnt, was ich in der Entwickelung Abschnitt IV. genau bewiesen zu haben glaube.

Für diesen vereinigten Vortrag und die physikalische Methode spricht 1) die höhere Forderung, daß die Wissenschaft dem Objektiven gänzlich entspreche.

Die Lebendigkeit der Natur ist das eigentliche Erste. — Die in dieser Lebendigkeit vorkommende Gesetzmäßigkeit hat die Gesetzmäßigkeit der äußeren Formen der Körper zur Folge, und die mathematischen Gesetze sind nichts anderes, als die Ausdrücke dieser Gesetzmäßigkeit in dem Leben der Natur und den durch dasselbe entstehenden Körperformen. Wären die mathematischen Gesetze keine Ausdrücke der in der Natur vorkommenden Gesetzmäßigkeit, so wären sie ohne alle Bedeutung.

So muß auch die Wissenschaft sein. Sie muß eine systematische Untersuchung der Bewegungen und ihrer Gesetze sein, welche zugleich geometrische Gesetze sein müssen, und das einfache Notiren dieser Gesetze muß den Inhalt der Mathematik geben. So geschieht auch die ganze Entwicke-

lung im IV. Abschnitte dieses Werkes, und ich betrachte sie als die eigentlich natürliche Methode der Naturlehre.

Die Vortheile, die sie gewährt, sind offenbar. Die Wissenschaft behandelt unmittelbar das Wirkliche, Objektive, das Naturleben, und die Beziehung der äußerlichen geometrischen Verhältnisse zum Naturleben, sowie die objektive Bedeutung der mathematischen Sätze werden da immer gegenwärtig. — Letztere bewähren sich fortwährend als Ausdrücke der Naturgesetze. Dabei ist das fortwährende Verbleiben innerhalb der lebendigen Natur für die praktische Ausbildung von großer Bedeutung.

Der zweite Vortheil ist jener der Vereinfachung. Die in diesen drei Wissenschaften vorkommenden, im Wesentlichen zusammenfallenden Begriffe, die bisher abgesondert und oft auf eine ganz andere Art entwickelt wurden, sind hier unter Einem entwickelt.

Aber nicht nur in diesen drei Wissenschaften zugleich, in jeder von ihnen im Besonderen werden die im Wesentlichen ganz zusammenfallenden Begriffe oft weit von einander getrennt und ohne alles innere Bedürfniß auf eine ganz andere Art entwickelt, was aus zweierlei Gründen zu vermeiden ist: 1. Weil man dadurch die Einsicht des Wechselverhältnisses zwischen den einzelnen Begriffen verliert, und 2. weil es eine unnütze Erschwerung des Gegenstandes ist, die um so mehr zu vermeiden ist, da in der neuesten Zeit jede Wissenschaft eine solche Ausdehnung erreicht hat, daß zu einer in jeder Beziehung erschöpfenden Kenntniß eines einzelnen Zweiges einer Wissenschaft die ganze Lebensdauer eines Einzelnen kaum ausreicht.

Mein Bestreben geht nun dahin, alles, was begrifflich zusammenfällt, zusammen vorzutragen, und allsogleich für besondere Fälle anzuwenden. Dieses Verfahren zieht sich durch das ganze System. Erwähnen will ich nur die Vereinigung der höheren mit der niederen Mathematik, und namentlich die gänzliche Verdrängung der synthetischen durch die analytische Methode, indem aus der Analyse der Beziehungen der Bewegungen eines Gleichgewichtes auf eine sehr einfache Art die Grundsätze erhalten werden, die sonst, auf synthetische Art entwickelt, der analytischen Methode vorausgeschickt werden mußten. Die Beziehungen zwischen den Bestimmungsstücken z. B. eines Dreieckes, Polygons oder Parallelopipeds müssen erst nachgesucht werden, während die Beziehungen der Bestimmungsstücke der diesen entsprechenden Gleichgewichtszustände aus dem Begriffe des Gleichgewichtszustandes von selbst fließen. Wir haben da schon fertige Gleichheitsbeziehungen, die wir nur gehörig zu analysiren brauchen. Dieß macht das ganze System zu einem sehr einfachen, und es wird zugleich durch diese Methode die ganze mittlere Bildungsstufe überflüssig.

Dabei bildet das Ganze ein strengeres System, als es bis jetzt in der Mathematik selbst besteht. In der Mathematik sind die besonderen

Partieen im Systeme vorgetragen, aber diese Partieen selbst stehen ohne alle Verbindung nebeneinander, was im vorliegenden Werke nicht stattfindet.

So wie bis auf Hegel die besonderen reinen Denkkategorien, z. B. Sein, Nichtsein, Einheit, Vielheit u. s. w., für ganz richtig und objektiv betrachtet wurden, und erst mit Hegel ihre richtige Beziehung zu einander als besonderer, das Objektive unvollständig aussprechender, welche durch Vereinigung immer mehr zu allgemeinen, vollständigeren werden und erst in dem Allgemeinbegriffe vollständig dem Objektiven entsprechen, erkannt wurde; so werden bis jetzt in der Naturlehre die entwickelten Gesetze als auf gleiche Weise richtig und alle als objektiv betrachtet. — Alle diese Gesetze sind richtig, aber sie verhalten sich zu einander wie die untergeordnetsten, besonderen, dem Objektiven nur unvollständig entsprechenden, zu den übergeordneten, vollständigeren bis zum Allgemeingesetze, welches allein nur dem Objektiven vollständig entspricht. Was in Bezug auf die reinen Denkkategorien geschehen ist, das muß in Bezug auf diese Gesetze geschehen. Ein solches System betrachte ich als das allein richtige. Die Beziehung dieser Gesetze zu einander und ihre Kritik in Bezug auf das Objektive betrachte ich als das Wichtigste. So ist das System ein geschichtlicher Fortgang des Werdens des Bestehenden, dem ein solcher Fortgang des Auseinanderwerdens der Naturprodukte von den Unorganischen bis zu Organisch-Thierischen folgen soll. — Diesem soll nun weiter das Nämliche in Bezug auf den Menschen und die Umwandlung der sozialen Verhältnisse folgen.

Der Größe dieser Aufgabe mir wohl bewußt, bin ich weit davon entfernt, mich der träumerischen Hoffnung hinzugeben, den hier aufgestellten Gedanken je zur Vollendung zu bringen; im Gegentheil bin ich fest überzeugt, daß diese Vollendung nur ein Werk der Generationen sein kann.

Deshalb hoffe ich beim geehrten Leser jene Nachsicht zu finden, die ein Anfänger auf der schriftstellerischen Bahn in einer neuen wissenschaftlichen Richtung hoffen kann.

Schließlich will ich bemerken, daß ich der Arbeit nur jene Sorgfalt widmen und jene Vollständigkeit geben zu müssen glaubte, die einem Grundrisse entspricht. Auch muß ich mich wegen der hie und da ungenauen Korrekte mit der Neuheit dieser Beschäftigung für mich und der Entfernung vom Druckorte entschuldigen.

Lemberg, am 3. Mai 1863.

Der Verfasser.

Erster Abschnitt.

Erste Denkstufe.

I.

Wir haben das Vermögen des Vergleichens. — Der Unterschied desselben von dem bloßen Unterscheidungsvermögen, das den Thieren eigen ist, beruht in seiner Ursprünglichkeit auf einem deutlicheren und umfassenderen Vereinigen des Gleichen und Trennen des Ungleichen *).

Das Thier unterscheidet Etwas von einem Anderen, das Brot z. B. von einem Steine, seinen Herrn und die Seinigen von den Fremden. In diesem Unterscheiden liegt aber nicht ein deutliches Trennen bis zu diesem Grade wie bei uns und ein deutliches Vereinigen so, daß sie das Unterschiedene als getrenntes Vieles, Neben- und Nacheinanderseiendes, und das Vereinigte als eine Einheit von diesen Vielen fassen, also zu Begriffen des Vielen und des Einen gelangen könnten.

Wir haben also die Anschauung eines Gleichen und Ungleichen — und gründlicher, eigentlicher gesprochen — es ist uns ein Gleiches und ein Ungleiches (Dasselbe und Nichtdasselbe oder ein Anderes), und diese stehen nicht müßig vor uns, sondern es vereinigt sich das Erste zu Einem und das Zweite in ein Vieles so, daß wir zugleich ein Vereinigtes, eine Einheit, und ein Vieles viele Einheiten erhalten. Wir erhalten z. B. Steine und darunter Sandsteine, Kieselsteine, Granit 2c.; — Thiere, darunter Pferde, Kühe 2c.

---

*) Damit wollen wir aber nicht behaupten, daß dies der einzige Unterschied zwischen dem Erkenntnißvermögen der Menschen und Thiere ist. — Der ganze Unterschied wird sich erst weiter darin zeigen, daß die Grundlage der menschlichen Erkenntniß der Begriff des Allgemeinen vom Besonderen im Neben- und Nacheinandersein zugleich genommen und in den unendlichen Unter- und Ueberordnungen ist, was bei den Thieren nicht stattfindet.

Ein Gleiches und Ungleiches ist ohne diese Eigenschaft des uns Sich-Verbindens und Trennens nicht vorhanden und ein solches Vorhandensein unmöglich. — Das Gleiche als solches verbindet sich uns zu Einem, das Ungleiche trennt sich zu Vielem.

Indem wir also unterscheiden, trennen wir, was soviel sagt, daß wir jedes Gleiche in Eins stellen und das Ungleiche getrennt. Das Gleiche stellt sich uns selbst darum, daß es gleich, in sich ununterschieden ist, in das Eine, eine Einheit; und das Ungleiche in das Andere von dem ersten abgesondert.

Jedes Getrennte hat also einen Grund, warum wir es getrennt und abgesondert stellen. — Dieser Grund ist nämlich die Gleichheit in sich und die Ungleichheit mit einem oder vielen Anderen. Er macht es zu Einem und von Anderen getrennt.

Das Trennen, Absondern also, oder jedes Getrennte, Abgesonderte, rechtfertigt sich selbst wegen der Absonderung. Ohne diese Rechtfertigung sondern wir es nicht vom Anderen ab. — Indem wir also absondern, erscheint uns diese That gerechtfertigt. Angeregt, rechtfertigen wir auch die Absonderung, wir sagen z. B. das Pferd ist ein Thier u. z. ein Säugethier, ein Einhufer 2c.

Durch das Vergleichungsvermögen erhalten wir also eine Trennung in Einzelheiten (Hund, Pferd, Kuh), nach den sie als von einander Unterschiedene bezeichnenden Merkmalen. — Wir erhalten also Einzelnheiten mit ihren Merkmalen zugleich. — In dieser ersten Denkstufe erhalten wir diese nur durch das äußere Uebereinstimmen und den äußeren Unterschied.

II.

Durch die bisherige Vereinigung und Trennung erhielten wir eine Vielheit von Einzelnheiten nebeneinander und ein sich Vereinigen derselben zur Einheit (Hunde, Kühe, Pferde, Gold, Silber 2c.).

Damit schließt sich noch nicht alle Trennung ab, weil noch nicht alle Ungleichheit erschöpft wurde. Die nämliche Einzelnheit in nebeneinanderseienden Vielen ganz streng als Einzelnheit genommen, wird sich doch ungleich. Nehmen wir z. B. einen Schmetterling. — Dieser erscheint zuerst als eine Larve, dann als Raupe und endlich als Schmetterling. — Ein Vogel zuerst als ein Ei, dann in Flaumfedern und endlich befiedert 2c.

Die nämliche Einzelnheit also aus dem Nebeneinanderseienden genommen, wird sich ungleich so, daß sie eine Einzelnheit im Nebeneinanderseienden und zugleich eine Vielheit von verschiedenen nacheinanderfolgenden Einzelnheiten ist.

Dieses Sich-Ungleichbleiben ist jeder von den nebeneinanderseienden Einzelnheiten, wenn auch im verschiedenen Grade, eigen. — Jede wird sich so ungleich, daß wir nach einer gewissen kleineren oder größeren Zeit

ihrem Sich-Ungleichwerden (Veränderung) nicht zugegen, sie als dieselbe nicht anerkennen, und als eine Andere von der Vorigen ganz trennen würden. Jede hat Abschnitte, in welchen sie als eine Andere erscheint.

Hier erhalten wir gegenüber den vorigen Einzelnheiten im Nebeneinandersein, Einzelnheiten im Nacheinandersein. Dort ein Sich-Gleich oder Ungleichsein, hier ein Sich-Gleich oder Ungleichbleiben, Veränderung.

III.

Wir kehren zurück zu den Einzelnheiten und ihrer Einheit im Nebeneinandersein.

Wir haben bisher nur das Moment der Trennung in viele Einzelnheiten besonders hervorgehoben, nicht aber das Moment der Einheit. Wir haben nicht hinlänglich hervorgehoben, wie sich als Grundlage unseres Erkennens in Folge Vereinigung des Gleichen die Einheit des Ungleichen darstellt.

Eine Konsequenz der Gleichheit und der Ungleichheit, die was Anderes als das absolut Entgegengesetzte ist, das keine Gleichheit beim Ungleichen zuläßt, sondern nur die absolute Ungleichheit ist, daß bei je zwei ungleichen Einzelnheiten auch etwas Gleiches vorkommt, nach welchem sie sich zu Einem vereinigen. — Diese neue Einheit hat mit einer anderen wiederum etwas Gleiches, vereinigt sich also mit ihr zu einer neuen Einheit u. s. w. Dasselbe auf dem entgegengesetzten Wege, indem wir nämlich von einer allgemeinen Einheit herausgehen. Da die allgemeinere Einheit, z. B. die Thiere im Allgemeinen, in sich Ungleiches hat, so theilt sie sich uns in eine Mehrheit von Einzelnheiten, z. B. Säugethiere, Vögel, Fische u. s. w., jede von ihnen aus dem nämlichen Grunde wiederum in untergeordnetere Einzelnheiten, z. B. Pferde, Affen, Katzen u. s. w.

Auf diese Art geschieht schon der erste Akt der menschlichen Unterscheidung beim Kinde. Auf diese Art erhält es seine Erkenntniß des Hundes im Allgemeinen und der einzelnen Hunde, des Pferdes im Allgemeinen und der einzelnen Pferde, und allgemeiner die Erkenntniß des Thieres gegenüber einem Steine u. s. w.

Es ist also die Grundlage aller unserer Erkenntniß nicht die Vielheit der mit sich in keiner Verbindung stehenden Einzelnheiten und einer abstrakten Einheit, sondern eine Trennung und Einheit im obigen Sinne so, daß jedes zugleich eine Einzelnheit ist von einer höheren Einheit, und eine Einheit, die niedrigere Einzelnheiten in sich faßt, was wir so benennen, daß jedes zugleich eine Besonderheit und eine Allgemeinheit ist.

Die Grundlage unserer Erkenntniß ist also eine unendliche Stufenreihe der Ueberordnung von dem konkretesten Besonderen durch mittlere zur absoluten Allgemeinheit.

Ist nun jedes Getrennte zugleich eine Besonderheit einer höheren Allgemeinheit und eine Allgemeinheit von untergeordneten Besonderheiten, so ist zugleich eine Stetigkeit, Einheit der Merkmale (Eigenschaften) an demselben, denn nur dadurch fassen wir es als Einheit; wie auch eine Diskretion, Vielheit der Merkmale, wodurch wir es als Vielheit von Besonderheiten auffassen können.

Jede Besonderheit hat also eine Mehrheit der Eigenschaften an sich, die sich in eine Einheit verbinden — ist also ebenso die Einheit vieler Besonderheiten, wie auch vieler Eigenschaften.

IV.

Untersuchen wir das Verhältniß der Einzelnheiten im Nacheinandersein zu ihrer Einheit, so finden wir, daß hier das nämliche Verhältniß der Unter- und Ueberordnung des Besonderen und Allgemeinen vorhanden ist, wie dies im Nebeneinandersein gezeigt wurde.

Es trennt sich uns z. B. das Thierchen, das zuerst Larve, dann Raupe und endlich Schmetterling wird, im Nebeneinandersein als eine Einzelnheit von anderen Thieren, Gewächsen 2c. ab. Aber diese Einzelnheit ist im Nacheinandersein eine Vielheit von untergeordneten Einzelnheiten, nämlich Larve, Raupe und Schmetterling. Jede von diesen ist wiederum die Einheit einer Vielheit von nacheinanderseienden Einzelnheiten, die als besondere Augenblicke des Lebens dieser Thierchen auftreten. Diese Augenblicke sind wiederum Vielheiten von untergeordneten Einzelnheiten, noch kleineren Augenblicken ihres Lebens u. s. w.

Die Theilung in einzelne Momente und Sammlung derselben in eine Einheit, welche die Momente als eine in sich einbegriffene Vielheit enthält, ist wiederum bei uns nicht willkührlich, sondern wird durch das Ungleiche und Gleiche an ihnen wie in dem Nebeneinandersein bestimmt, wie z. B. die Theilung des oben besprochenen Thierchens in Larve, Raupe und Schmetterling.

Hier ist das nämliche Gesetz wie im Nebeneinandersein. Das Ungleiche trennt sich zu vielen Einzelnheiten, das Gleiche sammelt sich zu Einem. Wie im Nebeneinandersein die Gleichheit nichts Anderes als die Stetigkeit des Kennzeichens ist, und die Ungleichheit die Nichtstetigkeit oder Diskretion, und die Stetigkeit zu Einem sich uns sammelt und die Diskretion vieles Einzelne uns gibt, so geschieht auch das Nämliche im Nacheinandersein. Das Sich-Gleichbleiben ist nichts Anderes als die Stetigkeit des Kennzeichens im Nacheinandersein, dieses wird uns zu Einem, z. B. ein Stein, der im Zeitraume eines Menschenalters sich wenig verändert. Wir sagen, daß wir nur einen Stein gesehen haben. — Das Sich-Ungleichbleiben ist nichts Anderes als die Diskretion des Kennzeichens im Nacheinandersein, dieses wird uns zu diskretem, zu vielen Einzelnheiten.

z. B. die starke Veränderung der Larve in Raupe und Schmetterling; — der Nebel, die Wolke und der Regen; — das Wasser und das Eis; — das Ei und das aus ihm herausgewachsene Thier und allgemein Alles in den drei Naturreichen, im Menschenleben und der Menschengeschichte.

Sowie im Nebeneinandersein z. B. das Thierreich etwas untereinander Gleiches und von allen anderen Ungleiches hat, wodurch es sich zu einem Reiche vereinigt und von anderen trennt, so vereinigt und trennt sich uns auch Alles im Nacheinandersein durch Gleichheit und Ungleichheit in Epochen, diese in kleinere Zeitabschnitte u. s. w. bis zu den konkretesten Augenblicken, so daß hier wie dorten das Allgemeine vom Besonderen in der unendlichen Ueber- und Unterordnung stattfindet.

Wenn die Grundform des Unterschiedes im Nacheinandersein ganz allgemein, nicht die Form des Allgemeinen vom Besonderen hätte, so könnten wir überhaupt keine Anschauungen des Nacheinanderseins haben, weil diese nichts Anderes als das Trennen nach dem Ungleichen zu Vielem und das Sammeln nach dem Gleichen zu Einem ist, und nur durch mittlere Allgemeinheiten zu immer höheren möglich ist.

Es hat also sowie im Nebeneinandersein auch im Nacheinandersein die Grundlage unserer subjektiv-objektiven Erkenntniß die Form des Allgemeinen vom Besonderen in der unendlichen Ueber- und Unterordnung.

Wie im Nebeneinandersein der Mensch in der ersten Denkstufe mit der kleinsten Sphäre der Vereinigung und Trennung anfängt, aber schon diesen Anfang nach der Form des Allgemeinen vom Besonderen macht, so geschieht es auch hier. Er unterscheidet z. B. einzelne Tage, sammelt diese zu einer höheren Einheit nach Mondesveränderungen, diese wiederum zu größeren nach Jahresveränderungen u. s. w.

V.

Wiewohl aber der Mensch schon im ersten Augenblicke seiner Erkenntniß nach diesem Begriffe des Allgemeinen und Besonderen im Neben- und Nacheinandersein vereinigt und trennt, so ist er sich doch dieser Art der Vereinigung und Trennung ganz unbewußt.

Ein Kind theilt die sinnliche Welt in Thiere, Pflanzen, Steine; die Thiere in Pferde, Kühe u. s. w. Die Pflanzen in Blumen, Bäume u. s. w. Die Pferde und Kühe wiederum nach dem Unterschiede des Baues und der Farbe; sie wissen aber gar nicht, daß sie nach diesem Verhältnisse der Unter- und Ueberordnung diese Trennung bewirkten.

Dies ist die Folge einer weiteren Forschung, weßwegen es den Knaben in der Schule erst hervorgehoben werden muß.

Noch weniger ist ihm dieses im Nacheinandersein bekannt. — Es sieht ein Kind einen Nebel, die Wolke und den Regen, es nimmt sie aber jedes besonders als eine Ganzheit, ohne sie in Verbindung mit einander

zu stellen. — Korn und Kornblumen hält es für zwei in keiner Verbindung stehende Gewächse u. s. w.

In der ersten Denkstufe ist sich der Mensch nur des Resultates seiner Vergleichung bewußt, welches ihm im Nebeneinandersein und Nacheinandersein theils eine Vielheit von ganz außer Verbindung mit einanderstehenden Ganzheiten, theils keine Trennung in sich habende Ganzheiten darstellt. — Anstatt der seiner Erkenntniß zu Grunde liegenden Begriffe des Allgemeinen und Besonderen hat er nur die Begriffe des Einen und des Vielen.

Das Eine ist ihm nichts Anderes als das Stetige, er kennt keine andere Einheit, keine andere Verbindung als die Stetigkeit. — Das Getrennte ist ihm nichts Anderes als das Diskrete — eine andere Trennung als das Diskretsein kennt er nicht. —

Diese beiden Begriffe des stetigen Einen und des diskreten Vielen wendet er bald getrennt, bald vereinigt auf das Bestehende an, sie bilden ihm zugleich mit den Begriffen des Gleichen und des Ungleichen die theoretische und praktische Grundlage seines Lebens. Vereinigen kann er beide, indem er seinen Begriff der Einheit auf seine Vielheit und umgekehrt seinen Begriff der Vielheit auf seine Einheit überträgt. —

Ueberträgt er seinen Begriff der Einheit auf seine Vielheit, so geschieht dieß auf die Art, daß er die diskreten Einzelnheiten stetig aneinanderstellt und so das Diskrete zum Stetigen macht, als Stetiges sich denkt; so erhält er eine Vielheit der diskreten Einzelnheiten, eine Summe, eine Zahl. —

Es kann keine andere Einheit der absoluten Einzelnheiten, wie er sie in dieser Denkperiode nimmt, sein, als die Summe derselben. —

Ueberträgt er den Begriff der Trennung (Diskretion) auf das Eine, Stetige; so denkt er sich das Stetige aus aneinandergereihten Diskreten Einzelnheiten bestehend (z. B. eine Klafter aus sechs Fuß), also eine Einzelnheit als eine Mehrheit von anderen kleineren Einzelnheiten, die stetige Vielheit, Größe. —

Wendet man den Begriff des Gleichen und des Ungleichen auf die Zahlen an, so erhält man den Begriff der gleichen und der ungleichen Zahlen, und bei den ungleichen die größere und kleinere. Das Nämliche, auf die stetigen Größen angewendet, gibt die Begriffe der gleichen Größen — des Größeren und des Kleineren. —

Wie bei einer stetigen Größe diese Größe mit einer untergeordneten verglichen, aus welcher die erstere bestehend gedacht wird, den Begriff des Ganzen und des Theils gibt; so gibt dieser Vergleich bei einer diskreten Größe den Begriff des Alls und des Theils. —

Die kleinere Einheit, nach welcher man eine stetige und auch diskrete größere Einheit in mehrere getheilt denkt, gibt den Begriff des Maßes, wenn man nämlich die Thätigkeit selbst in Vergleich zieht. —

Vergleicht man die Größe zweier stetigen Einheiten oder zweier Zahlen nach der Anzahl der Maßeinheiten mit einander, so erkennt man, um wie viele Einheiten oder auch wie viel Mal eine Größe oder Zahl die andere übertrifft — Man erhält den Begriff des Verhältnisses.

Nach dem Begriffe des Gleichen und des Ungleichen vereinigt man wiederum gleiche Verhältnisse und trennt die ungleichen, und gelangt so zum Begriffe des Proportionalen. —

Werden drei Glieder des Proportionalen festgesetzt, so wird auch dadurch das vierte festgesetzt. — So gelangt der Mensch in der ersten Denkstuffe vor allem Schulunterrichte, auf den ihm bewußten Begriffen der Einheit und Vielheit gegründet, zu einem berechnenden Leben. — Er schließt z. B. ohne allen Unterricht, daß, wenn ein Drescher in einem Tage ein Schock Getreide drischt, zwei Drescher zwei Schock dreschen sollen und ähnlich in allen vorkommenden Lebensverhältnissen. —

Das Auffassen einer Vielheit als einer Allgemeinheit geschieht nur, wenn die Einzelnheiten der Vielheit gleiche Merkmale an sich haben. — Hierin liegt schon der Schluß aus dem Allgemeinen auf das Besondere d. i. was auf dem Allgemeinen als solchen ist, das ist auch auf dem Besonderen — was auf der Ganzheit, daß auf den Theilen und der Schluß aus dem Vielen auf das Allgemeine — die Verallgemeinerung oder Induktion u. s. w. —

Ebenso bildet er durch Vereinigung der Begriffe des Einen und des Vielen im Nacheinandersein andere mittelbare Begriffe.

Ueberträgt er den Begriff einer solchen Vielheit auf eine solche Einheit, so denkt er sich dies als stetig unveränderlich ihm Erscheinende als aus einer Vielheit von nacheinanderfolgenden Einzelnheiten bestehend. — So theilt er z. B. das menschliche Leben — den Tag ꝛc. Ueberträgt er wiederum den Begriff der Einheit auf das in der Nacheinanderfolge Getrennte, so sammelt er letzteres zu einer Vielheit.

Das Eine Stetige des Nacheinanderseins im Vergleich zu dem Einzelnen, Diskreten, aus dem es gedacht wird, gibt den Begriff des Ganzen im Nacheinandersein und des Theils z. B. der ganze Tag und sein Theil. — Wo die Trennung überwiegt, den Begriff des Alls und des Theils, z. B. alle Tage im Jahre und ein Theil derselben. —

Die Vielheit des Nacheinanderseins gibt die Begriffe des Seins und des Nichtseins, nämlich des Seins dessen, was nicht war, und des Nichtseins dessen was war. Das Nichtsein wird in dieser Denkstufe nicht in der Bedeutung des Uebergehens in Anderes begriffen, aber ganz extrem, d. i. daß von dem, was war, im ganzen Sinne des Wortes nichts zurückblieb, es absolut verschwunden ist — z. B. die Kerze war und ist nicht mehr, sie verbrannte, bedeutet nicht, daß ihre Bestandtheile in andere chemische Verbindungen übergangen sind, sondern daß von der Kerze nach dem Verbrennen gar nichts übrigblieb, sie absolut verschwunden ist. —

In IV. erkannten wir aber, daß das Bestehende als ein Allgemeines von Besonderem und ein Besonderes von einem höheren Allgemeinen uns erscheint. —

Als ein Allgemeines von Besonderem des Nacheinanderseins ist es in einem gewissen Augenblicke und ist zugleich nicht, weil in einem gewissen Augenblicke nur eine Besonderheit von diesem Allgemeinen da ist — es ist also ein Sein und ein Nichtsein zugleich — ein Werden. — Und da dieses Allgemeine zugleich im Nacheinandersein eine Besonderheit von einer höheren Allgemeinheit ist, so war sie auch im Ganzen nicht, und wird auch, nachdem sie ist, wiederum nicht mehr sein. — Sein und Nichtsein oder das Werden der Allgemeinheit ist also 1. das Herauskommen aus dem Nichtsein in das Sein, und 2. das Uebergehen aus dem Sein in das Nichtsein. — Ersteres ist ein Entstehen, Letzteres ein Vergehen, und der Uebergang vom Entstehen in das Vergehen das Entstandensein. —

Auf der ersten Denkstufe ist sich aber der Mensch der Begriffe des Allgemeinen und Besonderen unbewußt, er bildete sich dafür andere Begriffe, nämlich des Einen und des Ganzen, und der absoluten Einzelnheit und des Theiles. — Er bildet sich die obigen Begriffe auf seinen Begriffen des Ganzen und des Theils. — Das Entstehen ist das theilweise Sein von Etwas, das Sein von Etwas nicht in seiner Ganzheit und zwar im Uebergange von dem Nichtsein in das Sein. — Das Vergehen ist das Sein von Etwas nicht in seiner Ganzheit, und zwar im Uebergange von dem Sein in das Nichtsein. — Das Entstandensein ist das Sein in seiner Ganzheit — das Vergangensein ist das Nichtsein in der Ganzheit. —

Jedes, was erfaßt wird, wird als eine Einheit von vielen Einzelnheiten erfaßt. — Nehmen wir dieses im Nacheinandersein, so vereinigt sich vieles Nacheinanderseiende zu Einem, einen gewissen Zeitraum einfassenden.

Die Einzelnheiten in diesem Ganzen erscheinen auf dieser Denkstufe als Theile desselben, die auseinander durch Ungleichwerden folgen. Das Ungleichwerden ist einfach genommen nichts Anderes als Veränderung.

Es erscheint aber in der vorhergehenden Einzelnheit die nachfolgende in voraus vorhanden, indem sie durch Veränderung aus ihr entsteht. — Wird die erste zur zweiten von dieser Seite genommen, daß sie die zweite in sich trägt und aus sich herausgibt, so wird sie als Ursache oder Grund derselben genommen, die zweite als Wirkung.

Als einfach verändert erscheint etwas, wenn es in einzelnen Kennzeichen sich ungleich wurde, aber im Nebeneinandersein in der Ganzheit blieb. Z. B. die Veränderung eines Thieres, einer Blume. — Das Eine erscheint hingegen als Ursache eines Anderen, wenn in ihm als einer nebeneinanderseienden Vielheit und durch dasselbe die veränderten Einzelnheiten hervorkommen, es selbst aber in seiner Ganzheit zu verbleiben scheint. So erscheint z. B. die Wolke als Ursache des Regens, der nicht gewesene Regen

fällt, ohne daß die Wolke zu verschwinden scheint — Die Sonne als durch die Sonnenstrahlen wirkend u. s. w.

Daß, was sich veränderte und daß, was durch die Veränderung entstanden ist, die Ursache und ihre Wirkung, bilden zusammen eine Ganzheit des Nacheinanderseins. Vergleicht man so wie früher im Nebeneinandersein mehrere Ganzheiten des Nacheinanderseins mit einander, so unterscheidet man gleiche und ungleiche Ganzheiten des Nacheinanderseins. — In gleichen Ganzheiten sind die Theile gleich. Die Theile im Nacheinandersein sind aber das Veränderte und das durch Veränderung Entstandene, die Ursache und ihre Wirkung.

Sollen also Ganzheiten des Nacheinanderseins, also überhaupt ein Gleiches sein, so muß Gleiches sich gleich verändern, gleichen Ursachen, gleichen Wirkungen folgen.

Das Erscheinen also des Gleichen und des Ungleichen in der Natur, fordert nothwendig ein Erscheinen des Gleichen, das sich auf gleiche Weise verändert, der gleichen Ursachen, welche gleiche Wirkungen hervorbringen; und des Ungleichen, welches sich ungleich verändert, der ungleichen Ursachen, welche ungleiche Wirkungen hervorbringen, aus welcher Anschauung der Mensch die entsprechenden Begriffe schon auf der ersten Denkstufe sich bildet.

So kommt er wiederum zu einer praktischen Grundlage, die sein Leben zu einem anderen als das thierische ist, zu einem menschlichen macht. Indem er nämlich in einem nothwendigen Zusammenhange mit der Welt steht und nur durch diese bestehen kann, in dieser aber sowohl die Förderung des Bestehens seiner Persönlichkeit, als auch die Störung derselben liegt, welche beide sich ihm durch Gefühle kundgeben, die er als verschiedene und entgegengesetzte von einander unterscheidet und in angenehme (annehmbare) und unangenehme trennt; die ersteren aber in Folge seines nothwendigen Strebens nach Selbsterhaltung wünschen, die letzteren fliehen muß, und dabei den Begriff hat, daß gleiche Ursachen gleiche Wirkungen hervorbringen: so kann er nach Zwecken leben, indem er solche Ursachen aufsucht, welche ihm erwünschte Wirkungen hervorbringen.

VI.

Aus dem bisher Entwickelten sehen wir, daß der Begriff des Allgemeinen und Besonderen im Nebeneinandersein und Nacheinandersein, sowohl dem objektiv Bestehenden, als auch dem menschlichen Denken zu Grunde liegt, und daß der Mensch eben in Folge innerer Nothwendigkeit dieses Grundbegriffes die Analyse desselben, d. i. die unendliche Trennung des Besonderen vornimmt, und indem er der Grundform des Bestehenden und seines eigenen Gedankens, nämlich des wirklichen Verhältnisses dieses auseinandergetrennten Besonderen zu einander und wie es durch dieses

gegenseitige Verhältniß zusammen zu einer Einheit wird, sich unbewußt ist, den leeren Begriff der Einheit und der absoluten Einzelnheiten sowohl im Neben- als im Nacheinandersein sich bildet, und dies seinen Begriffen zu Grunde legt.

Dieses analytische Verfahren ist eine aus der Grundlage unserer Erkenntniß selbst fließende Nothwendigkeit, indem dieser die absolute Einheit der subjektiven mit der objektiven Erkenntniß, d. i. die Anschauung zu Grunde liegt, diese aber vom unmittelbaren Besonderen beginnen muß.

Die Erkenntniß, daß der Anfang des menschlichen Denkens analytisch sein muß, führt uns zu diesem Schluße, daß auch die Trennung des Nebeneinanderseins vom Nacheinandersein nur in Folge dieser Nothwendigkeit des analytischen Vorgehens geschieht und der eigentliche Grundbegriff unserer Erkenntniß also zugleich die Grundform des Bestehenden, das nacheinanderseiende Nebeneinandersein des Allgemeinen vom Besonderen ist, das Allgemeine vom Besonderen des Nacheinanderseins mit jenem des Nebeneinanderseins in Eins zusammenfällt, daß das Allgemeine vom Besonderen des Nebeneinanderseins durch das Allgemeine vom Besonderen des Nacheinanderseins geschieht und umgekehrt — d. i. daß beide zugleich geschehen.

Indem wir zur Begründung dessen schreiten, fangen wir wiederum mit der Erkenntniß des Menschen der ersten Denkstufe an.

Der menschlichen Erkenntniß des Nebeneinanderseienden und des Nacheinanderseienden liegt wirklich eine Trennung seines der Grundform nach ihm unbekannten, aber als Einheit von Allem, was nebeneinander besteht und Allem, was nacheinanderfolgt, aufgefaßten Begriffs des Alls oder des absoluten Allgemeinen zu Grunde.

Jedes nebeneinanderseiende Allgemeine vom Besonderen, das in einem gewissen Zeitaugenblicke als bestehend erfaßt wird, ist nur ein Besonderes des absoluten Allgemeinen, das alles nacheinanderseiende Nebeneinandersein in sich faßt. Diese Abtrennung des Nebeneinanderseienden von dem Nacheinanderseienden (des räumlich in einem Augenblicke Bestehenden von dem absoluten Allgemeinen, das über alle Zeiten hinausreicht) ist wirklich die Analysis eines in der Einheit des Nebeneinanderseins und des Nacheinanderseins aufgefaßten Allgemeinen vom Besonderen.

Wir haben oben gesehen, wie der Mensch auf Grundlage der Abtrennung dieser beiden Begriffe in jedem von ihnen besonders die Trennung nach dem Besonderen und die Vereinigung nach dem Allgemeinen vornimmt, und so zu besonderen Erkenntnissen des Nebeneinanderseins und jenen des Nacheinanderseins gelangt. Diese sind aber nur im Abstrakten getrennt, im Praktischen ist man nicht im Stande, die Trennung dieser Begriffe festzuhalten, das Nebeneinandersein und Nacheinandersein erscheinen hier in ihrer gänzlichen Einheit.

So sagt man z. B. der Baum entsteht und dieses bedeutet ein Her-

vorkommen desselben in Raum und Zeit zugleich — eine Allgemeinheit von mehr Besonderheiten im Nebeneinandersein wird er nur, indem er eine Allgemeinheit von mehr Besonderheiten des Nacheinanderseins wird, d. i. er wird größer und mehr Theile in sich enthalten, nur in Folge größerer Anzahl von nacheinanderfolgenden inneren Veränderungen, was im Begriffe des Wachsens enthalten ist. Der Baum ist entstanden, heißt: er hat sich durch die Zeit im Raume zu einem gewissen Vollständigen herausgearbeitet. Der Baum vergeht, heißt: das Sein desselben geht in Raum und Zeit zugleich in das Nichtsein über. Der Baum war, heißt: er hat in Raum und Zeit eine gewisse Stelle eingenommen, außerhalb dieser Stelle ist er nicht.

Das Nebeneinandersein und Nacheinandersein sind also gänzlich in Einheit; Nacheinandersein ist immer ein Nebeneinandersein und umgekehrt, und in der subjektiv-objektiven Grundlage unserer Erkenntniß ist diese Einheit gänzlich vorhanden.

Die Begriffe des Seins, Nichtseins, Entstehens, Entstandenseins und Vergehens, daß ein Anderes entstehe und vergehe u. s. w., sind die durch die Analyse des Allgemeinbegriffes des Nacheinanderseins erhaltenen besonderen Begriffe desselben und haben Alle vereinigt mit diesem allgemeinen dieselbe Bedeutung.

Indem wir also sagen: Das Nebeneinanderseiende entsteht, wird ein Entstandenes und vergeht, sagen wir, daß allgemein das Nacheinandersein ein Nebeneinandersein ist, daß Beide zugleich geschehen.

Sollte das Nacheinandersein nicht zugleich das Nebeneinandersein sein, sondern Eines von dem Anderen getrennt sein, so müßte das Nebeneinandersein gar nicht geschehen, d. i. gar nicht entstehen. — Es müßte entweder absolut nicht sein oder absolut sein, d. i. ewig ruhig und unveränderlich sein, todt sein; weil das Entstehen und Vergehen, daß ein Anderes entstehe, das Nämliche mit dem Nacheinandersein bedeutet, und das Nebeneinandersein, entsteht die nämliche Bedeutung mit der Aussage hat: das Nacheinandersein ist das Nebeneinandersein.

Schließlich bemerken wir noch: Wenn wir nur von dem Nebeneinanderseienden allein die apodiktische Gewißheit hätten, daß es die Form des Allgemeinen vom Besonderen hat, und kein unveränderliches, ewig ruhendes Sein ist, sondern, daß es ewig entsteht und vergeht, oder allgemein, daß es ein Nacheinandersein ist, so folgte daraus mit eben solcher Gewißheit: 1. daß das Nacheinandersein ebenfalls die Form des Allgemeinen vom Besonderen haben muß, weil sonst im Nebeneinandersein diese Form nicht sein könnte, und 2. daß Beide Eins sein müssen, ein Entstehen des Allgemeinen vom Besonderen im Nacheinander- und Nebeneinandersein zugleich.

Indem wir auf diese Art zur Erkenntniß gelangen, daß der allgemeine Grundbegriff unseres Denkens und damit zugleich die allgemeine Grundform des Bestehenden das nacheinander-nebeneinanderseiende Allge-

meine vom Besonderen, in der unendlichen Ueber- und Unterordnung ist, so stellt sich als nächste Aufgabe dar, die Vereinigung des Begriffes des Allgemeinen vom Besonderem des Nacheinandersein mit jenem des Nebeneinandersein durchzuführen. — Die besonderen unvollständigen Erfahrungsbegriffe werden erhalten, indem die durch das analytische Trennen des allgemeinen Begriffes des Allgemeinen vom Besonderen des Nacheinanderseins unmittelbar oder mittelbar entnommenen besonderen Begriffe, mit jenen, welche auf diese Art aus dem allgemeinen Begriffe des Allgemeinen vom Besonderen des Nebeneinanderseins erhalten werden, vereinigt werden. — Vereinigt man auf diese Art statt der einzelnen, besonderen Begriffe die allgemeinen Begriffe des Nacheinanderseins und Nebeneinanderseins selbst, so erhalten wir den eigentlichen Allgemeinbegriff in seiner Vollständigkeit, aus dem auf analytische Art die besonderen, praktischen Begriffe und ihr gegenseitiges Verhältniß zu einander und damit zugleich die besonderen Erscheinungen und ihr Verhältniß zu einander genau entwickelt werden können. — Es wird also eine erfahrungsgemäße Erkenntnißart sein, nur auf umgekehrtem Wege, wie die gewöhnliche. Diese ist vorzüglich eine synthetische, jene wird eine analytische sein. Aber Beide sind eigentlich analytisch und sinthetisch zugleich. Die gewöhnliche Art besteht darin, daß der Mensch, seines bei ihm a priori vorhandenen allgemeinen Grundbegriffes sich unbewußt, auf empirische Art, auch ohne bewußt zu sein, die analytische Trennung desselben in besondere Erfahrungsbegriffe vornimmml und hierauf synthetisch vorgehend, die Vereinigung derselben anstrebt. — Die in diesem Werke befolgte Methode stellt sich zur Aufgabe, den unbewußten aber a priori vorhandenen Allgemeinbriff, die allgemeine Form des Bestehenden, zum klaren Bewußtsein zu bringen, also in seiner Synthesis zu behalten und dann analytisch die besonderen Erscheinungen und Begriffe aus demselben zu entwickeln. *)

---

*) Die bisher durchgeführten Betrachtungen bilden die Grundlage meines ganzen Systems. Von ihrer Richtigkeit hängt das ganze System ab, und fällt auch das ganze, sobald diese sich als unrichtig erweisen.

Wollte man mein ganzes System umwerfen, so müßte man die Unrichtigkeit der nachfolgenden drei Sätze oder nur eines von ihnen beweisen.

1. Daß wir in der ersten Grundlage unserer Erkenntniß das Bestehende nach Form des Allgemeinen von Besonderem im Nebeneinandersein vereinigen und trennen; eigentlich, daß es sich uns selbst nach dieser Form vereinigt und trennt. — Das sich Vereinigen und Trennen ist hier ganz subjectiv und objectiv zugleich; Identität des objectiven Denkens und objectiven Gedachten.

2. Daß sich uns das Bestehende nach Form des Allgemeinen von Besonderen im Nacheinandersein vereinigt und trennt. —

3. Daß das Nebeneinandersein durch das Nacheinandersein geschieht und umgekehrt, d. i. beide zugleich geschehen, beide zusammenfallen, daß der Grundlage unseres Denkens diese Einheit zu Grunde liegt und wir aus dem ganzen Bestehenden, das wir als Nacheinander- und Nebeneinanderseiendes

Bevor ich aber diese Entwickelung des Allgemeinbegriffes vornehme, will ich zuerst die Geschichte der Entwickelung der Grundbegriffe des Bestehenden, also die Geschichte der Philosophie im Grundrisse geben, woran sich zeigen wird, daß die nacheinanderfolgenden philosophischen Schulen nichts Anderes sind, als ein streng systematischer, dialektischer Fortschritt zum Bewußtsein dieses Allgemeinbegriffes und dieser allgemeinen, dem Bestehenden zu Grunde liegenden Form. Dadurch wird sich das Verhältniß meines Grundgedankens zu jenem anderer Systeme und seine historische Stellung ergeben, also der Gedanke selbst historisch begründen.

---

nehmen und nehmen müssen, das im Nacheinandersein Vereinigte und Getrennte im Nebeneinandersein erst vereinigen und trennen, und die erhaltenen besonderen Begriffe des Nacheinanderseins mit jenen des Nebeneinanderseins zurückvereinigen und zurückvereinigen müssen.

Sind diese Sätze richtig, so folgt aus denselben nothwendig, daß die unserem Denken und dem Bestehenden zu Grunde liegende Form die Form des nacheinanderwerdenden Allgemeinen vom Besonderen in den unendlichen Unterordnungen ist.

Es könnte aber die Einwendung gemacht werden, daß die Richtigkeit eines Gedankens denselben noch nicht zur Grundlage der Weltanschauung macht. — Der hier entwickelte Gedanke ist aber der Begriff der allgemeinen Erkenntniß- und Weltform in Einheit; er braucht also nur richtig zu sein, so ist er und kein anderer die Grundlage der Weltanschauung. — Können wir dem Bestehenden und unserer Erkenntniß, was von dieser Form des nacheinander-, nebeneinanderseienden Allgemeinen vom Besonderen in den unendlichen Unterordnungen benehmen, oder diese Form verändern, oder was hinzugeben, das mit dieser Form nicht übereinstimmen würde, also in derselben nicht schon enthalten wäre?? Wir müßten zugleich die Weltform und unsere Erkenntnißform verändern; anders ist jede Hinzufügung eine Unwahrheit.

Wenn also in meiner weiteren (v. Abschnitt III) Entwicklung der Einheit des Allgemeinen vom Besonderen des Nebeneinanderseins und des Nacheinanderseins Unvollständigkeiten vorkommen werden, so sind sie nicht Folgen der ungenauen Grundlage des Systems, sondern Folgen der ungenauen Entwicklung. — In der Entwicklung müssen Ungenauigkeiten vorkommen, weil sie in ihrer vollständigen Genauigkeit nicht das Werk eines einzelnen Menschen sein kann.

Zweiter Abschnitt.

Geschichte der Philosophie im Grundrisse.

Der Mensch ist in der ersten Denkstufe der Grundlage, aus der er selbst herauskommt, nämlich des nacheinander-nebeinanderwerdenden Allgemeinen von Besonderem in der unendlichen Unter- und Ueberordnung sich unbewußt, und vereinigt nur die aus der Analyse derselben erhaltenen besonderen Anschauungen des Nebeneinanderseins und Nacheinanderseins und die auf Grundlage derselben gebildeten Begriffe (Verstandesbestimmungen) mit einander. —

So kommt er zu verschiedenen Begriffen, von denen jeder, als ein besonderer des allgemeinen nur einem gewissen Momente des Weltlebens entspricht, jeder in sich unvollständig ist, keiner dem Allgemeinbegriffe oder der allgemeinen Grundform des Objektiven entspricht; keiner auf das Allgemeine übertragen werden kann. —

So lange aber der Mensch auf dieser Stufe bleibt, daß ihn nur die besonderen Anschauungen angehen, er durch den Uebergang von dem Besonderen auf das immer höhere Allgemeine zum Begriffe eines absolut Allgemeinen und zum Streben seine, am Besonderen entlehnten unvollständigen Begriffe auf dieses Allgemeine zu übertragen, noch nicht gelangte, reichen ihm diese besonderen, einander entgegengesetzten, unvollständigen Begriffe des Einen und des Vielen, des Seins und des Nichtseins u. s. w. aus.

Er wendet diese einander entgegengesetzten Begriffe, inwieferne es die besonderen äußeren Merkmale, des außer ihm Entstehenden und Vergehenden nacheinander fordern, auf den nämlichen Gegenstand nacheinander an, und ist über diese Anwendung beruhigt, weil sie die Anwendung der besonderen Begriffe auf die ihnen entsprechenden, besonderen Anschauungen ist. — So sagt er z. B. Johann ist, wenn dieser lebt; und Johann ist nicht, wenn dieser gestorben ist, — oder das Holz ist, wenn er es vor sich sieht, und es ist nicht, wenn es verbrannt wurde, ohne sich um das Verhältniß des Seins zum Nichtsein und anderer entgegengesetzter Begriffe zu einander zu kümmern.

Das Nämliche geschieht im praktischen Leben des Menschen.

Auf seinen auf obige Art gebildeten Begriffen sammelt er die praktische Erfahrung und bestimmt sich zur selbstbewußten Thätigkeit, erreicht oft Bezwecktes und wird noch öfters in seiner Erwartung getäuscht. Alle diese Täuschungen können ihn aber nicht auf die Ungenauigkeit seiner Erkenntnißform führen. — Dieses kann nur dann geschehen, wenn er diese seine unvollständigen Begriffe auf das Allgemeine auf das All übertragen will.

Der Begriff einer unbestimmten Vielheit kommt früher, als die Begriffe der größeren bestimmten Vielheiten, der größeren Zahlen. Bevor das Kind zu bestimmen im Stande ist, daß irgendwo genau tausend Pferde sind, ist es schon im Stande zu bestimmen, daß es nicht ein, sondern mehrere oder viele Pferde sind.

Ebenso kommt er zum Begriffe des Ganzen oder des Alls nicht durch viele Vergleichungen, sondern durch eine einzelne Unterscheidung des Theiles oder der Theile von dem Ganzen oder von dem All.

Auf Grundlage dieser Begriffe muß der Mensch schon in der ersten Denkstufe durch allmälige Sammlung einer immer größeren Anzahl von Gegenständen, denen gegenüber er stets noch andere sieht, dieselbe als Theil einer Ganzheit betrachtend, zur Vereinigung von Allem, was besteht, zu einer Einheit, zum Begriffe des Weltalls gelangen.

Werden nun die aus der Analyse des Allgemeinbegriffes erhaltenen besonderen Begriffe, welche nur einzelnen Erscheinungen des Weltlebens entsprechen, auf das Allgemeine angewendet, so können sie offenbar dem Allgemeinen nicht genügen. — Man geräth auf Widersprüche, kommt dadurch auf die Unzulänglichkeit der vorgefaßten Begriffe, was ein Streben erwecken muß, den dem Allemeinen entsprechenden Begriff oder den Allgemeinbegriff des Bestehenden zu finden.

Damit zerfällt schon das menschliche Erkenntnißstreben in zwei besondere Zweige.

1. Das in dem 1. Abschnitte dargestellte Unterscheiden der Gegenstände von einander, d. i. das Trennen des Verschiedenen und das Vereinigen des Gleichen nach den äußeren Merkmalen. Vom kleinsten Kreise der Umgebung angefangen, geht man immer mehr über ebenso auf den größeren Kreis, auf das Uebergeordnete, Allgemeine, wie auch auf das Untergeordnete, Besondere. Indem aber auf dieser Denkstufe der Begriff des Nebeneinanderseins vom Begriffe des Nacheinanderseins getrennt wird; so erweitert man die Erkenntnißsphäre in diesen beiden Richtungen besonders. — Die Verfolgung der ersteren Richtung führt zu den klassifikarischen Wissenschaften, die der anderen zur immer mehr ausgebreiteten Erkenntniß des Auseinanderwerdens — der Verkettung der Ursachen und Wirkungen.

2. Das zweite Erkenntnißstreben ist aus den an den besonderen Erscheinungen gebildeten, besonderen Begriffen, deren Uebertragung auf

das Allgemeine sich unmöglich zeigt, zum richtigen Begriffe des Allgemeinen, zum Allgemeinbegriffe zu gelangen.

Dies ist die Philosophie im strengen Sinne.

Beide Richtungen verfolgen aber das Nämliche und bedingen sich so gegenseitig, daß keines ohne das Andere zum Ziele führen kann. — Denn nur die verallgemeinerte Anschauung kann zum verallgemeinerten Begriffe führen, wie auch umgekehrt ein verallgemeinter Begriff auf eine allgemeinere Anschauung führt.

Indem uns aus dem 1. Abschnitte ebenso der Allgemeinbegriff des Bestehenden, nämlich der Begriff des nacheinander-nebeneinanderwerdenden Allgemeinen vom Besonderen in den unendlichen Unterordnungen, wie auch die aus den besonderen Anschauungen entlehnten besonderen Begriffe der ersten Denkstufe und die Art, wie wir aus dem uns unbewußten Allgemeinbegriffe auf jene besonderen gelangen, bekannt ist; so können wir auch bestimmen, wie der menschliche Geist von obigen besonderen Begriffen der ersten Denkstufe stufenweise zum Bewußtsein des Allgemeinbegriffes gelangt.

Dieser Weg muß nämlich der entgegengesetzte von dem der ersten Denkstufe sein. Wie dort durch Trennung des Allgemeinbegriffes des nacheinander-nebeneinanderwerdenden Allgemeinen vom Besonderen in den unendlichen Unterordnungen in jene des Allgemeinen vom Besonderen des Nebeneinanderseins und des Allgemeinen vom Besonderen des Nacheinanderseins, hierauf eines jeden von diesen Begriffen besonders nach dem in demselben enthaltenen Unterschiede in das Allgemeine des Nebeneinanderseins und das Besondere des Nebeneinanderseins, dann in das Allgemeine des Nacheinanderseins und das Besondere des Nacheinanderseins, und endlich, da sowohl das Allgemeine als das Besondere, das auch ein Allgemeines von dem ihm untergeordneten Besonderen ist, das Eine von Vielen ist, nach diesem Unterschiede in das Eine, Stetige des Nebeneinanderseins und das Viele, Diskrete des Nebeneinanderseins, dann das Eine, Stetige des Nacheinanderseins, also das Unvergängliche, Ewige und das Viele, Diskrete des Nacheinanderseins, also das stets Vergehende; — wie also in der ersten Denkstufe durch Trennung des Allgemeinbegriffes diese besonderen Begriffe erhalten wurden, so muß nun der menschliche Geist, nachdem er durch Verallgemeinerung zum Begriffe des absoluten Alls gekommen, umgekehrt mit dem Versuche der Uebertragung der allein ihm bewußten untergeordnetsten Begriffe (des Vielen des Nebeneinanderseins, des Vielen des Nacheinanderseins, — des Einen des Nebeneinanderseins, des Einen des Nacheinanderseins) auf das Allgemeine beginnen, und indem er die Unzulänglichkeit derselben als der besonderen für das Allgemeine einsieht, zu ihrer Vereinigung, also zu dem Begriffe des Allgemeinen des Nebeneinanderseins und des Allgemeinen des Nacheinanderseins

und zu dem Versuche der Uebertragung dieser Begriffe auf das absolute Allgemeine schreiten, — die wiederum für sich nur besondere Begriffe sind, also in ihrer Unzulänglichkeit für das Allgemeine erkannt werden, und zu ihrer weiteren Vereinigung, nämlich zur Vereinigung des Begriffes des Allgemeinen vom Besonderen des Nebeneinanderseins mit jenem Begriffe des Nacheinanderseins, d. i. zum Allgemeinbegriffe, dessen Uebertragung auf das Allgemeine allein thunlich ist, führen müssen.

Indem aber die besonderen Begriffe des Einen und des Vielen, des Allgemeinen und des Besonderen, des Nebeneinanderseins und des Nacheinanderseins, in der Trennung aufgefaßt, einander entgegengesetzt sind; so geschieht durch die nacheinanderfolgende Uebertragung derselben auf das absolut Allgemeine, eine jedem Standpunkte entsprechende Trennung dieses Allgemeinen nach den entgegengesetzten Bestimmungen, welche auch auf die Besonderheiten jeder Unterordnung übertragen, eine solche Trennung jedes Besonderen nach sich zieht.

Die vorzüglichste Grundlage zu dieser Trennung gibt das Verhältniß des Menschen zu dem Außerihmseienden.

Als ein Besonderes in dem Allgemeinen steht der Mensch in dem Wechselverhältnisse der Vereinigung und Trennung mit dem Allgemeinen, er ist in fortwährender Einheit und Trennung mit dem Außerihmwerdenden begriffen. (Siehe weiter Abschnitt IV.)

Aus diesem Wechselverhältnisse folgt 1. sein Innesein des in Einheit in ihm und außer ihm Werdenden, also Empfindung und Anschauung, und indem es zugleich das Innesein des dem Bestehenden zu Grunde liegenden Gedankens ist; das begriffliche, denkende Innesein des in Einheit in ihm und außer ihm Werdenden, und 2. das Innesein und Bewußtsein seiner Vereinigung und Trennung mit dem Außerihmwerdenden, welches je nachdem diese Vereinigung und Trennung nach Begriffen geschieht, das Bewußtsein einer bezweckten Vereinigung und Trennung mit dem Außerihmwerdenden, also das Bewußtsein einer Thätigkeit nach Zwecken ist.

In dem begrifflichen Innesein oder dem Denken des Außerunswerdenden ist also eine Einheit eines Getrennten, nämlich die Einheit des subjektiven Denkens und des objektiven Gedachten, so wie z. B. im Begriffe des Allgemeinen die Einheit der getrennten Begriffe des Einen und des Vielen vorkommt.

Diese Einheit des Subjektiven und des Objektiven im Denken haben wir in dem ersten Abschnitte gezeigt. — Indem aber dieser Einheit auch eine Trennung zu Grunde liegt, wird sie der ersten Denkstufe entsprechend, ganz getrennt genommen; das subjektive Denken als etwas ganz Anderes von dem Außerunsseienden, Objektiven. — An diesem Getrennten finden die vorigen, einander entgegengesetzten, besonderen Begriffe ein Objekt, auf welches sie angewendet und in ihrer Trennung festgehalten werden können. Das Eine von ihnen, das Denken, wird als das Eine des Nebeneinan-

derseins und das Eine des Nacheinanderseins, d. i. als untheilbar, unveränderlich, ewig, das Andere, das Nichtdenkende, Ausgedehnte, als das Theilbare, Veränderliche, Vergängliche; das erste als alle Veränderung, also alles Nacheinandersein in das andere Hineintragende, daher als reine Thätigkeit, das zweite als für sich nur rein Nebeneinanderseiende, sich aus sich zu verändern nicht vermögende, rein Passive betrachtet. — Die Uebertragung der vorigen, besonderen Begriffe auf das absolut Allgemeine führt diese Trennung des Denkens von dem Objektiven herbei, und die Letzteren werden, durch diese Uebertragung der Ersteren auf dieselben, als einander ganz entgegengesetzte bestimmt.

Die so gebildeten Begriffe des Denkenden und des Nichtdenkenden, Ausgedehnten, werden nun auf das absolut Allgemeine und das untergeordnete Besondere in dieser ihrer Trennung übertragen, wodurch das Allgemeine nach diesen Begriffen in die entgegengesetzten Bestimmungen des Denkenden und des Ausgedehnten getrennt, in dieser Trennung objektivirt, d. i. als auf diese Art in der Wirklichkeit bestehend erfaßt, und das Erscheinende durch die Vereinigung dieser getrennt objektivirten erklärt wird.

Dieses Begreifen des Absoluten nach getrennten, entgegengesetzten Bestimmungen muß und kann nur so lange geschehen, als der geschichtliche Fortschritt von den untergeordnetsten, besonderen Begriffen zum Allgemeinbegriffe noch innerhalb der besonderen Begriffe bleibt, also noch nicht zur Vereinigung des Begriffes des Allgemeinen des Nacheinanderseins mit dem Allgemeinen des Nebeneinanderseins gelangt.

So zerfällt die Geschichte der Philosophie in zwei Epochen. — Die erste, in welcher die Trennung des Absoluten nach den entgegengesetzten, besonderen Begriffen, die sich später an die Begriffe des Denkens und des Ausgedehnten knüpfen, fortgeht, und die mit der Zugrundelegung dem Bestehenden der besonderen Begriffe des Vielen, des Neben- und Nacheinanderseins, des Einen des Neben- und Nacheinanderseins beginnt und mit jenen des Allgemeinen des Nebeneinanderseins und des Allgemeinen des Nacheinanderseins abschließt; die zweite, in welcher das Streben diese zu Stande gebrachte Trennung des Absoluten nach entgegengesetzten Bestimmungen des Nebeneinanderseins und Nacheinanderseins (rein Nebeneinanderseiendes, das sich aus sich zum Nacheinandersein, Veränderung, zu bestimmen, nicht im Stande ist, also rein Potentielles, Ausgedehntes, Materie; reine Potenz des Nacheinanderseins, das das potentielle Nacheinandersein zur Wirklichkeit bringt, reine Entelechie, die nach Zwecken wirkende Thätigkeit oder Kraft, — der Geist) zu vereinigen stattfindet.

Die erste Epoche zerfällt offenbar wiederum in zwei Theile. Der erste, in welchem dem Bestehenden die untergeordnetsten, besonderen Begriffe des Vielen des Neben- und Nacheinanderseins und des Einen des Neben- und Nacheinanderseins zu Grunde gelegt werden; der zweite, in welchem die aus der Vereinigung derselben fließenden Begriffe des Allgemeinen des

Nebeneinandersein̄s und des Allgemeinen des Nacheinanderseins dem Bestehenden zu Grunde gelegt werden.

Die zweite Epoche kommt aus dem Resultate der ersten heraus, beginnt aber, was die Zugrundelegung der Begriffe dem Bestehenden anbelangt, von vorne und geht parallel der ersten Epoche, zerfällt also ebenso wie diese in zwei Theile, in deren ersterem die untergeordnetsten, besonderen und in dem zweiten die Begriffe des Allgemeinen dem Bestehenden zu Grunde gelegt werden.

Erste Epoche. Erster Theil.

In dem ersten Theile der ersten Epoche der Geschichte der Philosophie findet also die Uebertragung der untergeordnetsten, besonderen Begriffe, nämlich des Vielen des Nebeneinanderseins, des Vielen des Nacheinanderseins, des Einen des Nebeneinanderseins und des Einen des Nacheinanderseins auf das absolut Allgemeine statt.

1. Das Bestehende ist ein Vieles des Nebeneinanderseins und ein Vieles des Nacheinanderseins.

Der unmittelbare, der ersten Denkstufe entsprechende Begriff des Bestehenden ist, daß es ein Vieles des Nebeneinanderseins und Vieles des Nacheinanderseins ist. — Dieser Begriff ist nicht spekulativ, nicht philosophisch, er ist ein einfaches Aufnehmen dessen, was die auf der niedrigsten Stufe stehende Anschauung gibt. — Diese Anschauung gibt nichts mehr als das Bestehen vieler Gegenstände neben- und nacheinander.

Eine tiefere Betrachtung des Erscheinenden zeigt erst, daß das als ein Vieles im Nebeneinandersein Erscheinende sich im Allgemeinen zu Einem sammelt, daß es aus Einem entsteht und in das Eine vergeht; sie führt auf den Begriff:

2. Das Eine des Nebeneinanderseins ist ein Vieles im Nacheinandersein.

Aus diesem Begriffe kommt die jonische Schule heraus und stellt sich die Frage auf, was das Eine in sich Ununterschiedene im Nebeneinandersein ist, das im Nacheinandersein ein Vieles wird, oder was das Eine in sich Ununterschiedene, vor aller Veränderung Bestehende ist, woraus Alles entsteht, was der Urgrund aller Dinge ist.

Die Wahl dieses Einen, in sich Ununterschiedenen, Stetigen, mußte also das treffen, was vorwiegend als ein Ununterschiedenes, Stetiges im Nebeneinandersein erscheint und eine große Stelle des Nebeneinanderseins einnimmt.

Als solches in sich Ununterschiedenes, Stetiges, das eine große Stelle des Nebeneinanderseins einnimmt, mußte das Wasser, das Feuer die Luft und auch gewissermaßen die Erde (die vier Elemente) erscheinen.

— Daher hat Thales das Wasser Anaximander, das Feuer Anaximenes die Luft für den Urgrund gehalten, aus welchem Alles entsteht und in welches Alles vergeht.

Indem jedes von diesen als in sich Ununterschiedenen erscheinenden eine große Stelle des Nebeneinanderseins einnimmt, so muß es bedeutend in die Veränderungen aller Dinge eingreifen. — Dieß machte die praktische Begründung der Annahme, daß aus ihnen alles Uebrige entsteht, sie also als Urgrund des Bestehenden zu nehmen sind, möglich und auch insoferne die Annahme selbst auf eine Zeit haltbar.

Eine gründliche Betrachtung mußte aber jede von diesen Annahmen als unbegründet zeigen, der Urgrund also aller Dinge nicht in dem Erscheinenden, sondern hinter der Erscheinung gesucht werden.

Außerdem lag in dem Grundbegriffe selbst, aus dem herausgegangen wurde, nicht die vollständige Vereinigung des absolut Allgemeinen, sondern nur die Vereinigung nach der Seite des Nebeneinanderseins. Das Eine des Nebeneinanderseins war im Nacheinandersein ein Vieles, Getrenntes; der Urgrund erschien als das Nämliche, wie jedes Andere, sich fortwährend Veränderndе.

Der zur Auffassung des Absoluten als einer vollständigen Einheit angeregte, forschende Geist muß, da er das Absolute in den zwei Formen des Nebeneinander- und Nacheinanderseins erkennt, dasselbe als Einheit des Nebeneinander- und Nacheinanderseins ansehen. — Dieß ist der Uebergang auf den Begriff:

3. Das Eine des Nebeneinanderseins ist auch das Eine des Nacheinanderseins.

Auf diesem Begriffe beruht die eleatische Schule. — Er sagt aus, daß das Eine des Nebeneinanderseins ein absolut Stetiges, Unveränderliches, Unvergängliches im Nacheinandersein ist. — „Nur das Eine ist, alles Andere ist nicht," ist der Grundsatz der Philosophie der Eleaten. Der Begriff des Seins wird hier zum Begriff der absoluten Unveränderlichkeit, Unvergänglichkeit, zum Begriffe des Ewigen, Uneränderlichen, also absolut Einen im Nacheinandersein erhoben.

Alles aber, was erscheint, zeigt sich als veränderlich. Das Eine unveränderliche Sein ist also in der Erscheinungswelt nicht zu suchen, es wird daher von der Erscheinungswelt getrennt und derselben gegenübergestellt.

Indem auf den Begriff des Seins der Begriff des Ewigen, Unveränderlichen überträgen wurde, so kann das Erscheinende, indem es fortwährend vergeht und entsteht, nicht als ein Seiendes genommen werden. Das erscheinende Viele wird, da es im Nacheinandersein ein Vieles erscheint, als absolut nicht seiend genommen.

Der Begriff des Seins wird durch Uebertragung auf denselben des Begriffes des Einen, des Nacheinanderseins, also des Begriffes des Ewigen, Unveränderlichen und Unvergänglichen, dem Begriffe des Nichtseins,

welcher auf das Erscheinende, Veränderliche übertragen wird, absolut gegenübergestellt. — In den Begriff des Einen wird keine Negation, in den Begriff des Vielen keine Position aufgenommen.

Indem aber das Eine, Seiende von der Erscheinungswelt getrennt, und dieser als einem Nichtseienden gegenübergestellt wurde, so kann wegen dieser Trennung das Verhältniß des ersteren zum zweiten nicht begriffen werden. — Das Praktische, nämlich die Erklärung der Erscheinungswelt, woraus und wie sie entsteht, ist auf diesem Standpunkte unmöglich. Indem also der praktische Geist auf diesem Standpunkte nicht befriedigt werden kann, geht er auf den entgegengesetzten Begriff über, nämlich:

4. Das Viele des Nebeneinanderseins ist das Eine des Nacheinanderseins.

Das Viele des Nebeneinanderseins ist das Unveränderliche, Ewige. Da aber das im Nebeneinandersein erscheinende Viele als ein Veränderliches, Entstehendes und Vergehendes erscheint, so mußte man hier wiederum hinter die Erscheinungswelt fliehen und den diskreten Einzelnheiten Alles, was aus der Erfahrung als veränderlich sich zeigt, benehmen. Solche absolute in der Erscheinung verschwindende Einzelheiten, Atome genannt, werden als unveränderlich, ewig seiende betrachtet, und durch deren verschiedene Vereinigung die Erscheinungswelt erklärt. — Die atomistische Schule.

Die Atomisten haben ihren Atomen alle Qualität, weil diese veränderlich ist, benommen, überließen ihnen aber zur leichteren Erklärung der Erscheinungswelt eine verschiedene geometrische Form. Indem sie das Entstehen des verschiedenen Erscheinenden durch eine verschiedene qualitative und quantitative, räumliche Vereinigung und das Vergehen durch Trennung des Vereinigten erklärten, konnten sie die Atome nicht unmittelbar nebeneinanderseiend betrachten, mußten also das Leere als reales Nichtsein annehmen.

Wie aber das eleatische Grundprinzip wegen vollständiger Vernichtung des Vielen, so kann das atomistische wegen gänzlicher Vernichtung der Einheit des Absoluten nicht befriedigen. — Als die Einheit des Absoluten wäre nach ihrem Systeme entweder das Leere als reales Nichtsein oder die trennende und vereinigende Nothwendigkeit, durch welche sie das Entstehen und Vergehen der einzelnen Körper erklärten, zu nehmen, was offenbar nicht befriedigen kann. — Nur das erscheinende Vergängliche ist bei ihnen ein Vereinigtes, nämlich aus Atomen, und diese Vereinigung ist nur als einfaches Nebeneinandersein begriffen; das absolut Seiende ist aber gar nicht in sich verbunden, weil es eben diese getrennten Atome bilden.

In den bisher entwickelten Systemen war die Vereinigung eines von den besonderen Begriffen des Nebeneinanderseins mit einem von den besonderen Begriffen des Nacheinanderseins, nämlich: 1. der Begriff des Vielen des Nebeinanderseins mit dem Begriffe des Vielen des Nacheinanderseins, 2. der Begriff, des Einen des Nebeneinanderseins mit dem Be-

griffe des Vielen des Nacheinanderseins, 3. der Begriff des Einen des Nebeneinanderseins mit dem Begriffe des Einen des Nacheinanderseins und 4. der Begriff des Vielen des Nebeneinanderseins mit dem Begriffe des Einen des Nacheinanderseins, je einem Systeme zu Grunde gelegt.

Jedes System zeigte sich darum unvollständig, daß in jedem die entgegengesetzten der auf das Absolute übertragenen, besonderen Begriffe mangelten. Indem dadurch jedes System auf das andere führte, stellen alle durchgeführten Systeme zusammen die Nothwendigkeit der Vereinigung dieser besonderen Begriffe, also des Einen des Nacheinanderseins mit dem Vielen des Nacheinanderseins und des Einen des Nebeneinanderseins mit dem Vielen dee Nebeneinanderseins und Uebertragung der so verbundenen Begriffe auf das absolute Allgemeine dar.

Die Vereinigung der Begriffe des Einen und des Vielen gibt eben den Begriff des Allgemeinen vom Besonderen. — Das vereinigte Eine und Viele muß aber zuerst einfach nicht als Begriff des Allgemeinen vom Besonderen genommen werden. — Der Begriff des Allgemeinen vom Besonderen muß erst durch Bearbeitung des Begriffes des Einen vom Vielen mit Hilfe der Anschauung zum Bewußtsein kommen.

Die Uebertragung der vereinigten Begriffe des Einen des Nacheinanderseins mit dem Vielen des Nacheinanderseins und des Einen des Nebeneinanderseins mit dem Vielen des Nebeneinanderseins, nicht als deutliche Begriffe des Allgemeinen vom Besonderen genommen, auf das Absolute, bildet daher den Uebergang von dem ersten zum zweiten Theile der ersten Epoche der Geschichte der Philosophie.

Die Uebertragung der auf obige Art vereinigten Begriffe des Einen und des Vielen auf das Allgemeine gibt, je nachdem das Nacheinandersein oder das Nebeneinandersein hervorgehoben wird, die zwei Systeme:

1. Das Eine des Nacheinanderseins ist zugleich das Viele des Nacheinanderseins.

Das Eine des Nacheinanderseins ist das Ununterschiedene, Stetige des Nacheinanderseins, also das Unveränderliche, Unvergängliche, Ewige oder Seiende.

Das Viele des Nacheinanderseins ist das Veränderliche, Vergängliche, welches im Gegensatze zu dem Einen des Nacheinanderseins, das als Seiendes begriffen wurde, nach dem Vorigen als Nichtseiendes begriffen wird.

Die Einheit des Einen und Vielen des Nacheinanderseins ist also die Einheit des Seins und des Nichtseins, das Werden.

Das Absolute wird also weder als ein Seiendes, noch als ein Nichtseiendes, sondern als ein Seiendes und Nichtseiendes zugleich, als ein Werdendes begriffen.

Dieß ist der Standpunkt des Heraklit. — Indem der Begriff des Werdens aus den Begriffen des absoluten Seins und des absoluten Nichtseins, in welchen ihre ursprüngliche Bedeutung, nämlich des Einen des Nach=

einanderseins und insbesondere jener des Vielen des Nacheinanderseins, ganz verwischt ist, genommen wird; so wird der Begriff des Werdens, wiewohl er aus der Vereinigung der Begriffe des Einen und Vielen des Nacheinanderseins mittelbar entnommen ist, nicht als Begriff des Allgemeinen vom Besonderen des Nacheinanderseins genommen.

Das Suchen nach dem Urgrunde alles Bestehenden und dem absolut Seienden hat gezeigt, daß Alles veränderlich ist. Dieses Suchen selbst mußte also auf die absolute Verallgemeinerung des Begriffes der Veränderlichkeit, also auf das Ausschließen der Begriffe des absoluten Seins und des absoluten Nichtseins führen. Bekannt ist der Spruch des Heraklit, daß man in dem nämlichen Flusse nicht zweimal baden kann.

Dies ist die unmittelbare Bedeutung des Begriffes des Werdens, die oberflächliche Auffassung der Vereinigung der Einheit und Vielheit des Nacheinanderseins.

Von diesem muß auf die wirkliche Bedeutung übergangen werden, welchen Uebergang Heraklit erstrebt, ohne aber diese Vereinigung des Einen vom Vielen des Nacheinanderseins zur vollständigen Klarheit zu bringen.

Die Einheit des Nacheinanderseins ist ein Sichgleichbleiben.

Die Vielheit des Nacheinanderseins ist das Sichungleichbleiben und Entstehen durch dieses sich Ungleichbleiben eines Diskreten von sich Unterschiedenen, also sich zu gewissem Maße Entgegengesetzten. Die Vereinigung also des Einen und des Vielen des Nacheinanderseins gibt den Begriff des Ueberganges von Etwas in das Entgegengesetzte Diskrete, und zugleich Bleiben bei diesem Uebergange in der Einheit; Beisichbleiben bei diesem Uebergange in Entgegengesetztes.

Indem man also die Einheit des Vielen des Nacheinanderseins zum wesentlich Bestehenden macht, so sagt man, daß eben dieses das Wesentliche an dem Bestehenden ist, in Diskretes, Entgegengesetztes überzugehen, und bei diesem Uebergange doch nur Eines zu bleiben.

Dies ist der Begriff des Allgemeinen des Nacheinanderseins. Er wird von Heraklit angestrebt, doch nicht vollständig gesetzt und durch sinnliche Formen verdunkelt.

Diesem Begriffe der Einheit des Vielen des Nacheinanderseins schließt sich an der Begriff:

2. Das Eine des Nebeneinanderseins ist zugleich das Viele des Nebeneinanderseins.

Der Begriff der Einheit des Vielen des Nebeneinanderseins ist, wenn man ihn nicht im Sinne des Allgemeinen vom Besonderen als das Zusammensein des Stetigen und des Diskreten, sondern als Einheit des absolut diskreten Vielen nimmt, nichts Anderes als der Begriff der Zahl.

Auf diesem Standpunkte mußte also die Zahl als das Objektive genommen werden. — Die Pythagoreische Schule.

Die Zahl ist nichts Anderes als eine gedachte Einheit der absolut diskreten Einzelnheiten. Die Einzelnheiten werden hier in keiner Beziehung aufeinander, in keiner gegenseitigen Wechselwirkung mit einander genommen, ihre Verbindung ist nur eine nicht durch sie selbst bewirkte, sondern von Außen, hier durch den Gedanken hinzukommende Nebeneinanderstellung derselben. Im Begriffe der Zahl ist also die Vereinigung nicht wirklich, sondern nur gedacht, es kann auch die Vereinigung der als absoluten in keiner Beziehung zu einander stehenden angenommenen Einzelnheiten keine andere sein.

Nimmt man also den Hauptsatz der Pythagoreischen Philosophie: „Die Zahl ist das Wesen der Dinge und die Organisation des Universums überhaupt in seinen Bestimmungen ist ein harmonisches System von Zahlen und deren Verhältnissen", nach der dem Begriffe der Zahl wirklich zukommenden Bedeutung, so drückt er nichts Anderes aus, als daß das Wesen der Dinge in den räumlichen Dimensionen und anderen Zahlen-Bestimmungen und den Verhältnissen derselben zu einander zu suchen ist, und daß das Universum überhaupt ein harmonisches Ganze von solchen Zahlenverhältnissen ist.

Pythagoras mußte ursprünglich aus diesem Gedanken herausgegangen sein, die Unmittelbarkeit dieses Gedankens spricht dafür.

Durch das an allem Erscheinenden wirklich bestehende Zahlenverhältniß wurde er darauf geführt und in diesem die erste Begründung seiner Ansicht gefunden. — Diese Ansicht ist aber nur insofern begründet, inwiefern der qualitative Unterschied des erscheinenden Besonderen durch den quantitativen Unterschied bestimmt ist. Die Verbindung aber des Vielen wird hier ganz oberflächlich als ein Nebeneinandersein genommen. Die Zahl ist die Einheit vom Vielem aber absolut Diskretem. Der nächste Fortschritt von diesem Gedanken ist der Uebergang zum Begriffe der Einheit des Einen, Ununterschiedenen, Stetigen, und des Vielen, Unterschiedenen, Diskreten, d. i. zum Begriffe des Allgemeinen vom Besonderen des Nebeneinanderseins.

Pythagoras und seine Schule geht zu diesem Grundbegriffe über und bahnt insofern die nachfolgenden Systeme, namentlich das Platonische, an. Er knüpft aber diese Begriffe an Zahlen, verdunkelt und verunstaltet dadurch den Grundgedanken und zieht aus demselben falsche Konsequenzen, indem er denselben den Zahlen anpaßt.

Die Pythagoreische Schule hat also nur insofern Bedeutung, inwiefern sie ihren zweiten Grundgedanken, nämlich den Begriff des Allgemeinen vom Besonderen, also der Einheit des Einen und des Vielen bearbeitet. — Dies ist in der Entwicklung ihres Begriffes der Trias. In dieser Entwicklung ist der Begriff der Einheit nicht mehr das arithmetische Eins, sondern der Begriff des Einen, Stetigen; ebenso der Begriff der Zweiheit, nicht das arithmetische Zwei, sondern der Begriff des Diskreten, das sie

als Entgegengesetztes fassen; und der Begriff der Trias die Vereinigung des Einen, Stetigen und des Diskreten, Entgegengesetzten. Dieses Eine, Stetige und Viele, Diskrete sind aber bei ihnen als mehr rein bearbeitete Begriffe, die sowohl an das Allgemeine als an das Besondere anzuwenden sind, zu nehmen, nicht aber als innerer Fortgang aus dem Bestehenden selbst.

Entsprechend dem Begriffe des absolut Allgemeinen und des Besonderen, der besonderen Gegenstände unterscheiden sie das allgemeine Eins, die allgemeine Zweiheit, das allgemeine Entgegengesetzte und die Vereinigung dieser beiden, von den besonderen Einzelnheiten oder einzelnen Gegenständen, besonderen Gegensätzen und den Vereinigungen dieser Einzelnheiten und der Gegensätze.

Die Verbindung aber oder der Uebergang ebenso des allgemeinen Einen in das allgemeine Entgegengesetzte und die Einheit beider, wie auch die Verbindung dieser Allgemeinen mit den besonderen Einzelnheiten, Gegensätzen und ihrer Einheit knüpfen sie an das Entstehen der Zahlen.

Das Nacheinanderwerden der Zahlen muß an der Form des aus dem wirklichen Allgemeinbegriffe (dem Begriffe des nacheinander-nebeneinanderwerdenden Allgemeinen vom Besonderen in den unendlichen Unterordnungen) folgenden Begriffes eines jeden Entstehens einen gewissen Antheil haben.

Inwiefern dieses Nacheinanderentstehen der Zahlen an dieser allgemeinen Form des Entstehens Antheil nimmt, insofern läßt sich der Bau der Zahlen der Entwicklung der Begriffe zu Grunde legen. Da aber dem Begriffe der Zahl der niedrigste Begriff der ersten Denkstufe, nämlich der Begriff der Einheit des absolut Diskreten zu Grunde liegt, so ist diese Anknüpfung der Bildung der Begriffe an das Entstehen der Zahlen eine theilweise Rückkehr zur Form der ersten Denkstufe.

Diese Verbindung zwischen dem allgemeinen Einen und dem allgemeinen Getrennten und der Einheit beider, wie auch die Verbindung dieser Allgemeinen mit den entsprechenden Besonderen erklären sie durch Zahlen, indem sie sich auf die geraden und ungeraden Zahlen, also den Begriff des Geraden und des Ungeraden, das sie als Elemente der Zahlen annehmen, stützen.

Die Einheit zwischen dem Ungeraden und dem Geraden ist diese, daß durch das Ungerade das Gerade wird. Daraus erklären sie die Verbindung des Allgemeinen Einen mit dem Allgemeinen Getrennten, Entgegengesetzten, des Unbestimmten, Unbegrenzten und des Bestimmten Begrenzten, indem das Unbestimmte selbst zum Bestimmenden wird. — „Eins ist gerade und ungerade, weil es zum Geraden gesetzt das Ungerade und zum Ungraden gesetzt das Gerade macht.“ Daraus, daß die weiteren Zahlen fortwährend nacheinander gerade und ungerade sind, und zwar dadurch, daß sie fortwährend die Zweiheit und Einheit nachahmen oder an

derselben theilnehmen, erklären sie die Verbindung zwischen dem allgemeinen Einen und besonderen Einzelnheiten, besonderen Gegenständen; dem allgemeinen Entgegengesetzten und dem besonderen Entgegengesetzten.

Das besondere Eine oder die besonderen Einzelnheiten und das an denselben besondere Entgegengesetzte werden durch Nachahmung oder Theilnahme an dem allgemeinen Einen und dem allgemeinen Entgegengesetzten Eins und Entgegengesetztes. — Daß diese Art Erklärung nicht hinlänglich und ohne Bedeutung ist, ist einleuchtend.

Die Vereinigung des Einen und des Entgegensetzten beziehen sie auf die Zahl drei, und nennen diese Vereinigung die Trias, welche sie erst eine Vollendung der Monas, die Realität in ihrer Vollständigkeit betrachten. — Die Begründung aber dieser Vereinigung ist ein mehr oberflächliches Vorzeigen, daß Alles in seiner Vollendung, seiner Vollständigkeit eine Trias ist. — Der Begriff ist hier richtig, weil dem Begriffe des Allgemeinen vom Besonderen entsprechend. — Die Erklärung so wie oben, weil nicht aus diesem Begriffe selbst entwickelt, ohne Bedeutung.

In dieser Entwicklung des Pythagoreischen Systems ist also der Pythagoreische Hauptsatz, daß das Wesen aller Dinge die Zahl ist, so zu verstehen, daß das Wesen aller Dinge dieses ist, eine Einheit, eine Trennung oder Entgegensetzung, und die Vereinigung dieser Trennung oder Entgegensetzung zu sein. — Wir sehen, wie dieser Begriff mit jenem bei Heraklit des Allgemeinen vom Besonderen des Nacheinanderseins zusammenfällt; man muß ihnen aber nicht das klare Bewußtsein des Begriffes zuschreiben, daß die Form alles Entstehens Uebergang des Gleichen in das Entgegengesetzte und Zurückvereinigung dieses Entgegengesetzten ist, was erst aus der Vereinigung der Begriffe des Allgemeinen vom Besonderen des Nebeneinanderseins mit jenem des Allgemeinen vom Besonderen des Nacheinanderseins deutlich zu entnehmen ist und erst dem Ende der zweiten Entwicklungsperiode der Philosophie angehört. Bei ihnen muß man das als einen Begriff betrachten, den sie weder aus der inneren Natur des Begriffes selbst, noch an dem allgemein Erscheinenden bestehend ganz deutlich wahrnehmen, was an der mangelhaften Entwicklung desselben wahrzunehmen ist.

Die Entwicklung der Bedeutung der weiteren Zahlen hat keinen Sinn und deutet nur auf die Unvollständigkeit ihres Begriffes der Trias.

Der Fortschritt, welchen die Pythagoreer aus ihrem Standpunkte noch anbahnen mußten, ist die Bearbeitung des Begriffes des Entgegensetzten. In den vorigen Systemen ist, mit Ausnahme des Heraklitischen, keinem die Einheit des Entgegengesetzten zu Grunde gelegt, indem in jedem ein besonderer Begriff des Nebeneinanderseins in Verbindung mit einem des Nacheinanderseins dem Systeme zu Grunde gelegt wurde. In diesen Systemen sind aber die beiden einander entgegengesetzten Begriffe des

Nacheinanderseins und des Nebeneinanderseins — also die Einheit des Entgegengesetzten gesetzt.

Das Entgegengesetzte oder der Gegensatz und damit auch nach der Verschiedenheit der erscheinenden Entgegengesetzten, die verschiedenen Grundbegriffe des Denkens (Kategorien), mußten also der Gegenstand der Forschung werden. Indem aber die erzielten Resultate zwar tiefsinnig, jedoch ohne große Bedeutung sind, belassen wir es hier bei der bloßen Erwähnung derselben.

Das Pythagoreische System ist also im Ganzen als ein Uebergang vom Begriffe der Zahl zum Begriffe des Allgemeinen vom Besonderen zu betrachten. — Die Durchführung des letzten Begriffes ist aber noch nicht ganz konsequent.

Allgemeiner Uebergang zum zweiten Theil der ersten Epoche.

In der Entwicklung der vorhergehenden Systeme haben wir hauptsächlich den jedem Systeme zu Grunde gelegten Gedanken, der meistens auf das Allgemeine des Bestehenden sich bezogen hat, hervorgehoben.

Das Zweite ist das Verhältniß dieses Allgemeinen zu dem Besonderen, Erscheinenden zu bestimmen, die Beziehung zwischen dem Allgemeinen und Besonderen, oder zu bestimmen, wie aus dem Allgemeinen das Besondere entsteht, welche Frage ebenso in jedem Systeme gelöst werden mußte.

Da der Begriff der Veränderung, also das Entstehen und Vergehen die Einheit der entgegengesetzten Begriffe des Seins und des Nichtseins ist, also einen Gegensatz enthält, so läßt sich die Erklärung der Erscheinungswelt nur durch einen Gegensatz durchführen.

Darum mußte in jedem vorhergehenden Systeme die Erscheinungswelt durch einen aus der Erfahrung genommenen Gegensatz erklärt werden. Da die Mitte zwischen absolut Entgegengesetztem unendlich ist, so liegt darin eine Möglichkeit der Erklärung des unendlich Vielen in der Erscheinungswelt.

So nahm Thales die Verdichtung und Verdünnung; Anaximander das Trockene und das Feuchte, Anaximenes wiederum Verdichtung, Parmenides die Wärme und Kälte, Empedokles die Liebe und den Haß, die Atomisten die vereinigende und trennende Nothwendigkeit, Heraklit allgemein die streitenden Gegensätze und die Pythagoreer die Theilnahme an dem Einem und dem Entgegengesetzten im Allgemeinen.

Wie aber beim Aufsuchen des Urgrundes mit dem materiell Erscheinenden der Anfang gemacht, dann aber immer mehr zum immateriellen zum rein begrifflichen Einen der Uebergang gemacht wurde, so zeigt sich auch hier der nämliche Uebergang vom Materiellen, Erscheinenden zum Nichterscheinenden. Es wird von dem Erscheinenden getrennt. Das Ver-

dichten und Verdünnen, das Trockene und Feuchte, das Warme und Kalte, die Liebe und der Haß, sind mehr materiell erscheinende Beziehungen; die vereinigende und trennende Nothwendigkeit oder der Begriff der streitenden Gegensätze, wie auch das ganze pythagoreische System, Uebergang zu den nicht erscheinenden Beziehungen.

Die ganze bisherige Entwicklung war also ein systematischer Fortschritt, ebenso das Allgemeine, das noch vorwiegend als Urgrund des Besonderen genommen wird, wie auch die Beziehung dieses Allgemeinen, d. i. dieses Urgrundes zum Erscheinenden, Besonderen; nämlich: wie das Besondere, die Erscheinungswelt aus dem Urgrunde entsteht von diesem Erscheinenden, Besonderen von der Erscheinungswelt überhaupt zu trennen, beide als etwas von der Erscheinungswelt anderes, zu fassen.

Wie nun aber beide von dem Erscheinenden getrennt wurden, so ist diese Trennung selbst, da sie wegen gleichem Unterschiede geschieht, schon eine Vereinigung beider mit einander, indem nämlich beide immateriell Abstraktionen werden.

So wird konsequent in das absolut Seiende, Wesentliche gegenüber dem sich veränderenden Endlichen der immaterielle Grund der Veränderungen dieses Endlichen versetzt.

Durch die Versetzung alles Grundes der in der Erscheinungswelt vorhandenen Veränderungen in das von der Erscheinungswelt Getrennte, Bleibende, wird aber der Erscheinungswelt die früher in ihr gedachte Ursache ihrer Veränderungen auf diese Art benommen.

Die Wärme und die Kälte, das Trockene und das Feuchte hören auf für sich selbst bestehende, letzte Bewegungs- und Veränderungsgründe des Erscheinenden zu sein. Der absolute Urgrund bewirkt und verändert das Warme und Kalte, das Trockene und Feuchte und mit denselben auch die ganze Erscheinungswelt.

Wir sehen also, daß diesem absoluten ewigen Urgrunde aller Veränderungen nothwendig das aller Selbstveränderungsfähigkeit beraubte, aber die Veränderungen aufzunehmen fähige Erscheinende, die Potentialität der Veränderung — oder die Materie an die Seite treten muß. Die lebenslose Materie wird durch den Urgrund belebt zur Erscheinungswelt.

Die vorigen Systeme, namentlich das Eleatische und Atomistische, führen also darauf ein Nichterscheinendes unveränderliches, Thätiges, gegenüber dem in sich Unterschieds- und Bewegungslosen als den Urgrund des Bestehenden anzunehmen.

Nach dem Unterschiede der beiden Systeme kann dieses Nichterscheinende unveränderliche, Thätige entweder als ein im Nebeneinandersein Ununterschiedenes, Stetiges, oder als ein im Nebeneinandersein Diskretes, Vieles, also als viele thätige Einzelnheiten (besondere Kräfte) betrachtet werden. —

Auf diesem Standpunkte wird aber dieses unveränderliche nicht

zu den Erscheinenden (weder Wasser noch Luft ꝛc.) gehörende Thätige ganz unbestimmt gelassen. Es wird nur negativ bestimmt, daß es nämlich keines von den Erscheinenden, stetigen oder diskreten ist, was es aber ist, gar nicht behauptet, und nur wegen Bedarf der Erklärung der Veränderlichkeit des Erscheinenden die Thätigkeit darin verlegt.

Dieser Standpunkt sagt nichts mehr als das, was man auch in unseren Zeiten hören kann. Ich weiß, daß der Erscheinungswelt etwas Nichterscheinendes, Thätiges zu Grunde liegen muß, aber mehr weiß ich nicht.

Am Anfange des ganzen Abschnittes wurde des in Folge der Wechselbeziehung des Menschen mit der Allgemeinheit oder mit der Umgebung erfolgenden Verhältnisses desselben zur Allgemeinheit Erwähnung gethan. — Dieses Verhältniß ist ein begriffliches denkendes Innesein des außer ihm und in ihm Werdenden, und das begriffliche Sich-Bestimmen des Menschen zur Vereinigung und Trennung mit der Allgemeinheit, das begriffliche Bestimmen zur Thätigkeit. Die Wechselbeziehung ist die Einheit von uns und dem außer uns Seienden, das Innesein oder Denken also eine Einheit, der eine Trennung zu Grunde liegt. Diese Einheit des subjektiven und objektiven im Denken wurde im ersten Abschnitte gezeigt. —

Indem aber dieser Einheit eine Trennung zu Grunde liegt, so gibt sie dem vergleichenden (nach der Gleichheit vereinigenden, nach der Ungleichheit trennenden) Geiste, ein Objekt zur Trennung und Vereinigung des Getrennten. —

Dem Standpunkte der ersten Denkstufe entspricht die vollkommene Trennung, das subjektiv Gedachte wird als ein ganz anderes von dem objektiv Gedachten, das Denken als etwas von dem Objektiven ganz Anderes betrachtet. —

Diese Trennung geschieht hauptsächlich durch Uebertragung auf das Denken und das außer uns seiende Objektive der aus dem Allgemeinen begriffe (des nacheinander-nebeneinander werdenden Allgemeinen von Bes. in der unendlichen Unterordnung) durch Trennung desselben in die besonderen entlehnten einander entgegengesetzten Begriffe, und gehört eben dem geschichtlichen Standpunkte, auf den wir jetzt gekommen sind. —

Wir sind in dem geschichtlichen Fortschritte eben auf die Trennung des Absoluten selbst, nach den aus den Begriffen des Einen und des Vielen des Nacheinanderseins entlehnten Begriffen des unveränderlichen, ewigen absolut thätigen nicht Erscheinenden, und des vergänglichen Erscheinenden, nur die Veränderung von Außen aufzunehmen vermögenden gekommen. —

Wenn man das Denken ohne den Inhalt, welcher gedacht wird, nimmt, so erscheint es ebenso als ein Unveränderliches aus sich selbst Thätiges nicht Erscheinendes, Eines, das seine Thätigkeit auf das Erscheinende Veränderliche überträgt, welches letztere dieselbe aufnimmt. —

Das Denken in dieser Auffassung, in dieser unmittelbaren ersten Unterscheidung desselben von dem außer uns erscheinenden Ausgedehnten Veränderlichen, erscheint in dem nämlichen Unterschiede gegen dieses letztere, wie der Unterschied im Absoluten, auf den man durch den geschichtlichen Fortschritt gekommen ist — nämlich der Unterschied des Einen unveränderlichen, thätigen nicht erscheinenden; und des erscheinenden Vergänglichen, dessen Grund der Veränderlichkeit außer dasselbe versetzt wird. —

Dieses Zusammenfallen mußte die gegenseitige Uebertragung dieser Begriffe aufeinander nach sich ziehen. —

In der Entwickelung der ersten Denkstufe haben wir die Einheit des subjektiven Denkens und des objektiven gesehen. Das subjektive Denken ist das inneseiende des außer uns seienden, welches letztere wir aus dem Grunde des vollständigen Zusammenfallens als außer uns seienden Gedanken bezeichnen können. —

Dem subjektiven Denken liegt also die nämliche Form des nacheinander-nebeneinanderseienden Allgemeinen von Besonderem in den unendlichen Unterordnungen, wie dem Allgemeinen Bestehenden zu Grunde.

Die Zugrundelegung des Verstandes dem Bestehenden oder die Behauptung, daß der Verstand das Wesentliche an dem Bestehenden ist, ist also ein wesentlicher Fortschritt. —

In der ersten Entwickelungsstufe haben wir gesehen, daß in allen Systemen besondere Verstandesbegriffe, so der Begriff des Einen oder des Vielen dem Bestehenden zu Grunde gelegt wurden. Indem man also den Verstand im Allgemeinen als das Wesentliche des Bestehenden erklärt, setzt man nicht das Besondere, sondern das Allgemeine des Verstandes, nicht den bewußten besonderen Begriff, sondern den Allgemeinbegriff, aber den sich unbewußten dem Bestehenden zu Grunde. —

So sehen wir auch zugleich das an einer solchen Bestimmung Mangelhafte. Es wird zwar das allgemeine Verständige zu Grunde gelegt, aber das sich unbewußte, indem mit diesem allgemeinen Ausdrucke das innere Wesen des Verstandes selbst, die Art der inneren Thätigkeit des Verstandes gar nicht gegeben wurde, man also damit das Wesen des Bestehenden gar nicht weiß. Es wird durch die obige Annahme des Verstandes als des Wesentlichen nur allgemein behauptet, daß das Bestehende im Allgemeinen unserem Verstande entspricht, und nur das dem Verstande entsprechende als das Wesentliche ist. —

Es ist also die Annahme des Verstandes als des an dem Bestehenden Wesentlichen ebenso gegenüber den Systemen des ersten Theiles der Entwickelungsgeschichte, wie auch der Folgerung aus denselben, in der eine ganz unbestimmte nicht erscheinende Thätigkeit dem Bestehenden zu Grunde gelegt wird, ein Fortschritt. —

Der oben nachgewiesene Mangel an der obigen allgemeinen Bestimmung weist auch zugleich auf die nächste Forderung. Diese ist nämlich das

Wesen des Verstandes, die allgemeine Form des Denkens selbst, also den Allgemeinbegriff zu bestimmen, den sich unbewußten zum Bewußtsein zu führen. —

Dieses geht nun wegen Identität der allgemeinen Form des Denkens und der Form des Bestehenden auf die für das letztere bezeichnete Weise, nämlich von der Uebertragung der untergeordneten besonderen Begriffe angefangen und durch allmälige Vereinigung derselben zu übergeordneten bis zu dem Allgemeinbegriffe. —

Das Unmittelbare ist also die Uebertragung der untergeordnetsten besonderen Begriffe des Einen des Nacheinanderseins und des Nebeneinanderseins gegenüber dem Vielen auf das Denkende, den Verstand.

In dieser Form des Begriffes des Geistes haben wir eben den Uebergang vom Standpunkte eines absolut unbestimmten, nicht erscheinenden, unvergänglichen, aus sich thätigen Urgrundes auf das Begreifen desselben als thätigen Verstandes durchgeführt. Das Zusammenfallen der beiden Begriffe geschah aus dem Grunde, weil beide nach den nämlichen besonderen Begriffen des Einen des Nacheinanderseins und des Nebeneinanderseins genommen wurden.

Der Geist wird auf diesem Standpunkte als eine absolut unveränderliche, ewige thätige Ganzheit begriffen. Die Thätigkeit des Geistes wird aber nicht als in ihm selbst vorhanden, sondern als nach Außen gehend, gegen das absolut unbestimmte, aller Veränderung aus sich selbst unfähige, aber die Thätigkeit des Geistes aufzunehmen vermögende, die Potentialität der Veränderung, Materie genommen.

Geht man hierin vom eleatischen Standpunkte des absoluten Einen heraus, so bekommt man den Begriff des absoluten in sich ganz stetigen, also in sich absolut keinen Unterschied habenden, unveränderlichen, ewigen, nicht in sich selbst, sondern nach außen thätigen Geistes.

Aus dem atomistischen Standpunkte des Vielen bekommt man den Begriff der vielen, absolut besonderen oder getrennten unveränderlichen und unvergänglichen, nach außen thätigen Geister; und durch Zusammennehmen dieser beiden Standpunkte, sowohl den absoluten Geist, als auch die besonderen Geister gegenüber der Materie.

Durch die Beziehung der Thätigkeit des absoluten und der besonderen Geister auf das Potentielle, die Materie — entsteht die erscheinende Welt, die also geistig und materiell zugleich die Einheit des unveränderlichen Geistigen und des veränderlichen vergänglichen Materiellen ist.

Das Geistige am erscheinenden Materiellen gibt den Begriff der Seele, also dem absoluten Geiste gegenüber die Weltseele und den besonderen die besonderen Seelen. Das ist der unmittelbare erste Standpunkt des Begreifens des Geistigen, Denkenden als des am Bestehenden Wesentlichen, als des eigentlich Bestehenden. Man kommt auf ihn durch Uebertragung der untergeordnetsten, besonderen Begriffe des Einen und des

Vielen auf das Bestehende, wobei das Eine als das Denkende, Geistige betrachtet wird.

Die entgegengesetzten Begriffe, auf deren immanente Einheit man nicht kommt, werden in Trennung festgehalten und in dieser Trennung objektivirt. Das eine Objektive wird als das Unveränderliche, Ewige, Untheilbare, nicht Ausgedehnte, Thätige, Vernünftige u. s. w., das andere als das dem vorigen ganz entgegengesetzte, also das Veränderliche, Vergängliche, Theilbare, Ausgedehnte, Passive, Vernunftlose u. s. w. gehalten.

Die erscheinende Welt muß, da sie der Einheit der Entgegengesetzten an sich zeigt, als Einheit der beiden getrennten und in dieser Trennung objektivirten Entgegengesetzten ausgedrückt werden. Man kann aber nichts mehr thun als nur ausdrücken, daß beide in Einheit zu nehmen sind, weil ihre Vereinigung, da sie als Getrennte objektivirt sind, unmöglich ist. Auf diesem Standpunkte ist unmöglich, die Einheit des Entgegengesetzten immanent zu fassen.

Der unmittelbar nächste Standpunkt ist die Vereinigung der besonderen entgegengesetzten Begriffe des Einen und Vielen des Nacheinandersein und des Nebeneinanderseins, wie wir dies schon im herakliitischen und pythagoreischen Systeme angebahnt gesehen haben, und das Erfassen des Geistes nach diesem Begriffe, der sich immanenten Einheit des Entgegengesetzten, nach dem Begriffe der Einheit des Einen und Vielen des Nach- und Nebeneinanderseins.

Der Begriff der Einheit des Einen und Vielen im Nebeneinandersein gibt den Begriff der Allgemeinheit des Nebeneinanderseins; einer Einheit, deren Wesentliches ist, die Einheit eines in sich Unterschiedenen Vielen zu sein.

Der Begriff der Einheit des Vielen im Nacheinandersein ist der Begriff des Stetigen, Unveränderlichen, das von selbst in eine Veränderung, in vieles Nacheinanderwerdende übergeht und bei diesem Uebergange in Einheit bleibt, bei sich bleibt. Es ist also der Begriff einer Thätigkeit aus sich selbst und in sich selbst; der Uebergang aus sich selbst und in sich in Entgegengesetztes und Einheit dieses Entgegengesetzten. Eine Thätigkeit, die aus sich herausgeht, in sich geschieht und bei sich bleibt. Als solcher Uebergang aus sich und in sich selbst in Entgegengesetztes und Einheit, Beisichbleiben dieses Entgegengesetzten erscheint das Denken nicht als Leeres, Unbestimmtes, bei dem man auf den inneren Inhalt und die Form desselben gar nicht sieht und es nur als absolut Stetiges, Unveränderliches, Ewiges nimmt, sondern in seiner inneren Wesenheit, inneren Thätigkeit und Form derselben als Begriffsbildung.

Indem man den Verstand oder Geist in dieser seiner Wesenheit faßt und diesen Begriff des Verstandes oder Geistes dem Absoluten zu Grunde legt, so begreift man das Absolute als eine aus sich und in sich selbst in

Unterschiedenes, Entgegengesetztes, Vieles übergehende und bei diesem Uebergange sich zurückvereinigende, beisichbleibende Einheit, Ganzheit. — Dieser Standpunkt ist von dem vorigen ganz verschieden. Auf diesem Standpunkte hat der Ausdruck der Verstand, der Geist ist das am Bestehen Wesentliche, eine ganz andere Bedeutung; es bedeutet, daß das am Bestehen Wesentliche eben dieses ist, aus sich und in sich selbst in Unterschiedenes, Entgegengesetztes überzugehen und bei diesem Uebergange in Einheit mit sich zu bleiben. Hier wird der Begriff des Geistes nicht nach gewissen Bestimmungen und der Begriff der Materie nach den den vorigen entgegengesetzten genommen und so beides in dieser Trennung objektivirt; sondern beide, der Geist, d. i. das subjektive inneseiende Denken, und das Objektive, d. i. das außer uns seiende, die Erscheinungswelt als Einheit der entgegengesetzten Bestimmungen, als lebendige Allgemeinheit genommen — als Begriff, lebendiger Geist. Hier ist also keine Trennung des Geistigen von der Erscheinungswelt, beiden liegt das nämliche Gesetz zu Grunde, welches, indem es an dem Denken erkannt wird, der Geist ist.

So ist die Einheit des Denkens und des Objektiven. Wer es auf eine andere Art nach der ersten Denkstufe nimmt, wird nie die Einheit des Denkens und des Objektiven erkennen, nie das Objektive als Geist begreifen und umgekehrt den subjektiven Geist als zusammenfallend mit dem Objektiven.

Dies ist erst der Begriff, durch den man in die eigentliche Philosophie kommt, man kann aber darauf nur durch den vorigen Standpunkt gelangen.

Für die Massen bleibt immer nur der vorige Standpunkt, man muß ihnen sogar die auf diesem Grundbegriffe erhaltenen Begriffe des Bestehenden in der obigen Form der ersten Denkungsstufe geben, weil diese ihnen allein zugänglich ist.

Da die geschichtliche Entwicklung eben auf den Standpunkt des Begriffes der Einheit des Einen und des Vielen, also auf den Begriff der Allgemeinheit gekommen ist, so ist als Grundgedanke der weiteren Systeme, namentlich des Platonischen und Aristotelischen, eben dieser letztere Begriff, nämlich der Begriff des Geistes, dem der Begriff der Einheit des Einen und des Vielen, also der Begriff der Allgemeinheit zu Grunde liegt, zu suchen.

Nur inwiefern die Welterklärung nicht vollständig aus diesem Standpunkte vorgenommen wird, oder wegen der weiter zu zeigenden Unvollständigkeit dieses Standpunktes selbst nicht vollständig durchgeführt werden kann, wendet man sich zu dem vorhergehenden nach den untergeordnetsten besonderen Begriffen des Einen und des Vielen gebildeten Begriffe. So liegt der äußeren Form der nachfolgenden Systeme der unvollständigere Begriff des Geistes zu Grunde, der tiefere Gedanke aber, der das Ganze

durchwebt und sich im Ganzen zu behaupten strebt, ist dieser Begriff des nebeneinander- und nacheinanderseienden Allgemeinen.

Zu erwähnen ist noch, daß auf diesem Standpunkte das menschliche Forschen aus dem außer uns Erscheinenden, dem Objektiven auf das Innesein dieses Erscheinenden das Subjektive sich wenden, dieses sich zum Gegenstande der Betrachtung machen muß. — In diesem Innesein muß es aber das nämliche, wie in dem Objektiven finden. — Wie dort das besondere Angeschaute und die Vielen und hierauf die Einheit von Vielem; so hier die besonderen Anschauungen, Empfindungen und Vorstellungen und die Begriffe. —

So gehen wir zum 2. Theile der 1. Periode über.

Zweiter Theil.

Den Anfang macht also der Begriff, daß der Verstand das eigentliche Bestehende ist, ohne aber den Verstand, was er ist und seine Beziehung zum Besonderen zu bestimmen. Diesen Anfang macht Anaxagoras; er bestimmt den Verstand νοῦν, den thätigen und in dieser Thätigkeit bei sich bleibenden Verstand, dem er ein diese Thätigkeit aufzunehmen vermögendes Unbestimmtes, die Materie, gegenüberstellt als das Seiende. —

Es ist hier der Begriff des Nacheinanderseins und des Nebeneinanderseins in Trennung. — Das Unbestimmte der Potenz der Selbstveränderung, also alles Nacheinanderseins aus sich selbst beraubte, ist das unbestimmte Nebeneinanderseiende aber für sich ohne allen Unterschied. —

Die Potenz in dieses unbestimmte, aus sich selbst sich zu verändern unvermögende Nebeneinanderseiende die Veränderung also alles Nacheinandersein hineinzutragen, wird außer dieses Nebeneinanderseiende gesetzt, und von diesem die Veränderung oder allen Unterschied in das unbestimmte Nebeneinanderseiende Hineintragenden wird behauptet, daß es ein unserem Denken, unserem Verstande im Allgemeinen Entsprechendes ist, daß es der Verstand ist. —

Als das Wesentliche oder Seiende wird also nicht einer von den besonderen Begriffen unseres Allgemeinbegriffes, z. B. der Begriff des Einen oder des Vielen u. s. w. gesetzt, sondern allgemein das dem Denken entsprechende, unserem Denken, unserem Verstande nicht widersprechende, mit ihm identische, das allen Forderungen unseres Verstandes entspricht, also selbst allgemein sein muß. —

Hierin liegt der Fortschritt dieses Systems, und aus diesem Grunde gehört es zu den Systemen, welche den Begriff des Allgemeinen und Besonderen dem Bestehenden zu Grunde legen. —

Indem aber Anaxagoras gar nicht bestimmt, was dieser dem Bestehenden zu Grunde liegende Verstand ist, ihn begrifflich als Allgemeines von

Besonderem, als einen Begriff nicht bestimmt, und ebenso die Beziehung dieses Allgemeinen alles in sich zu einer Einheit verbindenden Verstandes die Einheit des Besonderen durch den Verstand oder in dem Verstande gar nicht entwickelt, so ist sein System aus diesem Grunde nur als ein Uebergangssystem zum Standpunkte des Allgemeinen von Besonderem zu betrachten. —

Als ein Uebergangssystem, und zwar ein negatives, ist noch der Standpunkt der Sophisten zu betrachten, den wir auch daher, und nicht gleich hinter dem Heraklitischen und Pythagoreischen System aus dem Grunde setzen, weil sie aus der Analyse des Subjektiven des Inneseienden — also der Anschauung und der Vorstellung herausgehen. Der dem Standpunkte der Sophisten zu Grunde liegende Gedanke ist der die vorigen auf den besonderen Begriffen des Einen oder Vielen, des Nacheinanderseins und Nebeneinanderseins beruhenden Systeme vollständig verneinende, nämlich:

Es ist weder das Eine des Nacheinanderseins oder das Seiende, noch das Viele des Nacheinanderseins, das auf den Begriff des allgemein Nichtseienden führte, noch beide in dieser Trennung zugleich; und ebenso weder das Eine des Nebeneinanderseins, noch das Viele des Nebeneinanderseins, noch beide in dieser Trennung zugleich. —

Dies ist der Standpunkt der Sophisten. —

Wie oben bemerkt wurde, ist alles, dessen wir inne sind, das Produkt unserer Wechselbestimmung mit dem Allgemeinen, es ist unsere Einheit mit dem Allgemeinen, der eine Trennung zu Grunde liegt. —

Das nach dem Innesein gekehrte Forschen muß hier wie früher an dem Außerunsseienden zuerst das untergeordnetste Besondere in der vollständigen Trennung, d. i. die einzelnen Anschauungen, Empfindungen und Vorstellungen, nicht aber die Einheit des getrennten Einzelnen, den Begriff erblicken. —

Indem man nun das Anschauen, Empfinden und Vorstellen selbst mit dem Angeschauten und dem unsere Empfindung bestimmenden vergleicht, muß man unseren subjektiven Antheil an dem Angeschauten, Empfundenen und Vorgestellten erblicken. — Das Objektive erscheint dann als ein durch uns Bestimmtes, das allgemein an sich selbst das nicht ist, was es zu sein scheint. — Daher der Grundsatz des Protagoras: „Von allen Dingen ist das Maaß der Mensch, von dem was ist, daß es ist; von dem was nicht ist, daß es nicht ist.“ —

Die Bedeutung dieses Satzes ist, daß wir von keinem Ding behaupten können, ob es wirklich ist, oder nicht ist — ob es Eines ist oder ein Vieles; — überhaupt keine Bestimmung ihm als wirklich zukommend betrachten können. —

Eine gründliche begriffliche Durchführung dieses Prinzips gibt Gorgias. Er führt begrifflich durch, daß weder das Sein ist noch das Nichtsein, noch beides zugleich, weder das Eine noch das Viele noch beides zugleich sei.

Vom Nichtseienden, sagte er, kann man nicht sagen, daß es ist; denn es wäre dann ein Seiendes, nicht ein Nichtseiendes.

Vom Seienden auch nicht, denn es müßte entweder an sich sein, ohne Anfang, oder entstanden sein, was beides nicht sein kann. — Das erste nicht, weil das Seiende (in welchem dann kein Entstandensein, also auch kein Vergangensein vorkommt, es also ein absolut Eines des Neben- einander- und Nacheinanderseins sein müßte), in diesem Falle unendlich, in sich ganz unbestimmt wäre. „Das Unendliche aber," sagt er, „ist nicht als nirgends; denn wenn es wo ist, so ist es verschieden von dem, worin es ist. Aber Dasjenige ist nicht unendlich, was verschieden ist von einem Anderen, in einem Anderen enthalten. Es ist aber auch nicht in sich selbst enthalten; denn so wird das, worin es ist, und das, was es selbst ist, dasselbe. In was es ist, ist der Ort, das was in diesem ist, ist der Körper; daß beide dasselbe seien, ist ungereimt. Das Unendliche ist also nicht. Ebenso ist das Seiende nicht entstanden, denn dann ist es entweder aus dem Seienden oder aus dem Nichtseienden entstanden. Jenes nicht, denn so ist es schon; dies nicht, denn was nicht ist, kann nicht etwas erzeugen."

„Ebenso können beide Sein und Nichtsein nicht zugleich sein. Ist ebenso wohl Eines wie das Andere: so sind sie dasselbe oder sie sind Sein. Sind sie eins, so sind sie nicht Verschiedene, oder ich kann nicht sagen beide, und es sind nicht beide; denn wenn ich sage Beide, so sage ich Verschiedene."

„Das Seiende müßte Eins oder Vieles sein, es kann aber keines von beiden sein. Denn als Eines ist es eine Größe oder Kontinuität, Menge oder Körper (richtiger Begriff des Einen des Nebeneinanderseins); alles dies ist aber nicht Eins, sondern verschieden, theilbar. Wenn es nun nicht Eins, so kann es auch nicht Vieles sein; denn das Viele ist viele Eins."

Dies die rein begriffliche Durchführung. Das Zweite ist wie bei Protogoras das Auffassen des Bestehenden als eines von uns Bestimmten. Wenn auch das Sein wäre, so könnten wir es doch nicht erkennen, denn das, was ist, ist das Vorgestellte, nicht aber das Seiende. Wenn aber auch das Seiende vorgestellt würde, so könnte es doch nicht gesagt und mitgetheilt werden; denn die Vorstellung und das Mittheilen derselben geschieht durch andere Sinnesorgane. — „Das Sichtbare wird durch das Sehen aufgefaßt, das Hörbare durch das Hören und nicht umgekehrt;" es kann also nicht Eines durch das Andere angezeigt werden.

So haben die Sophisten nachgewiesen, daß die untergeordnetsten besonderen Begriffe der ersten Denkstufe zur Welterklärung nicht hinreichen und über keine aufgestellte Frage die Antwort geben können, indem von jedem Bestehenden die entgegengesetzten Bestimmungen mit gleichem Rechte sich behaupten lassen.

Damit mußte Alles, was in Religion, Politik und Wissenschaft positiv als Wahrheit bestand, fallen. Dies mußte zur Auflösung aller gesellschaftlichen Bande, zur absoluten Befreiung der Selbstsucht führen.

Von dieser allgemeinen Auflösung angeregt, mußte der ohnehin schon von der Natur abgewendete und der Forschung des Subjektiven also des menschlichen Lebens, zugewendete forschende Geist sich entschieden und fast ausschließlich auf das moralische Gebiet werfen.

Der Rückgang zu den untergeordnetsten besonderen Begriffen der ersten Denkstufe, nämlich zu den Begriffen des Einen und des Vielen des Nacheinanderseins und des Nebeneinanderseins, war aber bereits unmöglich, es mußte zur Vereinigung derselben, also zu dem Begriffe der Einheit des Einen und des Vielen, der Einheit des Entgegengesetzten, also zum Begriffe des Allgemeinen entschieden übergangen werden.

Dem Sokrates gebührt das Verdienst der Anregung zum Uebergange auf diesen höheren Standpunkt. Sein Bestreben geht überall dahin, die Gleichberechtigung der Anwendung der entgegengesetzten Bestimmungen vorzuzeigen, bleibt aber nicht auf diesem negativen sofistischen Standpunkte, sondern setzt die positive Forderung hinzu, die Einheit dieses Entgegengesetzten, das Allgemeine zu erkennen, was er als das einzige Wahre bestimmt. Hiernach muß ihm das Wissen nach dem Unterschiede der Erkenntniß des Besonderen nach gewissen besonderen entgegengesetzten Bestimmungen und der Erkenntniß des Allgemeinen sich als verschiedenes Wissen darstellen. Er macht der erste diesen Unterschied des Wissens, das die Erkenntniß des Besonderen ist, das er Meinen nennt, von dem Wissen, das auf das Allgemeine, das eigentlich Wahre gerichtet ist, dem Begreifen. Auf diese Idee des Wissens gestützt, wollte er zur Objektivität des Begriffes gelangen.

Er hat sich aber ausschließlich nur den Forschungen im moralisch-sittlichen Gebiete zugewendet, und diesem entsprechend das Gute, nicht aber das subjektive Gute, sondern das objektive, das allgemein Zweckmäßige als das eigentliche Wahre gesetzt.

Diese Bestimmung ist im Verhältnisse zu jener des Anaxagoras in so fern ein Fortschritt, in wiefern der hier dem Bestehenden zu Grunde gelegte Gedanke näher bestimmt ist, nämlich als ein in sich Zweckmäßiges, Allgemeines, Ganzes.

Wir übergehen die gründliche Untersuchung seines Standpunktes,

indem wir es bei Plato und Aristoteles thun werden, welche den nämlichen Standpunkt zur Vollendung gebracht haben.

Plato.

Die Grundlage der Weltansicht des Plato ist der Begriff.

Die Einheit des Einen und Vielen des Nacheinanderseins, also die Einheit des Seins und des Nichtseins, und die Einheit des Einen und Vielen im Nebeneinandersein ist das eigentliche Bestehende oder das Wesentliche.

Diesen Begriff führt er in seiner Reinheit in der Dialektik durch. — Die Form der Durchführung ist bei ihm allgemein in Dialogen.

Wie schon bei Heraklit erwähnt wurde, ist der Begriff des Einen des Nacheinanderseins der Begriff des im Nacheinandersein Stetigen, Ununterschiedenen, Unveränderlichen. Der Begriff des Vielen des Nacheinanderseins ist der Begriff des Diskreten im Nacheinandersein der vielen durch Veränderung nacheinander entstehenden, unterschiedenen Einzelnheiten. — Der Begriff der Einheit des Einen und Vielen im Nacheinandersein ist die Vereinigung der Vorigen, also der Begriff des Ueberganges des Unveränderlichen durch Veränderung in's Unterschiedene und Verbleiben bei diesem Uebergange in Einheit. — Das ist der Begriff des Allgemeinen des Nacheinanderseins als der Einheit von Vielen (Gattung).

Diese Form des Allgemeinen des Nacheinanderseins hat vornämlich der Begriff, u. z. wie er entsteht, nämlich durch Uebergang des Denkens in entgegengesetzte Bestimmungen und Vereinigung derselben. Der Begriff des Allgemeinen des Nacheinanderseins ist also zugleich der Begriff des Begriffes.

Plato führt eigentlich die Vereinigung der Begriffe des Seins und des Nichtseins durch, darum hat diese Entwicklung nicht die obige Einfachheit und Klarheit. Er nähert sich am meisten der obigen Entwicklung im Sofisten, wo er sagt: „daß das Nichtsein näher bestimmt die Natur des Anderen ist" (Einheit, Identität mit sich und Unterschied); „daß die γενη" die Allgemeinheit, eben die er sonst ιδεας nennt vermischt, synthesirt sind (Einheit des Seins und des Nichtseins und zugleich Nichteinheit); „und daß das Sein und das Andere durch Alles und durch einander hindurchgeht; daß das Andere Theil hat an dem Sein, inwohnt, und durch dieses Inwohnen nicht dasselbe ist mit dem, welchem es inwohnt, sondern ein Verschiedenes u. s. w." Siehe Hegel, Gesch. d. Philos., Bd. II., S. 236.

Das Eine des Nebeneinanderseins ist das Stetige, Ununterschiedene im Nebeneinandersein; das Viele des Nebeneinanderseins ist das Diskrete, Unterschiedene, die vielen von einander unterschiedenen Einzelnheiten im Nebeneinandersein.

Plato hat wiederum nicht das Eine und Viele des Nebeneinanderseins ausdrücklich, sondern allgemein das Eine und Viele genommen.

Ein solches Nehmen entspricht eigentlich der Vereinigung des Begriffes des Einen und Vielen des Nebeneinanderseins mit dem Einen und Vielen des Nacheinanderseins. Diese Vereinigung des Allgemeinen des Nebeneinanderseins mit dem Allgemeinen des Nacheinanderseins gibt erst den vollständigen klaren Begriff des Allgemeinen, was aber bei Plato in dieser Vollständigkeit nicht vorkommen konnte. — Plato hat den Begriff der Einheit des Seins und des Nichtseins mit jenem der Einheit des Einen und des Vielen nicht hinlänglich verbunden, und darum mangelt in seinem Begriffe des Absoluten die klare Auffassung der Lebendigkeit, des Ueberganges in's Unterschiedene und Einheit dieses Unterschiedenen.

Zur Bestimmung seines allgemeinen, begrifflichen Standpunktes trägt noch der Umstand bei, daß er diese wesentlichen Begriffe des Seins und des Nichtseins, des Einen und des Vielen von anderen, besonderen, einander entgegengesetzten Verstandesbestimmungen als den unmittelbaren, fundamentalen von den mittelbaren aus diesem abzuleitenden nicht abtrennen konnte. — Darum erscheinen bei ihm die sämmtlichen Begriffe in einer Art Gleichberechtigung; sein Streben geht dahin, allgemein die Einheit des Entgegengesetzten zu bestimmen, und sowohl das Allgemeine, als jedes bestehende Besondere als solche Einheit des Entgegengesetzten aufzufassen, also allgemein das Aufsuchen, die Bildung der Begriffe. Das positive Resultat seiner Dialektik war also die Gegenüberstellung dem Bewußtsein der Anschauungen oder der angeschauten Einzelnheiten, der sinnlich Realen und der unmittelbaren Verstandesbestimmungen der ersten Denkstufe, das Bewußtsein des Allgemeinen, der Begriff; also dem Meinen das Begreifen. — Da nun aus dem Standpunkte der Sophisten die Objektivität des Einzelnen und der unmittelbaren Verstandesbegriffe der ersten Denkstufe gefallen war, so war das Nächste das Allgemeine, das Begriffliche als das wahre Objektive anzunehmen.

Dies thut auch Plato. — Das Sinnliche, die uns erscheinenden Dinge sind bei ihm nichts Wahres, weil sie sich verändern, durch Anderes bestimmt werden; das Wahre, das Objektive ist das Allgemeine, das Begriffliche, das, was wir durch das Begreifen erkennen. Dieß ist sein Begriff der Idee. — Er bedeutet zunächst Gattung, Art. Man muß aber unter seinem Begriffe der Idee weder den reinen Begriff des Allgemeinen, des Nebeneinanderseins, wie nämlich alles Bestehende in seinen äußeren Merkmalen sich als ein Gleiches und Ungleiches darstellt, nehmen, noch den Begriff der Einheit des Allgemeinen des Nebeneinanderseins und des Allgemeinen des Nacheinanderseins, nämlich, daß das Bestehende durch den wirklichen Uebergang im Nacheinandersein und Nebeneinandersein zugleich in Unterschiedenes, Entgegengesetztes und Zurückvereinigung dieses Entgegengesetz-

ten ein Allgemeines, Einheit des Besonderen des Nacheinanderseins und Nebeneinanderseins wird, also nicht die lebendige, wirklich bestehende Gattung, sondern die Gattung mehr dem Gedanken nach, als Begriff als Einheit der entgegengesetzten Verstandesbestimmungen.

Auf diesen Grundbegriff ist die allgemeine Weltanschauung des Plato gegründet. In dem Mangel dieses Grundbegriffes ist das Mangelhafte der ganzen Weltanschauung zu suchen. Dieser Mangel ist aus dem Obigen ganz einleuchtend, wenn man das hier Durchgeführte mit dem aus der ersten Denkstufe sich ergebenden Allgemeinbegriffe, nämlich mit dem Begriffe des nebeneinander-nacheinanderseienden Allgemeinen vom Besonderen in den unendlichen Unterordnungen vergleicht.

Dieser Mangel liegt darin: 1. daß Plato zwar die Einheit des Seins und Nichtseins durchgeführt, diese aber nicht hinlänglich als innere sich in sich selbst Bewegung, innere Thätigkeit des Bestehenden in sich selbst erfaßt und in dieser vollständigen Bedeutung auf das Absolute übertragen; das Absolute nicht in dieser inneren Thätigkeit in sich selbst, innere Sichselbstveränderung und bei sich Bleiben bei dieser Veränderung aufgefaßt hat.

Zweitens ist in Plato nur eine einzelne Vereinigung des Einen und Vielen im Nacheinandersein und Nebeneinandersein und zwar besonders durchgeführt, nicht aber das Allgemeine vom Besonderen in Einheit mit allen Unterordnungen. — Das Allgemeine ist nicht in lebendiger, dialektischer Einheit mit den untergeordneten Allgemeinheiten jeder Ordnung aufgefaßt. — Es ist also der Begriff des Einzeln-Begriffes, nicht aber der Begriff des Allgemeinbegriffes. Das wissenschaftliche Resultat dessen ist also das Wissen vieler besonderen Einzelnbegriffe, (vieler besonderen Ideen) nicht aber die Entwickelung des Allgemeinbegriffes in Einheit durch das Herausgehen von den unmittelbaren, besonderen Begriffen, dialektische Trennung und Vereinigung derselben und Uebergang auf diese Weise zu höheren Allgemeinbegriffen, wie wir sie z. B. bei Hegel finden. — Solche Entwickelung des Allgemeinbegriffes ist überhaupt im Alterthume nicht vorhanden. Die Einzelnbegriffe werden getrennt, abgesondert behandelt, nicht aber auseinander, das Verhältniß derselben zu einander wird nicht bestimmt. — Durch Anwendung des Platonischen Grundbegriffes auf das Objektive oder das objektive Nehmen dieses Begriffes, muß also der nämliche Mangel in die allgemeine Weltanschauung hineingetragen werden. — Als das wahre, wirkliche Objektive werden die vielen außer Verbindung mit einander seienden Allgemeinheiten viele Ideen, nicht aber das Allgemeine der untergeordneten Allgemeinheiten in der unendlichen Unterordnung — nicht die Idee der untergeordneten Ideen genommen. — Es sind also nebengeordnete, über- und untergeordnete Ideen ohne innere, lebendige Verbindung mit einander, und da jedes untergeordnete Allgemeine ein Besonderes seines Uebergeordneten, also ebenso das untergeordnetste Besondere, das kon-

kreteste Einzelne, das einzelne Angeschaute, ein untergeordnetes von dem ihm zunächst übergeordneten Allgemeinen ist, so ist auch keine wirkliche, lebendige Verbindung zwischen dem angeschauten Sinnefälligen und den Ideen. Die Ideen stehen begrifflich getrennt von einander und dem sinnenfälligen Materiellen. — Die Ideen und das Materielle sind einander gegenübergestellt. So erscheint bei Plato eine Trennung zwischen der allgemeinsten Idee, einer Vielheit von untergeordneten Ideen, und dem untergeordnetsten Besonderen, dem Sinnenfälligen. — Dieser Mangel der begrifflichen Einheit zwischen den Ideen untereinander, dann den Ideen und dem Angeschauten muß nicht begrifflich, sondern durch Anwendung besonderer Verstandesbestimmungen, besonderer Ausdrücke ausgefüllt, die Einheit durch einzelne Ausdrücke und Vorstellungen (bei Plato ganze Allegorien, Mythen) vermittelt werden. Nicht nur im ganzen Alterthume konnte nicht anders die ganze Weltanschauung gegeben werden, sondern auch jetzt hat sich noch die Philosophie selbst zu der vollständigen, begrifflichen Durchführung der Welterklärung nicht erhoben. — Besondere Begriffe und Vermittlung der Einheit derselben durch einzelne Ausdrücke, Vorstellungen und Allegorien. — In den besonderen Wissenschaften ist noch diese Art ganz vorherrschend. — Auch kann überhaupt die begriffliche Einheit des Ganzen nur von einzelnen Menschen, welche sich zum Allgemeinbegriffe dialektisch erheben, begriffen werden; für die anderen muß man den Allgemeinbegriff selbst in die besonderen Begriffe trennen, und die getrennten einzelnen, durch besondere Ausdrücke und Vorstellungen zur Einheit vermittelt geben.

Durch diese Vermittlung der einzelnen Begriffe (bei Plato der allgemeinsten Idee, der einzelnen Ideen und des Sinnefälligen) durch einzelne Ausdrücke, Vorstellungen und Mythen muß das Einzelne, begrifflich Getrennte, ohngeachtet des Strebens, dasselbe in der Einheit zu fassen, als für sich ganz besonders objektiv Bestehendes erscheinen. Dies ist in der Darstellung Platos ganz ausgeprägt. In seiner Darstellung des Ganzen erscheint die Annahme des abgesonderten, ewigen, unveränderlichen Nebeneinanderbestehens der allgemeinen Idee oder Gottes und der vielen einzelnen für sich seienden getrennten Ideen, und dann des sinnenfälligen in sich ganz unbestimmten und sich aus sich selbst zu bestimmenden unfähigen Substrates, der Materie. — Einerseits erscheint bei ihm dieses Getrennte als das für sich in dieser Trennung Bestehende, und zwar da, wo er diese Getrennten erst zur Einheit führen will, andererseits nimmt er aber nach der Durchführung dieser Vereinigung die wirkliche, lebendige Einheit dieses Getrennten als das wirkliche Objektive, als den wirklichen, lebendigen Gott.

Die besonderen Begriffe sind aus dem Bestehenden genommen, sie sind eine Analyse des Bestehenden, an welchem sie in Einheit erscheinen; daher stellt sich unmittelbar die Forderung, dieses Getrennte zur Einheit zu führen, das Bestehende als Einheit dieses Getrennten zu fassen. — Dieß

muß der bei Plato vorherrschende Gedanke sein, den er aber wegen dem in dem Grundbegriffe liegenden Mangel nicht vollständig durchführen kann. Die Vereinigung kommt von Außen her, ist nicht in sich selbst, folglich erscheint das Getrennte eben so für sich objektiv wirklich, wie auch als Einheit.

Diese Zurückführung der besonderen Begriffe zur Einheit entwickelt er unter Anderem auf folgende Art:

„Gott" (die absolute Idee in ihrer Reinheit aufgefaßt) ist das Gute. — Das Gute hat aber auf keinerlei Weise einen Neid in sich; deßwegen hat Gott die Welt sich am ähnlichsten machen wollen. — Er fand nun das Sichtbare vor, nicht als ruhig, sondern zufällig, unordentlich bewegt, („also zwar bewegt, aber in sich unbestimmt") und brachte es aus der Unordnung in Ordnung, indem er diese für vortrefflicher als jene erachtete. — Ueberlegend, daß von dem Sichtbaren das Unverständige nicht schöner sein könne, als das Vernünftige, der Verstand aber ohne Seele an nichts Theil haben könne, — nach diesem Schluße setzte er den Verstand in die Seele und diese in den Körper und schloß sie so zusammen, daß die Welt ein verständiges, beseeltes Thier geworden ist. — Es ist aber nur Ein solches Thier u. s. w."

Weiter sagt er: „Da Gott die Welt sich ähnlich, sie zum Gotte machen wollte, so hat er ihr die Seele gegeben und diese in die Mitte gesetzt und durch das Ganze ausgebreitet und sie auch von außen durch sie umschlossen und auf diese Weise dieß sich selbst genügende, keines Anderen Bedürftige sich selbst bekannte und befreundete Wesen zu Stande gebracht. Und so hat Gott durch alles Dieses die Welt als einen seeligen Gott geboren." — Weiter sagt er von der Seele: „Das Wesen der Seele aber ist auf folgende Art geschaffen worden. Von dem ungetheilten und sich immer gleich seienden Wesen und dann von dem getheilten Wesen welches an den Körpern ist, hat Gott eine dritte Art von Wesen aus Beiden zur Mitte vereint, welche von der Natur des Sichselbstgleichen und von der Natur des Anderen ist. Und hiernach hat Gott sie zur gleichen Mitte des Ungetheilten und des Getheilten gemacht. — Und diese drei Wesen als verschieden gesetzt nehmend, hat Gott Alles in eine Idee vereint, indem er die Natur des Anderen, die schwer vermischbar ist, mit Gewalt in das Sichselbstgleiche hineinpreßte. — Dieß mit den Wesen vermischend, und aus allen Dreien Eins machend, hat er dieses Ganze wiederum in Theile, so viel als sich geziemte, ausgetheilt." Diese Eintheilung macht Plato nach mathematischen Verhältnissen. Dieß ist die Entwickelung des Weltganzen im Allgemeinen. — Diese göttliche Welt nennt er auch „das Muster, das allein im Gedanken und immer in der Selbstgleichheit ist, ein Zweites das Abbild jenes Ersten, die Welt, die Entstehung hat und sichtbar ist. — Die Entstehung der besonderen Dinge erklärt er nun auf folgende Weise:

Vom Göttlichen ist Gott selbst der Urheber. Die Erzeugung und Einrichtung der sterblichen Dinge hat Gott seinen Gehilfen übertragen. —

Diese nun, das Göttliche nachahmend, weil sie in sich selbst das unsterbliche Prinzip einer Seele empfangen, haben einen sterblichen Körper gemacht und in diesen ein anderes sterbliches Bild der Idee der Seele gesetzt u. s. w."

Also bei ihm die Entwickelung der Einheit des begrifflich Getrennten, der Ideen und des Sichtbaren, denn sein Begriff der Seele ist nichts Anderes als der Begriff der Idee selbst, der Begriff einer sich in sich selbst Bewegung und bei sich Bleiben, Einheit mit sich in dieser Bewegung. Die Idee in Beziehung auf das Sichtbare, als lebendige vernünftige Einheit dieses Sichtbaren ist die Seele. — Die Form der Durchführung ist, wie oben bemerkt wurde, nicht begrifflich also von Außen hinzukommend, wie durch die Ausdrücke: „er setzte den Verstand in die Seele und diese in den Körper und schloß sie zusammen oder er preßte die Natur des Anderen mit Gewalt in das Sichselbstgleiche; „oder die Erzeugung der sterblichen Dinge hat Gott seinen Gehilfen übertragen, diese nun das Göttliche nachahmend u. s. w." Darum ist die Vereinigung so wie keine, namentlich zwischen der allgemeinen Idee und den besonderen, der allgemeinen Weltseele und den besonderen Seelen, dann auch zwischen der Idee und dem Sinnenfälligen. — Der Mangel in den Grundgedanken seines Systems ist der Grund, daß hier keine begriffliche Vereinigung möglich ist. — Das philosophische an der Durchführung dieser Einheit ist nur die Erkenntniß, daß diese besonderen Begriffe in Einheit genommen werden müssen, daß diese Einheit, dieser seelige Gott, die sich selbst genügende Ganzheit, die keines Anderen bedarf, die Einheit des Ungetheilten und Getheilten durch die Einheit beider das eigentliche Objektive ist. — Wegen der nichtbegrifflichen Vereinigung erscheinen aber auch die besonderen Begriffe in ihrer Trennung objektiv, so wie z. B. in unserer Physik der gemachte Unterschied zwischen Kraft und Materie, wiewohl wir die Kraft als immanent der Materie nehmen, in dieser Trennung als objektiv genommen werden. — Während nun später nach der Völkerwanderung mit dem Aufleben der Wissenschaften sein Begriff der Ideen unberücksichtigt geblieben ist, wurde die Erscheinungswelt als eine sich selbst genügende, sich aus sich selbst verändernde, vernünftige Ganzheit betrachtet (Bruno, Vanini ꝛc.), und man war überall bemüht, sowohl in den Grundbegriffen der Mechanik, als auch in den Entfernungen und Bewegungen der Planeten, mathematische Verhältnisse (einfache und quadratische, gerade und verkehrte) aufzusuchen und aufzuweisen, was man als Zeichen der vernünftigen Welteinheit und Ganzheit nahm. — So wie die Naturlehre beruht auch die Moral des Plato auf dem Begriffe des Allgeminen, auf dem Begriffe des Staates. — Dieses zu entwickeln steht außer dem Zwecke dieser Schrift.

Aristoteles.

Der Grundgedanke des Aristotelischen Systems ist die Vollendung des Grundgedankens des Platonischen Systems.

Wir haben den Mangel des Platonischen Systems darin gesehen, daß er das Allgemeine, die Idee, nicht hinlänglich als Allgemeines des Nacheinanderseins, d. i. Uebergang in das Unterschiedene, Entgegengesetzte und Beisichbleiben in diesem Uebergange, also nicht hinlänglich als eine innere Thätigkeit in sich selbst, eine sich selbst produzirende Allgemeinheit erfaßt hat.

Als Folge davon zeigte sich die Trennung zwischen den Ideen und dem Besonderen. Die Ideen wurden von der Erscheinungswelt losgerissen und als selbstständig bestehende, unveränderliche Formen gesetzt, durch deren Nachahmung die erscheinenden Dinge bestehen.

Aristoteles hat ausdrücklich gesehen, daß das ewige, unveränderliche, von der Erscheinungswelt getrennte Bestehen der Ideen jeder Begründung entbehrte, daß die Ideen in dieser Trennung nur eine unnütze Wiederholung der bestehenden Dinge sind, indem sie nichts Anderes, als verewigte, sinnliche Erscheinungen sind, ohne allen Einfluß auf das wirklich Bestehende, indem in ihnen der Grund des Werdens des erscheinenden Besonderen nicht vorhanden ist.

Darum macht er diese Trennung nicht und beläßt das Besondere naturgemäß in seinem Allgemeinen, indem er das Bestehende als eine sich in sich selbst produzirende Allgemeinheit, als eine Thätigkeit erfaßt, welche auf das Entstehen und Vergehen des Besonderen gerichtet ist, aber auch bei diesem Uebergehen in Anderes bei sich bleibt, und eine Einheit in sich selbst, Allgemeinheit ist.

Dieser Grundgedanke führt ihn auf den Begriff der Potentialität, Materie und der Aktualität oder der formgebenden Thätigkeit, die nach Zwecken wirkt.

Der Unterschied von Plato, der dem sinnenfälligen Substrate die Ideen gegenüberstellt, liegt also darin, daß die Ideen von Plato, welche nichts Anderes als die dem Bestehenden zu Grunde liegenden Formen sind, bei Aristoteles als Form gebende Thätigkeit aufgefaßt werden. — Die Form ist also bei ihm nicht das ruhende, wesentlich Seiende durch Theilnahme an welchem das Besondere an der Wirklichkeit Theil nimmt, sondern eine Thätigkeit aus sich selbst, und zwar nicht die in sich unbestimmte Thätigkeit, Kraft, sondern eine Thatigkeit, welche in sich selbst eine Form ist und darum dem sinnlichen Substrate eine Form gibt.

Das sinnenfällige Substrat, die Materie, ist das Potentielle, d. h. es hat das Vermögen die formgebende Thätigkeit aufzunehmen und dadurch nicht unbestimmt zu bleiben, sondern zum Bestimmten, sich verändernden

Besonderen zu werden. — Ohne diese Thätigkeit ist sie ein absolut Unbestimmtes, und als Solches nicht ein vollständig Wirkliches, sondern ein Mögliches, ein Wirkliches wird sie erst durch die Thätigkeit, durch welche sie Formhabendes, Besonderes wird. — Doch ist das Mögliche kein Nichtseiendes, sondern nur kein vollständig Seiendes. — Er sagt: „Die Materie ist die Grundlage, an der die Veränderung vorgeht. — Die Veränderung selbst ist aus dem, was der Möglichkeit nach ist, in die Wirklichkeit; das mögliche Weiße verändert sich ins wirkliche Weiße. Nicht aus dem Nichts entstehen nach Zufall die Dinge, sondern Alles entsteht aus einem Seienden. Das Mögliche heißt also selbst ein Seiendes. Das Mögliche ist also ein Seiendes, das aber noch ein Anderes fordert, nämlich: die Thätigkeit. — Die Thätigkeit, Energie, Entelechie ist nicht die unbestimmte Thätigkeit, Kraft, sondern eine Thätigkeit, die sich in sich selbst zur Form bestimmt, der n Inhalt also dieses sich Bestimmen zur Form ist, die also diesen Zweck in sich hat und ihn aus sich selbst verwirklicht. — Indem nun diese nach einem Zwecke geschieht, so ist sie eine vernünftige Thätigkeit, die Vernunft selbst.

Das Bestehende, die bestehenden, besonderen Dinge sind nun die Einheit dieses Möglichen der Materie und formgebenden, verwirklichenden Thätigkeit. — Das, was nur möglich ist, könnte auch nicht zum Wirklichen werden; durch die verwirklichende Thätigkeit wird es zum Wirklichen, und es ist diese in sich thätige Form, der sich von selbst verwirklichende Zweck, das Wesentliche an dem Bestehenden, Besonderen. — Es ist aber das Verhältniß der Materie zur Form, der Möglichkeit zur verwirklichenden Thätigkeit, nicht so zu fassen, daß immer nur die in sich ganz unbestimmte Materie das Mögliche gegenüber dem formgebenden Thätigen ist. — Das, was in Bezug auf Eines die Form ist, ist wiederum nur ein Mögliches, gleichsam Passives, in Bezug auf eine andere Thätigkeit, anderen Zweck. — So ist das Bestehende ein ewiges sich Verwirklichen des Möglichen durch die formgebende Thätigkeit. — Die Materie wird selbst immer mehr zur Form, zu einer Thätigkeit aus sich und in sich selbst, bleibt aber am Besonderen noch gegenüber der formgebenden Thätigkeit, durch welche sie immer zu einer reineren, höheren Form erhoben wird.

Das Höchste ist, wo das Mögliche und die formgebende Thätigkeit mit sich in Einheit sind, das, was möglich ist, in sich selbst auch die diese Möglichkeit verwirklichende Thätigkeit ist, wo also kein Unterschied zwischen dem die Form Aufnehmenden und dem die Form Gebenden, sondern nur Eines ist, das sich selbst verwirklicht, sich selbst produzirt.

Dieß muß, indem es sich selbst bewegt und nicht von Anderem bewegt wird, im Ganzen ein Unbewegtes, Ewiges, Bewegendes sein, das eigentliche Seiende, die eigentliche Substanz.

Das Besondere ist das Vergängliche und zwar darum, weil es, wie es einerseits ein Wirkliches, auch anderseits ein Mögliches ist, das durch

die mit ihm nicht in der Einheit seiende, verwirklichende Thätigkeit zu einem Anderen wird. Das aber, was reine Thätigkeit selbst ist, dessen Wesen eben diese Thätigkeit selbst ist, bleibt, weil es durch kein Anderes bestimmt wird, kein Anderes zu ihm hinzukommt, unvergänglich, ewig.

Diese Einheit des Möglichen und Thätigen aber, oder die reine Thätigkeit selbst, ist nicht als das von der Materie spätere zu betrachten. — „Denn das, was nur der Möglichkeit nach ist, könnte auch nicht sein. Die Energie ist das Höhere, Frühere als die Möglichkeit. — Es ist daher nicht zu sagen, wie die Theologen sagen, daß zuerst in unendlicher Zeit ein Chaos oder die Nacht, oder wie die Physiker das Alles zumal. Denn, wie könnte Etwas sein, wenn nichts der Wirklichkeit nach Ursache wäre? Denn die Materie bewegt sich nicht selbst, sondern der Werkmeister. Die reine Thätigkeit ist vor der Möglichkeit, nicht der Zeit nach, sondern dem Wesen nach, das was in gleicher Wirksamkeit sich immer gleich bleibt."

Wir sehen hier also den Unterschied zwischen dem Sein der Materie und dem Sein der reinen, durch sich selbst seienden Thätigkeit. — Dieses letzte Seiende ist das wesentlich Seiende, das Unveränderliche, Ewige, Unbewegte und Bewegende. — Die Materie ist nicht früher als dasselbe. Die reine Thätigkeit ist also nicht nur die, zu welcher das Bestehende durch immer größeres Formwerden des Stoffes kommt, sondern auch das Substantielle, Ewige. — Das Substantielle ist also das, was aus sich selbst und in sich selbst thätig ist, aus sich und in sich selbst sich bewegt, im Kreise sich bewegt."

„Im Kreise" ist nur ein unvollständiger Ausdruck des sich in sich selbst Bewegens. — „Und dieß," sagt Aristoteles, „ist nicht nur in der denkenden Vernunft zu sehen, sondern auch durch die That," d. i. in der wirklichen, sichtbaren Natur. — Das an dem Bestehenden Wesentliche und die denkende Vernunft fallen also in ihrer Wesenheit zusammen, und diese ist die reine Thätigkeit, das sich aus sich und in sich selbst Bewegende. — So ist das wesentlich Bestehende, bestehende Absolute — die Vernunft, der Geist, Gott — und die bestehenden, besonderen Dinge verfolgen den Zweck des Formwerdens des Stoffes, des Gelangens zur Einheit des Möglichen und Thätigen, — also rein Wesentliches zu sein — die Rückkehr des Wesentlichen zu sich selbst.

Dieser Aristotelische Begriff der reinen Thätigkeit ist also offenbar der Begriff des Allgemeinen und zwar annähernd der Einheit des Allgemeinen des Nacheinanderseins und des Nebeneinanderseins, indem diese Thätigkeit allgemein genommen wird.

In seinem ganzen Begriffe des Bestehenden ist aber nicht vollständig der Dualismus der Materie und der Thätigkeit als gelöst zu betrachten. — Das Bestehende ist als Einheit des sinnenfälligen Substrates und der Thätigkeit gesetzt, nicht aber die begriffliche Einheit derselben erfaßt. —

Die besonderen Dinge sind Einheit der Materie und der Thätigkeit, und als solche sind sie die qualitative Materie, eine Materie, die Einheit der Materie und der Thätigkeit ist, welche durch die absolute Thätigkeit als das Potentielle durch das Aktuelle, als Stoff durch die Form wiederum verändert wird. — Die besonderen Dinge sind schon auf diese Art als eine sich aus sich produzirende Thätigkeit in der allgemeinen Thätigkeit erfaßt. — Aber die ursprüngliche Materie, die zwar nur als Mögliches erfaßt wird, ist nicht aus der reinen Thätigkeit selbst hervorgekommen oder das Thätige mit dem Möglichen nicht ursprünglich in Einheit erfaßt.

Dieß konnte aber auch damals nicht geschehen, denn es erfordert die gänzliche Durchführung des Allgemeinbegriffes als Einheit des Allgemeinen vom Besonderen des Nebeneinanderseins und des Nacheinanderseins in den unendlichen Unterordnungen. Hier ist noch im Prinzip die Trennung des Nebeneinanderseins und des Nacheinanderseins. — Das sinnenfällige Substrat, die Materie, nicht wie sie schon in besonderen Dingen in Einheit mit der Thätigkeit ist, sondern die ursprüngliche, ist nichts Anderes als das rein im Nebeneinandersein Bestehende, dem aller Uebergang in das Nacheinandersein, alle Sichselbstveränderung benommen und in die formgebende Thätigkeit versetzt wurde.

Dieser entwickelte Begriff der Potentialität und Aktialität und ihrer Einheit ist der Grundbegriff, auf dem die ganze Philosophie des Aristoteles beruht. — Der Mangel in diesem Grundbegriffe ist der schon bei Plato entwickelte, daß hier nicht die Vereinigung des Begriffes des Allgemeinen vom Besonderen in den unendlichen Unterordnungen des Nebeneinanderseins mit jenem des Nacheinanderseins, also nicht der objektive Allgemeinbegriff, die aus sich und in sich werdende Allgemeinheit, wie sie wird, wie dieses nacheinander werdende Formwerden des Stoffes geschieht, durchgeführt ist, sondern nur der objektive Einzelnbegriff, nur das einzelne Erfassen, daß das Substantielle eine aus sich und in sich selbst werdende, formgebende, vernünftige Thätigkeit ist.

Um die historische Bedeutung des Aristoteles ganz zu würdigen, muß man erkennen, daß man in dieser Entwickelungsperiode zum Bewußtsein des Begriffes des Allgemeinen vom Besonderen des Nacheinanderseins in den unendlichen Unterordnungen, also auch der Einheit dieses Begriffes mit dem Begriffe des Allgemeinen vom Besonderen des Nebeneinanderseins nicht gelangen konnte. — Das Auseinanderwerden des Bestehenden durch sich selbst, die allgemeine Verkettung der Ursache und Wirkung, ist das erste, das zum Bewußtsein gelangen muß, das Spätere ist erst die Erkenntniß der Form dieser Verkettung des aus sich und in sich werdenden Allgemeinbegriffes. — Von dem hier entwickelten Begriffe ist noch ein weites Feld der Forschungen dieses Auseinanderwerdens und der Versuche der Entwickelung der

Begriffe aus sich selbst nöthig, um auf die Entwickelung des Allgemeinbegriffs zu kommen.

Beim Aristoteles kann also von der Einheit der Begriffe, von dem allgemeinen, inneren Systeme der Entwickelung der Begriffe aus einander keine Rede sein; von ihm ist nur der richtige Einzelnbegriff und das begriffliche Nehmen alles Gegenständlichen nicht in Einheit, sondern abgesondert wie das Gegenständliche neben einander erscheint zu fordern, welchem er auch vollständig entsprochen hat. — Er hat Alles in den Begriff erhoben.

In dieser Arbeit muß man sich nur auf die obige, allgemeine Darstellung seines Grundgedankens beschränken, die Behandlung der besonderen Gegenstände, die Durchführung der besonderen Begriffe kann hier nicht gegeben werden. — Er hat Alles seiner Betrachtung unterzogen, verfährt empirisch, geht überall von dem Besonderen heraus, nimmt die einzelnen Gegenstände und die einzelnen Verstandesbestimmungen, wie sie sich ihm darbieten und führt sie zum Allgemeinen, zum Begriffe. Indem Aristoteles den Allgemeinbegriff und überhaupt das Wissen in Einheit nicht geben konnte, aber alle Erkenntniß seiner Untersuchung unterzogen hatte, mußte ihm das Wissen, wie sich ihm der Erkenntnißstoff natürlich gruppirte, in besonderen Wissenschaften zerfallen. — Die von ihm geschehene Trennung in besondere Wissenschaften hat sich bis in die neuesten Zeiten erhalten.

Mit ihm schließt sich der allgemein wissenschaftliche Fortschritt des Alterthums ab. — Der griechische Geist war schon erschöpft und zum weiteren, allgemeinen Fortschritte untauglich. — Durch den inneren Zerfall der ganzen historischen Welt des Alterthums, welchen das wissenschaftliche Ueberschreiten des ihrer Einrichtung zu Grunde liegenden Gedankens eben hervorgerufen hatte, angeregt, mußte sich der Geist überwiegend der praktischen Seite und zwar vornehmlich der Ethik zuwenden, um der allgemeinen Auflösung aller sozialen Verbindung entgegenzuwirken. — Die praktische Seite konnte auf die absolute Vollendung der begrifflichen Entwickelung nicht warten, — man mußte auf Grundlage des errungenen Resultates ein neues, soziales Verhältniß bauen. — Ueberdieß war das durch die griechische Philosophie errungene Resultat derart, daß man auf Grundlage desselben alle Erkenntniß ganz von vorne anfangen und einen langen Weg der Sammlung der Erfahrungen in jedem Gebiete des Wissens auf eine vom Alterthume ganz verschiedene Art zurücklegen mußte, bis man einen Fortschritt in der Erkenntniß des dem Bestehenden zu Grunde liegenden Begriffes machen konnte.

Bei Aristoteles ist also dieses Resultat der wissenschaftlichen Forschungen zu suchen, auf dem weiter zuerst im Oriente und dann im Occidente fortgebaut wurde, bei ihm also auch der Grundgedanke zu suchen, der der späteren Entwickelung der Wissenschaften, namentlich der Naturlehre eine

andere Wendung gab, wodurch diese auf einen von jenem des Alterthums wesentlich verschiedenen Standpunkt gestellt wurden. — In Plato erscheint der Begriff der Idee wesentlich hervorgehoben; auch Aristoteles begreift sein Auseinanderwerden als Uebergang in Entgegengesetztes und Einheit desselben, diese Bestimmung erscheint aber bei ihm nicht in der bei Plato vorkommenden Trennung und Reinheit, sie ist praktisch in den Erkenntnißstoff versetzt, wodurch sie selbst in demselben theilweise verschwindet, dabei aber das Bestehende praktisch auf eine von dem ursprünglichen Nehmen desselben wesentlich verschiedene Art begriffen wird.

Der Begriff des Allgemeinen konnte in seiner Reinheit noch für das praktische Wissen von keinem Nutzen sein, weil er ebenso am Allgemeinen wie am Besonderen sich nicht objektiv werden konnte.

Dieser Begriff war noch in seiner Reinheit für das praktische Wissen von keiner Bedeutung, bleibt noch von diesem getrennt, so sehen wir ihn in der christlichen Religion, im Begriffe der heiligen Dreifaltigkeit ausgesprochen, aber ohne allen Bezug auf das praktische Wissen.

Nicht also dieser oberste Begriff, auf den zwar die griechische Philosophie gekommen, den sie aber nicht anwenden konnte, ist in seiner Reinheit als Ausgangspunkt und Grundlage des späteren Fortschrittes zu nehmen, sondern die Begriffe, die im Praktischen Eingang gefunden, auf dasselbe sich anwenden ließen, so hauptsächlich der Begriff der Natur.

Aristoteles faßt die Natur als ein lebendiges Ganzes auf, das Einheit in sich selbst ist und ebenso im Ganzen, wie im Besonderen sich in sich selbst durch das ihm innewohnende Gesetz, (Nothwendigkeit, formgebende Thätigkeit) den Zweck, den sie in sich hat, sich selbst bestimmt. — Indem die Natur in ihren Bildungen einen Zweck verfolgt, ist sie als Geschichte zu betrachten. — Die Natur verfolgt eine unendliche Stufenreihe von Gebilden vom Unorganischen zum Organischen, zur Pflanzen- und Thierwelt fortschreitend, und findet ihren Endzweck an dem Menschen. — Dieser sein Begriff der Natur fließt aus seinem allgemeinen Standpunkte, indem er das Bestehende überhaupt als Einheit der Potentialität, Materie und Aktualität, formgebende Thätigkeit, formgebende Kraft auf die Art betrachtet, daß nämlich das, was in einer Beziehung schon die Einheit der Materie und der Kraft ist, in anderer Beziehung nur das Potentielle in Bezug auf die formgebende Thätigkeit ist, welche dasselbe zur weiteren, reineren Form bringt.

Mit diesem Begriffe der Natur wird das Hauptgewicht in der Naturerkenntniß gesetzt auf die Erkenntniß des Auseinanderwerdens der Naturprodukte als Formen, also auf die Erkenntniß der formgebenden Thätigkeit oder Kraft, welche dem in sich ununterschiedenen und sich aus sich zu bestimmen nicht vermögenden Stoffe, der Materie die Bewegung, Veränderung und damit diese Formen gibt. — Die spätere Physik sehen wir aus diesem Grundgedanken herausgehen. — Die Natur wird als Einheit der

sich aus sich zu bestimmen nicht vermögenden, also trägen Materie, und der sie bestimmenden als reine Thätigkeit erfaßten Kraft (einfache Kraft im Unorganischen und formgebende Lebenskraft im Organischen) begriffen, und so durch diese ihr innewohnende Thätigkeit im Ganzen als eine sich in sich selbst bestimmende Ganzheit gesetzt.

Die Naturforschung wendet sich von der Untersuchung der mannigfaltigen, äußerlich erscheinenden Merkmale, auf die Untersuchung der Kräfte und ihrer Beziehungen zu einander, wodurch sie von der oberflächlichen Beschreibung des Auseinanderwerdens auf die Gesetze dieses Auseinanderwerdens, auf das Logische der Natur und dadurch endlich auf das der Natur zu Grunde liegende Allgemeingesetz kommt. Nur durch diese Untersuchung der Kräfte und damit der Gesetze des Auseinanderwerdens kann das dem Bestehenden zu Grunde liegende Allgemeingesetz objektiv sich zeigen.

So setzt Aristoteles durch seinen Begriff der Natur die Grundlage der späteren von der vorigen wesentlich unterschiedenen, also ganz von Anfang beginnenden Forschung der Natur.

Den zweiten Anfang gibt er der, der Naturwissenschaft ganz entgegengesetzt scheinenden Wissenschaft, der Wissenschaft der reinen Begriffe, der Wissenschaft der Logik.

Dem Bestehenden und unserem Denken liegt eine allgemeine Form, ein Allgemeinbegriff zu Grunde, welcher die unendliche Mannigfaltigkeit des Erkenntnißstoffes zur Einheit verbindet. — Aristoteles macht in seiner Logik den ersten Schritt zur Erkenntniß dieser unserem Denken und damit auch dem Bestehenden zu Grunde liegenden Form, indem er nach solchen Formen sucht, sie von der unermeßlichen, konkreten, an der Anschauung haftenden Erkenntniß trennt und sie einer besonderen Untersuchung unterzieht. — Dazu gehört seine Untersuchung der Kategorien und der verschiedenen Urtheils- und Schlußformen, wie auch in der Methaphysik die Untersuchung des Satzes des Widerspruches. — Zwar ist seine Bestimmung der Kategorien nur empirisch aufgenommen und ihre Wahl zum Theile verfehlt, das Wichtige ist aber eben das mit ihm aufgekommene Bewußtsein, daß dem unendlichen Erkenntnißstoffe gewisse Denkformen zu Grunde liegen, also diese von ihm bewirkte Trennung der allgemeinen Denkformen von der konkreten Erkenntniß. — Hegel bemerkt richtig in seiner Geschichte der Philosophie: „Es ist ein unsterbliches Verdienst des Aristoteles dieß Bewußtwerden über die abstrakten Thätigkeiten des Verstandes, die Formen erkannt und bestimmt zu haben, die das Denken in uns nimmt. — Denn, was uns sonst interessirt, ist das konkrete Denken, das Denken versenkt in äußerer Anschauung, jene Formen sind darin versenkt, es ist ein Netz von unendlicher Beweglichkeit; und diesen feinen, sich durch Alles hindurchziehenden Faden, jene Formen zu fixiren, zum Bewußtsein zu bringen, ist ein Meisterstück der Empirie."

Wie nun die Physik später durch die Forschung der Gesetze des Auseinanderwerdens, so kommt die Logik durch die Forschung der Urtheilsformen und Kategorien zur immer tieferen Erkenntniß des unserem Denken und dem Bestehenden zu Grunde liegenden Begriffes. — Beide Forschungen sind unumgänglich nothwendig, damit das Subjektive sich objektiv und das Objektive subjektiv finde. — Bis Kant bleibt die Logik des Aristoteles fast ungeändert, mit Kant erweitert sie sich, bekommt andere Bedeutung und wird in Hegel zur Entwickelung des reinen Allgemeinbegriffes erhoben.

Damit verlassen wir den Aristoteles und mit ihm die Begriffsentwickelung des Alterthums, weil die nachfolgenden Systeme, die stoische und epikuräische Schule, nicht allgemein wissenschaftlichen Fortschritt, sondern vorwiegend Praktisches bezweckten, und diese Schulen, so wie die neuplatonische, über Plato und Aristoteles in dem Standpunkte der Begriffsentwickelung nicht hinausreichen.

Der einzige, gleich in der stoischen Schule aufkommende Gedanke von historischer Wichtigkeit ist das Herausgehen aus einem Prinzip und Beziehen des Wissens auf dasselbe. — Diese Bestimmung ist wichtig und zieht sich in der weiteren Geschichte ununterbrochen fort. — In diesen Systemen legen aber die unvollständigen Prinzipe, aus denen herausgegangen wird, Einseitigkeit in die ganze Entwickelung; auch kann hier das Beziehen des besonderen Wissens auf das zu Grunde gelegte Prinzip nicht begrifflich sein.

In wie ferne das Resultat der griechischen Philosophie in der christlichen Religionslehre sich findet, kann hier nicht auseinander gesetzt werden. — Mit Bezug auf das Vorhergehende. erwähnen wir nur, daß in Folge Mangels der begrifflichen Einheit in der Entwickelung des allgemeinen Wissens, der im Resultate der griechischen Philosophie nicht vollständig aufgehobene Dualismus des Denkens und des Seins, des Idealen und Materiellen, des Allgemeinen und des Besonderen, des Nebeneinander- und Nacheinanderseins mit dem Verfall der tieferen Betrachtung in den vollständigen Dualismus, Gegenüberstellung dieser Begriffe und Objektivirung derselben in dieser Trennung übergehen mußte.

Eben so liegt außer dem Zwecke dieses Werkes den nachfolgenden, wissenschaftlichen Fortschritt im Morgenlande zu verfolgen; wir übergehen zur neuen Philosohie, wo sie aus der scholastischen Schule zur Selbstständigkeit übergeht.

Zweite Epoche.

Erster Theil.

Das Denken hat im Mittelalter seine Selbstständigkeit verloren, indem es sich auf die Grundsätze des Glaubens stützte, und aus diesen herausgehend durch Schlüsse die weitere Erkenntniß zu entwickeln trachtete. So konnte auch das Wissen nicht alle Gebiete und namentlich nicht die Naturwissenschaften umfassen, es mußte vorwiegend innerhalb der Theologie und Ethik bleiben.

Dieses Verfahren in der Entwicklung des Erkenntnißstoffes verlief sich wegen gänzlicher Verkommenheit der begrifflichen Erkenntniß der Grundsätze des Glaubens selbst, in ganz unfruchtbare Spekulationen. — Die Selbstständigkeit des Denkens forderte die Trennung desselben von dem Glauben, die Festsetzung des Grundsatzes, daß der Verstand selbst in allen Gebieten des Wissens das Wahre zu bestimmen im Stande ist. Die Vorbereitung zu dieser Trennung der Wissenschaften von dem Glauben mußte mit dem Wiedererwachen der Naturwissenschaften, welches durch die zahlreichen Beziehungen des Okzidentes mit dem Oriente geschah, entstehen, indem die Naturwissenschaften außer das Gebiet des Glaubens fallen, aus den Grundsätzen des Glaubens nicht hervorkommen können, also gleich im Ursprunge eine selbstständige Stellung fordern.

Wir haben das Resultat gesehen, zu welchem die griechischen Forschungen im Aristoteles gekommen sind. Die Natur wurde als Einheit der Aktualität (Entelechie, formgebende Thätigkeit, formgebende Kraft) und der Potentialität, Materie, und so als eine sich in sich selbst bestimmende, sich durch sich und in sich selbst bewegende Ganzheit erfaßt. Durch das Studium der Werke des Aristoteles darauf geführt, geht nun die neue Naturlehre theilweise aus diesem Standpunkte heraus. Die Natur wird als Einheit der Kraft und Materie und als eine sich in sich selbst bestimmende Ganzheit betrachtet, und die Naturlehre stellt sich außer der Untersuchung des Bestehenden nach nebeneinanderseienden äußeren Merkmalen, Trennung und Vereinigung desselben nach ungleichen und gleichen neben-

einanderseienden äußeren Merkmalen, die Untersuchung der Kräfte, die Trennung und Vereinigung desselben nach gleichen und ungleichen Kräften zur Aufgabe.

Gleiche Kräfte sind aber diese, welche gleiche Veränderungen hervorbringen, ungleiche Kräfte, welche ungleiche Veränderungen hervorbringen. Dadurch kommt also die Untersuchung auf die Zusammenstellung der Veränderungen, auf ihre Gesetzmäßigkeit, auf die Erkenntniß der Gesetze des Auseinanderwerdens.

Als den hauptsächlichsten Mangel der Wissenschaften des Alterthums haben wir diesen Mangel der Erkenntniß der Gesetze des Auseinanderwerdens erkannt. — In Aristoteles haben wir erst das allgemeine Erfassen des Bestehenden als Einheit eines durch die formgebende Thätigkeit in dem form- und bestimmungslosen Stoffe, der Materie, geschehenden Auseinanderwerdens erkannt.

Die Form, das Gesetz dieses Auseinanderwerdens selbst, wird zwar bei ihm im Allgemeinen als Uebergang in Unterschiedenes, Entgegengesetztes und Beisichbleiben, Einheit dieses Unterschiedenen mit sich selbst, — also als Allgemeines des Nacheinanderseins erfaßt, trifft aber, indem es sich am Besonderen, dessen Gesetze des Auseinanderwerdens noch nicht untersucht waren, nicht objektiv finden kann, in den Hintergrund und bleibt ohne praktische Bedeutung.

So kann auch in der neuen Untersuchung der Gesetze des Nacheinanderwerdens in Voraus über die Form des Auseinanderwerdens nichts bestimmt werden und soll auch nicht; — die Untersuchung muß ganz von Anfang beginnen und ganz empirisch geschehen, innerhalb der Anschauung bleiben, daß sich später der subjektive Allgemeinbegriff objektiv finde in der Anschauung.

Dies ist die große Bedeutung der neuen Physik; ohne diese Forschungen könnte die neue Zeit den Standpunkt des Alterthums nicht überschreiten. Dieser Richtung der naturwissenschaftlichen Forschungen, die sich auch später den anderen Wissenschaften mittheilte, verdanken wir den jetzigen allgemeinen wissenschaftlichen Standpunkt, der über jenen des Alterthums weit hinausreicht.

Das Wiedererwachen der Naturwissenschaften hat, wie oben bemerkt wurde, die Trennung der Wissenschaften von dem Glauben vorbereitet. Noch mehr geschah dies durch den Begriff der Natur als einer sich in sich selbst bestimmenden Ganzheit. Die vollständige Trennung vom Glauben konnte erst mit dem allgemeinen Betrachten des Verstandes als das vollständige Kriterium der Wahrheit in allen Gebieten des Wissens geschehen.

Nur auf diese Art konnte die Philosophie zur Selbstständigkeit und dem dialektisch wissenschaftlichen Fortschritte gelangen.

Das Erste also, mit dem der Uebergang zur weiteren Entwicklung

der Philosophie beginnen muß, ist die allgemeine Negation des scholastischen Standpunktes, des Herausgehens aus einem Prinzip des Glaubens.

Diese Negation macht entweder die Aufstellung des Grundsatzes, daß überhaupt aus keinem Prinzip herausgegangen werden soll, sondern das Wissen sich vollständig auf Erfahrung gründen und außer dieselbe nicht heraustreten soll, oder die Aufstellung eines für sich selbst gewissen Verstandesprinzips, aus dem herausgegangen werden soll, nöthig.

Das Erste mußte der Grundsatz der empirischen Wissenschaften sein, indem sie nur auf diese Art innerhalb ihrer Bestimmung sich erhalten konnten; das zweite der Grundsatz jenes Erkenntnißstrebens, das auf die Einheit der Erkenntniß bringt, der eigentlichen Philosophie.

Indem sich aber die empirischen Wissenschaften im Grundprinzipe von der anderen wissenschaftlichen Richtung unterscheiden, können sie auf die Resultate der anderen nicht eingehen, stehen ihr gegenüber, müssen sich selbst ergänzen, und bilden so ihre eigene Philosophie.

So muß man zwei philosophische Richtungen unterscheiden: die Philosophie der empirischen Wissenschaften und die Philosophie, welche aus Prinzipien herausgeht und auf die Einheit der Erkenntniß bringt.

Die erscheinende Gewißheit einer Aussage macht sie aber noch nicht zum Prinzip, aus dem sich alles Wissen wirklich entwickeln ließe. Ein solches Prinzip kann nur der wirkliche Anfang unserer Erkenntniß, der uns unbewußte Allgemeinbegriff der ersten Denkstufe sein.

Das Forschen nach dem Prinzipe des Wissens fordert also den Rückgang auf die erste Denkstufe.

Es ist überhaupt nicht genug auszusprechen, daß man das durch die vorangehenden Forschungen erhaltene Resultat unberücksichtigt lassen und mit dem Wissen von Anfang beginnen will. Sobald durch eine lange geschichtliche Entwicklung die Begriffe auf einen von dem ursprünglichen ganz verschiedenen Standpunkt gebracht wurden, bedarf dieser Rückgang auf den Anfang einer allmäligen Befreiung von dem geschichtlich Emporgearbeiteten, um auf den eigentlichen Anfang zurückzukommen. — Sowohl die empirischen Wissenschaften, als die eigentliche Philosophie hafteten an hergebrachten Begriffen, wiewol die erste sich rein nur auf Anschauung gestützt, die andern sich gänzlich durch eigene Vernunftkonsequenz bestimmt wähnte. — Beide bedurften den Rückgang auf den Anfang. —

In den empirischen Wissenschaften, die sich nur rein auf Anschauung stützen wollen, ist schon im Grundprizip dieser Rückgang ausgesprochen. — Es geht zwar die Anschauung ebenso alle Stadien hindurch, wie das Denken, und auch der subjektive Allgemeinbegriff selbst muß sich objektiv finden, d. i. zur Anschauung gelangen. — Die Naturwissenschaften sind aber in dem Hervorkommen aus dem Mittelalter erst in ihrem Beginnen, von einer begrifflichen Anschauung kann hier keine Rede sein, die Anschauung ist hier

keine andere, als die unmittelbare der 1. Denkstufe, die Vereinigung nach Gleichem und Trennung nach Ungleichem. Der Unterschied von der 1. Denkstufe liegt nur darin, daß diese Vereinigung und Trennung nicht nach äußeren nebeneinander seienden Merkmalen, sondern nach Kräften, nach Merkmalen des Nacheinanderseins, geschieht.

Das begriffliche Resultat also, auf welches das Grundprinzip der empirischen Wissenschaften führen muß, ist das zum Bewußtseinbringen des Resultates der 1. Denkstufe durch die Analyse der Begriffe und die Bestimmung, daß uns die Anschauung keine Verbindungen, die durch unsere Begriffe, z. B. den Begriff des Causalnexus ausgesprochen werden, sondern nur rein ein Vieles des Neben- und Nacheinanderseins gibt. (Hume) Während so die empirischen Wissenschaften selbst durch den Begriff der Natur als einer sich in sich bestimmenden Ganzheit, als Einheit der Kraft und Materie, sich wirklich auf dem geschichtlich emporgearbeiteten Standpunkte erhalten, kehren sie in ihrer Philosophie zur ersten Denkstufe zurück. Diese Analyse, Zersetzung der Begriffe und Rückgang auf das Resulat der ersten Denkstufe, welche die Philophie der empirischen Wissenschaften polemisch gegen die andere philosophische Richtung, die an hergebrachten Begriffen (falsch gewählte angeborene Ideen) mehr festhält, durchführt, ist die eigentliche philosophische Bedeutung dieser philosophischen Richtung. — Die zweite Bedeutung dieser philosophischen Richtung ist für die empirischen Wissenschaften selbst. — Diese müssen ebenfalls ganz vom Anfang beginnen, möglichst keine Voraussetzungen machen, alle durch die vorangehende Entwicklung emporgekommenen unvollständigen die Form der Verbindung des Bestehenden ausdrückenden Begriffe allmälig fallen lassen, nichts über die Verbindungen aussprechen, sich rein auf die Beobachtung derselben beschränken. — Man wird begrifflich auf der niedrigsten Stufe stehen, aber so werden nur die wenigsten Voraussetzungen gemacht. — Die Weisheit der empirischen Wissenschaften wird nicht im Grundbegriffe liegen, aber in der durch Beobachtung entstehenden Kenntniß der Beziehungen des Besonderen zu einander emporkommen. — Mit Rücksicht auf dieses Resultat der Philosophie der empirischen Wissenschaften könnten wir ihre Richtung analytisch nennen, und im Gegensatz zu derselben die zweite philosophische Richtung synthetisch. — In dieser letzteren geht man meist aus Vernunftprinzipien heraus, und strebt aus denselben das Wissen in Einheit zu geben. — Sie hält an den geschichtlichen Resultaten der Philosophie mehr fest, synthesirt die geschichtlich emporgekommene Trennung zwischen Denken und Materie, Nacheinandersein und Nebeneinandersein und geht parallel dem Fortschritte der griechischen Philosophie dialektisch die Zugrundelegung dem Bestehenden der besonderen Begriffe des Neben- und Nacheinanderseins durch, wovon sie zu der Zugrundelegung des Begriffes des Allgemeinen vom Besonderen übergeht. — Sie zerfällt also wie die griechische Philosophie geschichtlich in zwei Theile.

In dem Uebergange in den zweiten Theil fließen die obenerwähnten zwei philosophischen Richtungen zusammen.

Da in dem ersten geschichtlichen Theil zwei von einander getrennte philosophische Richtungen vorkommen, so behandeln wir sie auch besonders. — Bevor wir aber diese beiden philosophischen Richtungen durchgehen, müssen wir eines in diese Zeit fallenden Systems erwähnen, das außer die beiden fällt, aus dem wissenschaftlichen Standpunkte seiner Zeit nicht herausgeht, sondern ganz isolirt steht und auch ohne allen Einfluß auf die Wissenschaften seiner Zeit bleibt, — ein Verbindungsglied zwischen tiefer Vergangenheit und entfernter Zukunft, weßwegen ihm philosophisch historisch diese Stelle entspricht, nämlich von der Philosophie des Jakob Böhme.

Böhme geht aus dem Grundbegriffe der christlichen Religion, nämlich aus der heiligen Dreieinigkeit heraus, die er aber nicht auf die unbegriffliche Art seiner Zeiten nimmt, sondern begrifflich zu erfassen strebt. — Wir haben früher bemerkt, daß der Begriff des Allgemeinen, der in das praktische Wissen nicht hineingehen konnte, im Grundbegriffe der christlichen Religion, dem Begriffe der heiligen Dreieinigkeit sich findet. — Die christlichen Kirchenväter haben die Wahrheiten der christlichen Religion und namentlich die Grundlage derselben, die Lehre von der heiligen Dreieinigkeit wissenschaftlich, begrifflich genommen. — Noch bei dem heiligen Augustinus finden wir dieses Streben, die heilige Dreieinigkeit begrifflich zu erfassen, dem er sich aber nicht gewachsen fühlte. (Bekannt ist seine Allegorie von dem Kinde, welches das Meerwasser in eine kleine Grube ausschöpfen wollte.) Mit ihm sinkt das Vertrauen in die wissenschaftliche Lösung dieser Frage, der Versuch wurde nicht mehr gemacht, sie wurde dem Glauben überlassen.

Böhme hebt nun diese Frage wiederum hervor, und sein Bestreben geht dahin, das Absolute eben als diese Dreieinigkeit zu fassen, wodurch er mit dem Begriffe der absoluten Idee zusammenkommt.

Sein System ist zwar ein Versuch, der von der richtigen Durchführung weit entfernt sein muß, indem dem Versuchenden fast noch mehr als seinen Vorgängern die wissenschaftlichen Mittel dazu fehlen, aber der Grundgedanke desselben ist, wenn er von der Sinnlichkeit der Darstellung befreit wird, richtig, und durch seine Kühnheit großartig, reiht er sich in der Zukunft erst an Schilling.

Das Absolute nimmt Böhme ganz absolut, als Einheit von Allem, was ist, und diese Einheit ist bei ihm nicht die todte, leblose, sondern eben die lebendige, das ewige Herausgehen aus dem Einen alles Unterschiedenen, das in sich zur Einheit wird, und ewige Rückkehr desselben zur ursprünglichen Einheit.

So ist das Erste bei ihm Gott Vater. — Dieser ist die absolute Einheit des Entgegengesetzten, in welcher dieses Entgegengesetzte noch aufge-

hoben ist, aber von selbst in Trennung übergeht. — Diese Einheit kommt aber bei ihm nicht als reiner Begriff vor, sondern als ein natürliches Sein, Substanz oder einfache Essenz, wie er es nennt, — die Einheit aller Kräfte, die noch in sich aufgehoben sind.

Gott Vater ist also diese in sich ununterschiedene Einheit, die aber aus sich selbst in das Unterschiedene herausgeht. — Dieses Herausgehen in das Unterschiedene, die sich selbst Entzweiung und dadurch sich selbst Offenbarung, der Separator, ist das Zweite, der Sohn Gottes. — Diese sich selbst Offenbarung muß man aber ebenso als eine Offenbarung Gottes für sich selbst, das Leben Gottes, durch welches Gott seiner selbst sich inne wird — der Wille Gottes, seine innere Freude und sein Anschauen und Erkennen seiner selbst; wie auch anderseits als das Wesen des als ein Unterschiedenes Bestehenden, der Erscheinungswelt betrachten.

Es ist der Gegensatz, die Widerwärtigkeit in Gott selbst, das sich Reflektiren in Gott, also das sich Fühlen und Wissen und daher der ewige Wille Gottes, und indem es eben der Gegensatz dieses Unterschiedenen, Einen ist, so muß es Scheidung, Trennung aus der Einheit, und Vereinigung des Geschiedenen in sich zum besonderen kreatürlichen Leben sein.

Böhme hat richtig aufgefaßt, daß ohne inneren Gegensatz kein Leben denkbar ist, daß der Begriff des in sich Ununterschiedenen Einen ein Lebloses, Todtes, und das sich Fühlen, Wissen und Wollen ein sich in sich selbst Reflektiren, Uebergang in Entgegengesetztes und Rückgang zu sich selbst ist.

Da die Sich-selbst-Entäußerung Gottes, das in die Erscheinung Treten der aufgehoben gewesenen Entgegengesetzten ist, so ist der Ursprung alles Entgegengesetzten aus Gott. — Aus Gott kommt also ebenso das Böse als das Gute heraus. — So ist der Separator bei ihm zuerst Luzifer, der später durch Christus verdrängt wird — der Gegensatz im Nacheinandersein.

Dieses Auffassen des Hervorkommens aus Gott, ebenso des Bösen als des Guten ist bei ihm sehr tief, jedoch durch verschiedene sinnliche Formen verdunkelt. — Es erscheint bei ihm das Böse als ein Abfall von Gott selbst, das ist ein Uebergehen des entstehenden Besonderen zu seiner eigenen Selbstheit, zu dem eigenen Ich, dem eigenen von Gott geschiedenen Willen, ein sich in sich Hineinbilden, und dadurch sich in sich Vernichten, — ein sich in sich verzehrendes Feuer ohne Licht, die Hölle, den Luzifer; und das Gute als der Rückgang des besonderen Willens zu der Uebereinstimmung mit dem Willen Gottes — Rückgang des sich in sich verzehrenden Feuers zum belebenden Lichte.

Das Dritte, der heilige Geist, ist die Einheit des Separator mit Gott, ewige Rückkehr des aus der ununterschiedenen Einheit herausgetrennten Unterschiedenen zurück zur Einheit. Diese Dreieinigkeit ist erst der vollstän-

dige Gott. Gott ist das ewige Herausgehen aus dem Einen des getrennten Besonderen, die ewige sich selbst Entzweiung und Rückkehr zu sich selbst. — In allem bestehenden Besonderen ist diese Dreieinigkeit, was Böhme aufzuweisen bemüht ist. — So liegt dem System Böhme's wirklich der Gedanke des nebeneinander-nacheinander werdenden Allgemeinen zu Grunde — die Entwicklung desselben ist aber ganz unbeholfen. — Wir gehen über zur Darstellung der:

I.

Philosophie der empirischen Wissenschaften.

Als Anfänger dieser philosophischen Richtung ist Baco von Verulam zu setzen und zwar deßwegen, weil er die Erkenntniß des Auseinanderwerdens, also des nebeneinander Nacheinanderwerdens der besonderen Dinge zur allgemeinen philosophischen Aufgabe macht, das Erkenntnißstreben zur Einlenkung dieser Richtung bestimmt, und die Methode zu dieser Erkenntniß zu gelangen richtig und bestimmt angibt, sie zur allgemeinen Erkenntnißregel macht.

Das Erste ist also, daß er mit der wissenschaftlichen Methode seiner Zeit, nämlich aus einer angenommenen Voraussetzung alle Wahrheit durch Schlüsse zu entwickeln, auch das Wissen seiner Zeit verwirft.

Zweitens, daß er die Forschung zurück nach dem Objektiven hinlenkt, den von der griechischen Philosophie errungenen Standpunkt das Besondere oder Einzelne als Einheit der wirkenden Form, formgebende Thätigkeit und der Materie, und die Welt als die Einheit der Verkettung der Ursachen und Wirkungen festhält, das Forschen eben nach der Erkenntniß dieser Formen, d. i. der den besonderen Dingen inwohnenden Gesetze, die sie zu diesen Dingen machen, die er als Thätigkeiten auffaßt, hinlenkt, und das Forschen nach den wirkenden Ursachen, dem Auseinanderwerden verallgemeinert, dasselbe als den einzigen Weg zur Naturwissenschaft zu gelangen, darstellt, und diese Ansicht mit Erfolg begründet.

So sagt er über diese Formen: „Obgleich in der Natur nichts wahrhaft existirt, als individuelle Körper, welche individuelle Akte von sich geben, so geschieht doch ihre Wirksamkeit nach einem Gesetze, und es ist in der Wissenschaft ihr Gesetz und das Erkennen und die Auslegung des Gesetzes als die Grundlage anzusehen, sowol für das Wissen, als auch für die Thätigkeit. Die Paragraphen dieses Gesetzes sind es, was wir unter den Formen der Dinge erkennen. — Wer die Formen erkennt, umfaßt die Natur in der ungleichartigst scheinenden Materie." — Hegel's Geschichte der Philosophie, Seite 294.

An einer anderen Stelle sagt er: „Wer die Form versteht, kennt die letzte Möglichkeit diese Natur superinduziren auf alle Arten von Gegenständen, so z. B. die Natur von Gold in die von Silber einzuführen."

Drittens, daß er die richtige Methode zur Erkenntniß des objektiven Gesetzes des nebeneinanderwerdenden Nacheinanderseins aufstellt. — So theilt er die Naturphilosophie in zwei Theile. — Betrachtung der Ursachen, — also nicht der äußeren Unterschiede an den Dingen — und Hervorbringung der Wirkungen, Experimente. Diese letzte Methode ist von großer Wichtigkeit. — Sie ist die einzige gründliche Untersuchung des nebeneinanderwerdenden Nacheinanderseins, wodurch eben das dem Bestehenden zu Grunde liegende Gesetz, das Gesetz der Einheit des Bestehenden — der Gedanke sich objektiv zeigen mußte. — Ohne diese Methode konnte die Physik und damit auch die Philosophie, — die allgemeine Weltkenntniß, ihren jetzigen Standpunkt nicht erlangen. Wir wissen, was die Naturwissenschaften dieser Methode verdanken. Indem man so was zum Kriterium der Wahrheit macht, kann man nicht in unfruchtbare Reden und Spekulationen verfallen, und auf den Standpunkt des Alterthums zurückgehen.

Der logische Standpunkt seiner Philosophie ist, daß er das Viele, die vielen individuellen Körper als das allein Wahre bezeichnet. — Die Erkenntniß selbst basirt er auf die Induktion und Analogie.

Dadurch steht er begrifflich auf der ersten Denkstufe, was aber in seinem allgemeinen Standpunkte nicht der Fall ist — wie auch überhaupt die Physik auf dem Standpunkte der Begriffe steht, was aber den Physikern nicht bekannt ist.

Den Mangel dieses allgemein logischen Standpunktes brauchen wir nicht aufzuweisen — er ist einleuchtend. — Die historische Bedeutung desselben haben wir früher im Allgemeinen gezeigt.

Dieser sein Standpunkt ist historisch nothwendig, also ganz an Ort und Stelle. Sowol die Naturwissenschaften, als die Philosophie brauchen dieses begrifflichen Rückganges — sie dürfen keine Voraussetzungen machen, ganz von Vorne anfangen und dieses ist Rückgang zur ersten Denkstufe. — Dieser Rückgang ist ein Fortschritt, in dem er die erste Denkstufe zum Bewußtsein bringt.

Dieses ist bei Baco nur angebahnt; den weiteren Fortschritt macht

Locke.

Er bringt die erste Denkstufe zum Bewußtsein, indem er aufzeigt, wie wir da zum Allgemeinen oder zu Begriffen und zwar ebenso der äußeren Erscheinung, wie der inneren, des Nebeneinanderseins wie des Nacheinanderseins, gelangen. — Dieses sein Aufzeigen der ersten Denkstufe ist aber nicht vollständig.

In der in unserem Werke entwickelten ersten Denkstufe (1. Abschnitt) unterscheiden wir zwei Richtungen, 1. die analytische, nach welcher wir aus dem uns unbewußten Allgemeinbegriffe des nacheinander-nebeneinander-

werdenden Allgemeinen vom Besonderen in den unendlichen Unterordnungen auch unbewußt die Trennung nach den in denselben vorkommenden Unterschieden, also die Trennung des Nacheinanderseins vom Nebeneinandersein und in jedem von diesen des Allgemeinen vom Besonderen vornehmen und so zu den untergeordnetsten Begriffen des Einen, Stetigen — und des Vielen, Diskreten, ebenso im Nebeneinandersein, wie im Nacheinandersein, (welche letzteren die Begriffe des Entstehens und Vergehens, Seins und des Nichtseins geben) gelangen, aber dieses Verfahrens sich unbewußt des daraus entnommenen Resultates, nämlich des Vielen, Einzelnen, bewußt werden; — und 2. die synthetische, nach welcher wir von diesem Einzelnen, den einzelnen Begriffen herausgehend dieselben wiederum zum Allgemeinen vereinigen.

Nicht also diese Wege in Einheit, sondern nur den zweiten bringt Locke zum Bewußtsein, indem er als einzige Quelle unserer Erkenntniß das Herausgehen aus dem Einzelnen, den einzelnen Körpern — und den einzelnen inneren Empfindungen, und Uebergehen von denselben auf das Allgemeine nach äußeren stetigen und diskreten Merkmalen — theils getrennt, theils in Einheit als die einzige Quelle der Erkenntniß des Allgemeinen, der Begriffe nachweist.

In dem 1. Abschnitte haben wir auch in dieser Erkenntniß die Einheit des Denkens und des Objektiven, die Gleichberechtigung, das Zusammenkommen beider dargestellt. — Zu dieser Erkenntniß gelangt ebenso Locke nicht, begreift die Vernunft als tabula rasa, welche von dem äußeren und inneren Besonderen ihren ersten Inhalt erhält, aus dem sie dann durch Verbindung und Trennung das Allgemeine, die Begriffe bildet. — Er erkennt also nicht, daß wir wie das Allgemeine, so auch das Besondere durch diese Verbindung und Trennung erhalten, setzt daher die Erfahrung, welche von Außen in den Verstand hinzukommt, als die erste Grundlage der Erkenntniß.

Indem er nun auf diese Art die Gleichberechtigung des Allgemeinen und des Besonderen nicht erfaßt — zur Erkenntniß dessen, daß das von ihm als Einzelnes Genommene, ebenso ein Allgemeines ist, nicht fortschreitet, zur Einheit des Allgemeinen vom Besonderen nicht kommt, muß er in dem Inhalte unseres Denkens den Unterschied machen, dem Einzelnen Objektivität, Realität zuschreiben, dem Allgemeinen aber diese benehmen, das Allgemeine nur als unserem Verstande angehörend, als Produkt unseres Verstandes setzen. — So macht er den Unterschied zwischen den Realwesen und Namenwesen; — die ersten sind die Einzelnen, die letzteren sind das Allgemeine, die Gattung.

Wir haben schon an einer anderen Stelle bemerkt, daß wir das Allgemeine, die Gattung nie als objektiv erfassen können, wenn wir sie nicht in der Einheit des Nacheinander- und Nebeneinanderseins, d. i. als

lebendige sich erzeugende Gattung, sondern im Nebeneinandersein allein, wo sie als getrenntes Vieles, viele von einander getrennte Einzelnheiten, welche auch gleiche Merkmale an sich zeigen, nach denen wir sie zur Einheit verbinden, nehmen. — Indem nun Locke das Allgemeine nicht nach dem obigen ersten Begriffe nimmt, setzt er nur das Einzelne als das eigentliche Objektive — die Verknüpfung zum Allgemeinen ist nur durch den Verstand. — Diesem seinem Standpunkte gemäß, muß er auch allen anderen metaphysischen Begriffen die Objektivität benehmen, alle nothwendige in sich Verbindung dem Bestehenden absprechen, was er aber nicht durchführt. — (Dieses ist erst in Hume.)

Seine Hauptaufgabe ist die Darstellung der ersten Denkstufe, wie wir zu den allgemeinen Begriffen gelangen, — wie der Gedanke das Gegebene aufnimmt, und weniger die Untersuchung dessen, was an sich wahr ist. — Die Uebereinstimmung der Vorstellungen mit den Dingen ist bei ihm das Wahre. Inwiefern aber dieses für sich objektiv ist, geht ihn weniger an.

Locke macht das Einzelne zum Prinzip, — unterscheidet aber an dem Einzelnen primäre und sekundäre Qualitäten, wie dieß Cartesius vor ihm that. Die letzteren sind diese, welche wir mit den einzelnen Sinnen an dem Bestehenden wahrnehmen, — so Geruch, Farbe. — Diese Qualitäten nimmt er als subjektiv, — sie sind für sich nicht objektiv, sondern nur durch unser Zuthun. — Diese aus den physikalischen Untersuchungen entnommene Kenntniß ist philosophisch darum wichtig, daß sie der Anfang zur Erkenntniß der Wechselbestimmung zwischen uns und dem außer uns Seienden und allgemein der Wechselbestimmung zwischen dem Besonderen und dem Allgemeinen ist.

Daran knüpft sich auch die der Ansicht Locke's entgegengesetzte Bestimmung, nämlich: daß auch das Einzelne, also alles Seiende und dessen Bestimmungen ein Empfundenes und vom Selbstbewußtsein Gebildetes ist. — Auf diesem Standpunkte steht.

Berkeley.

Aus der ersten Denkstufe (1. Abschnitt) ersehen wir, daß unsere Erkenntniß die Einheit des subjektiven Denkens und des Objektiven ist.

Der einseitigen Ansicht Locke's, daß die Grundlage aller unserer Erkenntniß das Objektive außer uns seiende Einzelne ist, — entspricht die ihr entgegengesetzte ebenfalls einseitige, daß der Ursprung aller unserer Erkenntniß, aller unserer Wahrnehmung, wir sind, daß alles Seiende und dessen Bestimmungen ein empfundenes und vom selbstbewußten Denken gebildetes sind. — Diese beiden Ansichten sind gleichberechtigt, und es ruft die eine die ihr entgegengesetzte nothwendig hervor.

Dieß ist der Grundgedanke von Berkeley, der im Uebrigen ganz auf dem Standpunkt des Locke verbleibt.

Er hat gesehen, daß auf diesem Standpunkte ebenso wie das Allgemeine auch das Einzelne fällt, indem das Einzelne — einzelne Körper — auch in sich verbundenes Allgemeines sind. — Er sagt also, daß uns durch Vereinigung verschiedener Empfindungen der Sinne ein besonderes Ding erscheint; daß also alle Gegenstände unsere Vorstellungen sind, daß das Sein von Allem, was wir ein Ding nennen, sein Wahrgenommenwerden ist.

Berkeley setzt außer uns auch ein Anderes — Objekt; indem er aber die Erscheinungswelt als unsere Vorstellungen bezeichnet, kann er als dieses Objekt nicht das nehmen, was wir materiell nennen. Nach seiner Ansicht ist nichts, als das sich gegenseitig Vorstellende, Geister, welche sich auf diese Art mittheilen. — So ist das System Berkeley's auch in der Hinsicht jenem von Locke entgegengesetzt, daß es ein Idealismus ist. — Die letzten Konsequenzen des Locke'schen Standpunktes zieht

Hume.

Locke hat die erste Denkstufe, so wie sie ist, wie wir in derselben zu dem Allgemeinen als Gattung und den metaphysischen Begriffen gelangen, dargestellt. — Diese Darstellung ist bei ihm das Wichtigste, und nicht die Entwickelung dessen, daß das Allgemeine die allgemeinen Begriffe nichts an sich, sondern nur rein Bestimmungen unseres Denkens sind, wenn er auch dieses im Allgemeinen behauptet. — Dieses letztere führt Hume durch. Er setzt gleich den Vorigen die Erfahrung als die einzige Quelle unserer Erkenntniß, aus der wir alle unsere Begriffe erhalten. Sein Streben geht aber zugleich dahin, zu zeigen, daß das Allgemeine, die Begriffe gar nicht objektiv, sondern nur gänzlich die Bestimmung unseres Verstandes sind, daß überhaupt in dem Bestehenden keine nothwendige Verbindung ebenso im Neben- als Nacheinandersein vorkommt, daß das Objektive gar nichts Anderes, als eine Vielheit im Nebeneinandersein und eine Vielheit im Nacheinandersein ist, welches Viele wir nur aus Gewohnheit in eine nothwendige Verbindung mit einander stellen. Das, was er hauptsächlich darzustellen bemüht ist, ist das Erweisen, daß wir nur ein reines Nacheinandersein wahrnehmen, reine Nacheinanderfolge von einzelnen Empfindungen und Wahrnehmungen, nicht aber die nothwendige Verknüpfung, den Causalnexus. — Diese nothwendige Verknüpfung tragen wir nur in diese Nacheinanderfolge hinein, sie ist nur zufällig, von uns gemacht, subjektiv.

Das Nämliche beweist er von jedem Allgemeinen ebenso in der Natur, wie auch im sozialen sittlichen Leben, von unseren Begriffen von Gott, unserer Freiheit u. s. w. Alle Begriffe sind nur subjektiv, nicht allgemeingültig, und nicht für sich objektiv, der vollständige Skeptizismus. —

Wir haben schon früher bemerkt, daß das Allgemeine als solches nur als nacheinander-nebeneinanderseiende Allgemeinheit begriffen werden kann; Hume steht von diesem Begriffe eben am entferntesten, er gibt eben das Entgegengesetzte von diesem — diesen Begriff nicht in der Einheit sondern in der vollständigen Analyse, nicht Einheit, sondern vollständige Trennung. —

Hume hat also die Analyse der ersten Denkstufe in ihrem Herausgehen aus dem Vielen des Nebeneinanderseins und des Nacheinanderseins vollständig geliefert. — In der ersten Denkstufe gehen wir unbewußt aus dem Begriffe des nacheinander-nebeneinander-werdenden Allgemeinen von Besonderem in den unendlichen Unterordnungen heraus, führen die vollständige Analyse desselben durch und kommen auf das Einzelne, das Viele des Nebeneinanderseins und das Viele des Nacheinanderseins, aus welchem herausgehend wir wiederum durch Vereinigung nach Gleichem und Trennung nach Unterschiedenem auf Allgemeines, die Begriffe, kommen. — Hume kommt nun von diesen erhaltenen Allgemeinen heraus, und führt es vollständig auf den gewöhnlichen bewußten Ursprung das Viele des Nebeneinanderseins und das Viele des Nacheinanderseins zurück. — Noch einen Schritt zurück und man kommt auf den eigentlichen vollständigen Anfang, daß nämlich die uns unbewußte Grundlage aller unserer subjektiv-objektiven Erkenntniß das nacheinander-nebeneinander-werdende Allgemeine von Besonderem in den unendlichen Unterordnungen ist. — Der Anfang davon ist erst bei Kant. —

Die Philosophie muß alle Voraussetzungen aufgeben, dieses spricht Baco aus, Cartesius, allgemein jeder Philosoph. Das Aussprechen dieses Prinzips genügt aber nicht — man muß sich von Allem befreien, was nicht ursprünglich ist, auf den eigentlichen Anfang, die Grundlage aller unserer Erkenntniß zurückgehen. — Dieses Zurückgehen bedarf einer Analyse, der Kritik unserer Erkenntniß — dieses ist absolut nothwendig, ist ein Fortschritt.

Dieses ist die historische Bedeutung von Baco, Locke, Berkeley und Hume, nämlich die Kritik der Erkenntniß, das Zurückgehen auf die Grundlage unserer Erkenntniß. — Wir werden sie weiter namentlich bei Kant und Hegel sehen.

Die zweite Bedeutung ist für die empirischen, namentlich die Naturwissenschaften. — Diese bedürfen ebenfalls aller möglichen Befreiung von emporgearbeiteten unvollständigen Begriffen, um möglichst reine Beobachtung zu sein. — Wie sich das Bestehende zu Einem verbindet und zu Vielem trennt, muß nicht vorausgesetzt, sondern untersucht werden. — Inwiefern die früheren Begriffe aus den Naturwissenschaften entfernt werden, kommen durch Beobachtungen neue vollständigere hervor, — welche nichts Anderes sind als stufenförmiger Fortgang zum Begriffe des nacheinander-nebeneinander-

werdenden Allgemeinen von Besonderem in den unendlichen Unterordnungen. — Der Begriff des nacheinander-nebeneinanderwerdenden Allgemeinen, der früher auf dem Wege des reinen Denkens erhalten wurde (Plato, Aristoteles) findet hier auf dem Wege der Beobachtung seine Bestätigung, findet sich objektiv. — Der Uebergang in Entgegengesetztes und Einheit desselben zeigt sich immer mehr als Form von allem in der Natur Bestehenden. — Die Negation des Begriffes von Ursache und Wirkung, die Hume ausspricht, weicht auch in der naturwissenschaftlichen Beobachtung allmälig dem vollständigeren Begriffe der Wechselvereinigung und Wechseltrennung des Unterschiedenen, was der Begriff des nacheinander-nebeneinanderwerdenden Allgemeinen ist. Damit brechen wir diese philosophische Richtung ab, indem sie hier zum natürlichen Abschluß kommt, von dem sie in das Entgegengesetzte von ihrem bisherigen Resultate, nämlich von dem Begriffe des Vielen auf den Begriff des Einen übergehen muß (schottische, französische Schule, Kant ꝛc.)

Wir gehen nun zur Entwickelung der zweiten philosophischen Richtung über, die wir als die synthetische bezeichneten. —

Descartes.

Der Gedanke, welchen die Philosophie der empirischen Wissenschaften dem Bestehenden zu Grunde legte, war jede Befreiuung von Allgemeinem — d. i. der Begriff, daß das Bestehende nur ein Vieles des Nebeneinanderseins und ein Vieles des Nacheinanderseins ist — und alle Verbindung zum Allgemeinen von unserem Verstande herrührt, und nur subjektiv ist.

Es kehrt also hier der Standpunkt zurück, den wir als den ursprünglichen vor aller Philosophie, also vor der jonischen bestehenden, bezeichnet haben. — Dieser Gedanke war schon bei Baco; Locke und Hume haben ihn vollendet.

Wie nun dieser Standpunkt dem vorphilosophischen, so entspricht jener des Cartesius gewissermaßen jenem der jonischen Schule.

Wie dorten, ist auch hier das Eine als der Urgrund des Bestehenden gesetzt. —

In der jonischen Schule wird aber erst die Bestimmung dieses Einen in dem unmittelbar Erscheinenden gesucht; ein unmittelbar erscheinendes Stetiges, das Wasser oder die Luft, wird als dieses nebeneinanderseiende Eine, das im Nacheinandersein ein Vieles wird, welches Viele fortwährend zu dem Einen zurückkehrt, zum Wasser oder zur Luft, und aus demselben wiederum entsteht, — genommen. —

Das Entstehen wird dorten als einfache Veränderung, nicht als Ursache und Wirkung begriffne.

In der Geschichte der griechischen Philosophie haben wir gesehen, wie

man von dem erscheinenden Urgrunde nothwendig auf den nichterscheinenden und von diesem auf die reine vernünftige Thätigkeit, welche als reine Ursache, Kraft, nach Zwecken wirkt, übergehen mußte.

Das Streben, das Bestehende als Allgemeines, — als allgemeine Thätigkeit aus sich und in sich selbst, welche ein Uebergehen in Entgegengesetztes und Einheit mit sich selbst ist, zu fassen, konnte nicht zur Vollendung gelangen. Es blieb als einzelner Begriff, der am Besonderen nicht angewendet, nicht als das Wesen alles Besonderen ausmachend, als das eigentliche Objektive am Besonderen, dargestellt werden konnte. — So ist er als Begriff der h. Dreifaltigkeit in der christlichen Religion.

Gott wird in der h. Dreifaltigkeit, wo Gott der Vater von Ewigkeiten in den Sohn Gottes übergeht, und durch den heiligen Geist mit Ihm zur Einheit wird — als Allgemeinheit bestimmt — und diese h. Dreifaltigkeit in seiner Ganzheit in allem Besonderem bestehend als das Wesen, die ewige Ursache des Bestehenden ausgesprochen. —

Die Art aber, wie Gott als heilige Dreieinigkeit, ebenso im absoluten Allgemeinen, wie auch an jedem Besonderen in seiner Ganzheit vorkommt, wurde und konnte auch noch nicht begrifflich gegeben werden, sondern nur als Glaube.

Der Begriff des Allgemeinen oder der heiligen Dreifaltigkeit ist also auf das praktische Wissen des Besonderen nicht übergangen. Dem Verstand wurde dieser Begriff an dem Besonderen nicht objektiv — er mußte also, sobald er sich von dem Glauben lossagte, und auf sich selbst stützte, das, was der Verstand deutlich als wirklich sah, zum Objektiven bestimmte, diesen geschichtlich emporgearbeiteten Begriff des Allgemeinen oder der heiligen Dreifaltigkeit aufgeben, — von Anfang, von dem Begriffe des Absoluten als schlechthin Einen herausgehen, und indem er von dem Einen auf das Viele übergeht — wiederum zum Begriffe des Allgemeinen, der heiligen Dreifaltigkeit, gelangen, die sich aber jetzt ebenso am absoluten Allgemeinen wie am Besonderem objektiv finden muß.

Dieser vollständige Bruch mit dem Glauben, das Setzen dessen objektiv, was der Verstand deutlich als gewiß einsieht, das Aufgeben der heiligen Dreifaltigkeit und das Setzen des Einen, welches der Inbegriff alles Vollkommenen und die Ursache des im Nacheinandersein erscheinenden Vielen ist, durch dessen fortwährende Assistenz, fortwährendes Erschaffen es sich im Bestehen behauptet, kommt bei Cartesius vor.

Hier liegt der Unterschied zwischen dem Begriffe des Urgrundes bei Cartesius und jenem der jonischen Schule. — Dort war der Urgrund z. B. das Wasser, — hier ist das Absolute, Gott — in den Alles gesetzt ist, das er aus sich erschafft. — Es ist das Allgemeine, aus dem das Besondere hervorkommt, — nur ist die Einheit dieses Allgemeinen und Besonderen nicht durchgeführt, daß es ein begriffliches Allgemeine sei.

Der Urgrund, das Eine, ist bei ihm nicht das vollständige Eine, außer welchem kein Vieles wäre, dieses ist erst bei Spinoza.

In Cartesius werden noch außer Gott, der eine unerschaffene denkende Substanz ist, die erschaffenen einander absolut entgegengesetzten Substanzen, die denkende und die ausgedehnte, also mit ihnen die vielen Denkenden, die menschlichen Geister — und die vielen Ausgedehnten, — die Körper, wirklich bestehend genommen. — Durch das angenommene nothwendige fortwährende Erschaffen derselben von Gott, wird aber ihr besonderes Bestehen vollständig untergraben — sie sind ein fortwährend Vergehendes, nur die ewige auf ihr Bestehen gerichtete Thätigkeit Gottes macht ihr fortwährendes Bestehen aus.

Ebenso wird bei ihm durch den Begriff der Uebereinstimmung zwischen Geist und Materie, welche er aber ebenso durch die Assistenz Gottes erklärt, der spätere Begriff des Bestehenden absolut Einen bei Spinoza eingeleitet.

Dieß im Allgemeinen von dem bei Cartesius dem Bestehenden zu Grunde gelegten Begriffe.

Descartes ist als der eigentliche Anfänger der neuen philosophischen Richtung zu betrachten, und zwar darum, daß er entschieden mit der vorigen scholastischen Methode bricht, durch den dem Bestehenden zu Grunde gelegten besonderen Begriff des Einen, welches die Ursache des Vielen im Nacheinandersein ist, den dialektischen Fortschritt anbahnt, und indem er fast gänzlich aus dem wissenschaftlichen Standpunkte seiner Zeit herausgeht, diesen Standpunkt ausspricht, zum Bewußtsein bringt, dadurch auf seine Zeit den ausgebreitetsten Einfluß übt. — Sein erster Unterschied von dem scholastischen Standpunkte ist, daß er vom Zweifel an Allem, was unmittelbar als Wahres erscheint, oder im Wissen als Positives gilt, herausgeht, keine Voraussetzungen machen läßt, und dieses als nothwendige erste Bedingung der Philosophie richtig begründet.

Dieß ist aber bei ihm nicht der absolute Zweifel an der Möglichkeit der Bestimmung des Wahren, des wirklich Seienden; — im Gegentheil setzt er das Denken als das Kriterium aller Wahrheit, das, was im Denken sich bewahrheitet, was der Verstand deutlich als gewiß einsieht, als das Wahre.

Und dieses Wahre, das Gedachte, ist zugleich objektiv — es wird also zugleich die Uebereinstimmung zwischen dem Denken und dem Objektiven gesetzt — die Einheit des Denkens und des Objektiven, was wir in der ersten Denkstufe gesehen haben, und was die Philosophie der empirischen Wissenschaften (Locke und Hume) geleugnet hat. — Zwar hat diese Uebereinstimmung zwischen dem Denken und dem Objektiven Descartes nicht unmittelbar genommen, sondern erst aus dem Begriffe der Wahrhaftigkeit Gottes bewiesen, welcher Beweis aber keine Bedeutung hat; nur das ist von Bedeutung, daß er diese Einheit gesetzt hat.

Indem er nun das Denken als das Kriterium der Wahrheit setzt, so ist das erste das Denken selbst, als das wirklich bestehende zu setzen; denn wenn es nicht wäre, könnte es nicht das Kriterium des Bestehenden sein.

Indem nun mein Denkendes wirklich ist, so bin ich auch, der ich denke — „cogito ergo sum.“ — So kommt Descartes zu seinem ersten Grundsatze, zu dem, was zuerst gewiß sein muß. — Das unmittelbare Gewisse in meinem Denken ist das Bewußtsein meiner Existenz — Denken ist selbst schon Bestehen — Denken und Sein ist Eins. — Alles Andere ist das spätere und minder Gewisse — es kann auch das, was ich denke, was mir als seiend erscheint, nicht sein; ich kann urtheilen, daß es ist, und es kann doch nicht sein; der Inhalt meines Urtheiles kann falsch sein, dann bleibt aber doch das Urtheilen selbst — ich kann nicht sagen, daß ich nicht urtheile — und mein Geist, der urtheilt, nicht existirt.

Wir können hier diesen Grundsatz, nur insofern er als Ausgangspunkt alles Wissens genommen werden kann, untersuchen, und wir bemerken in ihm in dieser Hinsicht den Mangel, daß Descartes das Denken nicht als Begriff gefaßt hat, als Uebergang in Entgegengesetztes und Beisichbleiben, Reflexion, die in sich zurückgeht. — Dann würde er einsehen, daß das Selbstbewußtsein durch Reflexion und Rückgang in sich, also durch Abtrennung des Ich von einem Anderen, das Nicht = ich ist, geschieht; also das Bewußtsein von Ich gegenüber einem Anderen, dem Nicht = ich, zugleich entsteht.

Der Mangel ist also dieses nicht begriffliche Nehmen des Denkens, — deswegen leistet ihm sein Grundsatz keinen wesentlichen Vortheil. — Es ist eine Gewißheit, nicht aber eine Wahrheit, welche die Grundlage eines Systems sein könnte. — Das Denken ist ganz unbestimmt genommen, kein Inhalt, aus dem er das System entwickeln könnte.

Der weitere Inhalt muß nun empirisch aufgenommen werden. — Um diesen an das vorige anzuknüpfen, nimmt er zu angeborenen Vorstellungen und angeborenen Ideen seine Zuflucht, — eine Annahme, welche insofern Bedeutung hat, daß unserer Erkenntniß ein unbewußter Allgemeinbegriff eine allgemeine Form des Denkens, das objektiv ist, zu Grunde liegt. — Hätte Descartes Sein und Nichtsein, Einheit und Vielheit, als diese angeborenen Ideen gesetzt, so stände er der Wahrheit näher; indem er aber als solche die Vorstellung von Gott, Substanz, Materie ꝛc. setzt, wird es den Philosophen der empirischen Wissenschaften, deren Analyse der Begriffe naturgemäß gegen diese Annahme gerichtet werden mußte, ein Leichtes, diesen Begriff umzuwerfen. —

Die angeborenen Vorstellungen werden nun empirisch aus dem allgemeinen Inhalte des Denkens hervorgehoben. — Es kann von einer inneren begrifflichen Verbindung in diesem Hervorheben keine Rede sein. — Es wird einfach nacheinander genommen — ich bin — es ist Gott, Allge-

meines, Vollkommenstes. — Es ist der Geist, die Materie u. s. w. Es wird das, was ihr Wesen, ihre Substanz ausmacht, ihre Definition gegeben — und ihre Gewißheit, Objektivität untersucht. — Es handelt sich beim Deskartes weder um systematisches aus sich Entwickeln des Inhaltes, noch um den Inhalt selbst, der Inhalt wird aus den Vorstellungen seiner Zeit genommen, es handelt sich nur um den Beweis ihrer Gewißheit und damit Objektivität. — Das Ganze hat so die Form, sich durch das Denken allein als wahr und objektiv zu bestimmen, und das ist sehr wichtig.

Er fängt mit der Vorstellung eines höchst intelligenten, höchst mächtigen und absolut vollkommenen Wesens — d. i. von Gott, den er als den Inhalt alles Vollkommenen betrachtet, woraus er, da zu den Vollkommenheiten auch die Existenz gehört, die Gewißheit der Existenz Gottes entnimmt. — Dieß ist ohne philosophische Bedeutung — Den Grundgedanken, den Deskartes dem Bestehenden zu Grunde legt, der nun hier weiter zu entwickeln ist — haben wir am Anfang entwickelt — bemerken hier nur den sehr wichtigen Begriff der Materie, daß ihr Wesen die Ausdehnung und das eigenthümliche Attribut derselben, das ihre Natur und Essenz ausmacht, die Bewegung ist. — Das Uebrige, wie Farbe, Geruch, Geschmack rc. sind nur Bestimmungen durch uns. — Dadurch wird erstens die Materie von dem Materiellen entkleidet, sie wird idealisirt — das, was noch zu bestimmen übrig bliebe, wäre nur der Allgemeinbegriff — die allgemeine Grundform dieser allgemeinen Bewegung, wie sie zu besonderen Formen des Bestehenden wird, was freilich auf dem Standpunkte des Deskartes nicht zu erwarten ist. — Er steht hier nur gänzlich auf dem Standpunkte der Mechanik, eine träge sich durch sich selbst nicht bestimmende Materie und Bewegung, welche von außen hinzukommt. — Zweitens, wird durch diese richtige Erkenntniß des durch uns Bestimmens des außer uns Seienden der Begriff der allgemeinen Wechselbestimmung zwischen dem Besonderen und Allgemeinen eingeleitet.

Spinoza.

Die nächste Konsequenz des Kartesianischen Systems ist das System von Spinoza, wie die eleatische Schule die Konsequenz der jonischen. — Der diesem Systeme zu Grunde liegende Gedanke ist, daß nur das Eine, die eine Substanz, Gott, ist, das Viele ist nicht — nichts an sich.

Wie die Eleaten durch die Einsicht, daß jedes Erscheinende ein Vergehendes ist, auf ihre Grundansicht, daß nur das Eine wirklich ist, alles Andere aber nicht ist, geführt wurden; so geht Spinoza aus dem Begriffe heraus, daß jedes Bestimmen ein Verneinen ist, „omnis determinatio est negatio.“ Dieß ist der eigentlich leitende Gedanke in seinem ganzen Systeme. Es ist das eigentlich Bestimmende seiner besonderen Annahmen, daß er gewisse und nicht andere Gedanken über das Bestehende hat, die er in

Definitionen ausdrückt, aus denen er die anderen Bestimmungen entwickelt. Die Definitionen erscheinen so äußerlich als Verbindungsmittel des Ganzen, das Ganze als System, der innere lebendige das Ganze bestimmende Gedanke ist aber der obige Satz. — Aus diesem Satze schließt er nun am allerersten, daß jedes, so z. B. Denken, Ausdehnung u. s. w., indem es ein Bestimmtes ist, und gegenüber einem anderen Bestimmten, eine Negation in sich hat, folglich nicht das rein Positive, absolut Seiende, die Substanz oder Gott sein, und ebenso außer Gott nicht bestehen kann, weil dann Gott selbst gegenüber einem anderen ein Bestimmtes, Beschränktes, wäre, eine Negation in sich einschließen, also nicht wirklich bestehen möchte.

So ist also nichts wirklich bestehend, als nur das absolut Eine, also das Untheilbare, Unendliche und Ewige, außer welchem gar nichts vorkommt, was also in sich ist, und durch sich begriffen wird, oder dessen Begriff nicht des Begriffs eines anderen Dinges bedarf. — Dieß ist sein Begriff der Substanz oder Gott.

Spinoza kann nicht seine Substanz als Allgemeinheit fassen, als ewigen Uebergang in das Unterschiedene und bei sich Bleiben, ewige Rückkehr zur Einheit, wodurch das Unterschiedene ebenso wie das Eine als das Wesentliche der Substanz, folglich als das wirklich Bestehende betrachtet wäre; er versenkt Alles in die Substanz, in das Eine, und dieß ist der Mangel.

Dieses Eine ist aber mit dem Eleatischen nicht zu identifiziren. — Das Eleatische war an allem Inhalte leer, während Spinoza in dieses Eine, die Substanz, allen geschichtlich zum Bewußtsein gekommenen Inhalt hineinlegte, wie wir dieß auch beim Cartesius im Unterschiede von der jonischen Schule gesehen haben. — Bei Spinoza ist die Substanz oder Gott eine freie Thätigkeit in sich; es ist nur der Mangel, daß er aus dieser Thätigkeit das Unterschiedene Viele nicht herausgehen läßt, und so das Unterschiedene Viele als Wesentliches der Substanz selbst nicht setzt, in welchem Falle seinem Systeme der Begriff des Allgemeinen zu Grunde liegen möchte.

Da er nun in der absoluten Substanz, Gott, nichts Bestimmtes wegen dem Grundsatze „omnis determinatio est negatio“ als an sich bestehend setzen kann, so setzt er unseren Verstand als die Ursache der uns am Bestehenden erscheinenden Unterschiede, des erscheinenden Bestimmten.

Diese Bedeutung gibt er nun am allerersten dem Denken und der Materie, dem Ausgedehnten. — Der Verstand sieht die Substanz in diesen zwei Accidenzen; an sich, in der Substanz, sind beide Eins und dasselbe, ihr Unterschied ist nur für uns, subjektiv. — Daher kommt seine Definition der Attribute. „Unter Attribut verstehe ich das, was der Verstand an der Substanz erfaßt, als ihr Wesen ausmachend.“ Diese Attribute sind das Denken und die Ausdehnung. — Jedes von den beiden ist für sich die ganze Totalität, so daß beide dasselbe enthalten, einmal in der Form des Den-

kens, das andere Mal in der Form der Ausdehnung. — Ausdehnung und Denken sind nur äußerlicher Weise unterschieden.

Indem nun das Denken und die Ausdehnung in der Substanz Eins und das nämliche sind, beide dasselbe enthalten, so muß in den Gedanken die nämliche Ordnung stattfinden, wie in dem Ausgedehnten, „ordo idearum est ordo rerum." — Dieses Setzen der Einheit des Denkens und des Seins ist das Wichtigste in dem Systeme Spinoza's, es ist die ganz richtige Behauptung, daß dem Bestehenden und dem Gedanken die nämliche Form zu Grunde liegt. — Diese Form, diese Ordnung, ist eben zu bestimmen, was aber bei Spinoza nicht stattfindet.

Das Weitere ist sein Begriff der einzelnen Dinge.

Diese sind nun eben das Bestimmte, dessen Wesen die Negation ist, das also nichts an sich ist, es ist nur in einem Anderen, kann also nicht durch sich selbst, sondern nur durch ein Anderes begriffen werden. — Dieß ist sein Begriff der Modi.

Das Denken und die Ausdehnung waren ebenfalls Bestimmtes — jedes war aber eine Totalität für sich, jedes der Inhalt der ganzen Substanz, also keines durch das Andere beschränkt, also auch keines in einem Anderen, keines durch das Andere begriffen. — Das Einzelne aber, die einzelnen Dinge — oder die einzelnen Gedanken, sind gegenüber anderen, werden durch andere beschränkt, sind nichts an sich, können also nicht durch sich selbst begriffen werden.

Spinoza erklärt uns die besonderen Dinge und die besonderen Gedanken auf diese Art, daß er in jedem Attribute zwei Modi annimmt. — Ruhe und Bewegung in der Ausdehnung, Verstand und Wille im Denken.

Durch die verschiedene Art der Ruhe und Bewegung unterscheiden sich die einzelnen Dinge, durch die verschiedene Art des Verstandes und des Willens die einzelnen Gedanken von einander. Sie sind es, wodurch das Einzelne sich von einander unterscheidet, es sind bloß Modifikationen. Was sich auf diesen Unterschied bezieht, und dadurch besonders gesetzt wird, ist nichts an sich. Jede Modifikation ist nur für uns außer Gott; sie ist nicht an und für sich. — Alle besonderen Dinge sind also als andere Modifikationen der Ruhe und Bewegung zu begreifen, als andere Bewegungsganzheiten. — Dieser Begriff ist die nothwendige Folge der Erkenntniß, daß Alles, was uns an den Dingen als Eigenschaften derselben erscheint, so Farbe, Geruch, Geschmack, Härte, Schwere, unsere Empfindungen sind, und wenn man von dem Erscheinenden dieses Subjektive trennt, an demselben nichts als Ruhe und Bewegung bleibt. Der geschichtliche Fortschritt der Theorie der Physik ist nichts Anderes, als der allmälige Uebergang zur Erklärung alles Bestehenden durch Ruhe und Bewegung. — Die Richtigkeit dieser seiner Ansicht hat die Geschichte vollkommen begründet.

Diesem parallel sind die Modi des Denkens bei ihm bestimmt. Der Ruhe entspricht der Verstand und der Bewegung der Wille. — Offenbar will er das Denken aus einem statischen und einem dynamischen Prinzip erklären und dieses ist ganz richtig. — Die Wahl der Gegensätze ist aber nicht erschöpfend.

Die Modi, die besonderen Dinge, faßt er unter „natura naturata" zusammen. — Er sagt: „die natura naturans ist Gott als freie Ursache betrachtet, insofern er in sich ist und durch sich selbst begriffen wird, oder solche Attribute der Substanz, welche die ewige und unendliche Wesenheit ausdrücken. — Unter natura naturata verstehe ich alles das, was aus der Nothwendigkeit der göttlichen Natur oder aus jedem der Attribute Gottes folgt, alle Modi der göttlichen Attribute, insofern sie betrachtet werden als Dinge, die in Gott sind, und die ohne Gott weder sein, noch begriffen werden können."

Das großartige in Spinoza ist eben dieses, daß er Alles auf Gott zurückführt. Dieses Zurückführen ist richtig. Das Besondere ist nur in dem Allgemeinen und kann nur in dem Allgemeinen vollständig begriffen werden. Der Mangel liegt nur darin, daß er dem Besonderen alle Selbstständigkeit in Gott benimmt, es nicht als nacheinander-nebeneinanderwerdendes Besonderes in dem Allgemeinen auffaßt. — Dem Sein der besonderen Dinge wird jede Selbstständigkeit in Gott benommen, es sind nur Modifikationen Gottes, unser Thun und Denken ist nur die Modifikation der freien Thätigkeit Gottes, die er nicht als nach einem Zwecke geschehend annimmt, weil auf diese Art Gott in sich nicht vollständig wäre, ein Anderes bezwecken möchte, wodurch die Negation in Gott selbst gesetzt wäre. — So ist bei ihm nur das Ewige, unveränderliche untheilbare Eine, die ewige Substanz, Gott; außer diesem ist nichts an sich wirklich:

Dieß ist der, der Philosophie Spinoza's zu Grunde liegende Gedanke. Zu erwähnen wäre noch sein Streben, die Wissenschaft als ein in sich geschlossenes Ganzes, als ein System zu geben. Wie aber schon oben erwähnt wurde, ist der eigentliche innere, das Ganze zusammenhaltende Gedanke der Begriff: „omnis determinatio est negatio", also ein außerhalb der Kategorien stehender Begriff, auf den reflektirt wird, — nicht aber ein Begriff, aus dem durch einen inneren Prozeß die weiteren Bestimmungen entwickelt wären. Aeußerlich erscheint das System durch Definitionen zusammengehalten. — Die Definitionen bestimmen aber nur, was man unter etwas versteht, geben aber nicht die Gewißheit, die objektive Wahrheit dessen, was definirt wird, und sind darum im Gebiete der Philosophie unzulänglich. — Das System ist also nur oberflächlich, und das Richtige daran ist nur dieses, daß ein systematisches Wissen angestrebt wurde. — Gegenüber dem Begriffe des absoluten Einen, welchen Spinoza dem Bestehenden zu Grunde legt, forbert der dialektische Fortschritt die

Zugrundelegung dem Bestehenden des Begriffes des absoluten Vielen. — Dieß finden wir bei

Leibnitz.

Im Gegensatz zu Spinoza, welcher nur das Eine, die Eine in sich thätige Substanz als das allein Bestehende setzte; setzt Leibnitz das Viele, die Vielen in sich thätigen und in dieser Thätigkeit aus sich nicht herausgehenden, bei sich bleibenden, einfachen substantiellen Formen, die er Monaden nennt, als das eigentliche Bestehende.

Entsprechend dieser ganzen philos. Richtung und im Gegensatze zu der Philosophie der empirischen Wissenschaften sind seine Monaden nicht materiell, nicht ausgedehnt, sondern intellektuell, ihre Thätigkeit ist eine Perzeption, ein Vorstellen, und der thätige Uebergang von einer Perzeption zur anderen, ein Begehren, und diese Thätigkeit geht aus der Monade nicht heraus, bleibt eine Thätigkeit in sich selbst und ist so ein sich in sich Reflektiren.

Diese Bestimmung der Monade ist das Tiefste in seiner Philosophie. Im Absoluten steht er auf dem Begriffe des Vielen, in dem Begriffe der Monade nähert er sich dem Begriffe des Allgemeinen, und zwar vorzüglich dem Begriffe des Allgemeinen des Nacheinanderseins, indem er die Monade als eine Thätigkeit bestimmt, welche in sich einen nacheinander werdenden Unterschied setzt, bei diesem Unterschiede aber bei sich, einfach bleibt.

Hier sehen wir den Unterschied der Philosophie des Leibnitz und jener der Atomisten. Das Einzelne der Atomisten, die Atome, sind absolut einfach, feste materielle in sich bewegungslose Punkte, während die Monaden des Leibnitz substantille Formen sind, welche von selbst in sich thätig sind, und bei dieser Thätigkeit einfach bleiben. Sein Verhältniß zu den Atomisten ist also das nämliche, wie jenes Spinoza's zu den Eleaten.

Durch den Unterschied dieser inneren in sich Thätigkeit unterscheiden sich die einzelnen Monaden von einander; auf diese Art ist der Unterschied derselben an ihnen selbst, nicht oberflächlich von uns gesetzt.

Wie nun die Atomisten durch Nebeneinanderstellen der Atome die besonderen Dinge konstruiren müssen, so auch hier die bestehenden Dinge durch Aneinanderstellen der Monaden, — diese Art Verbindung ist begrifflich nichts Anderes, als das Setzen des diskret Genommenen als Stetiges, die niedrigste begriffliche Stufe der Trennung und der Vereinigung, wie in der ersten Denkstufe.

Es ist keine andere Einheit des absolut Einzelnen möglich, und bei Leibnitz werden die Monaden als absolute Einzelnheiten genommen, indem

er denselben jeden Einfluß aufeinander benimmt; jede ist für sich selbstständig, gegen die andere absolut gleichgültig, es findet keine ursächliche Verbindung zwischen ihnen Statt.

Jedes Ding ist also eine Verbindung mehrer Monaden. — Das Ding stellt sich aber in seiner Thätigkeit als ein Ganzes dar; da nun die Monaden durch ihre Thätigkeit sich von einander unterscheiden, so ist es nöthig zu erklären, wie bei dem Unterschiede der Thätigkeiten der einzelnen Monaden die Einheit der Thätigkeit der einzelnen Körper und des Absoluten geschieht. Es muß also hier, wie früher, gegenüber der Vielheit, Diskretion, die Einheit, Stetigkeit gesetzt werden, die Uebereinstimmung, was Leibnitz präſtabilirte Harmonie nennt. Es wird also überall Vielheit, Unterschied und Einheit, Uebereinstimmung gesetzt; aber dieses Setzen ist nur ein Zusammenstellen, wie in der ersten Denkstufe, aber nicht ihre einander gegenseitig aufhebende Einheit, das sich selbst Aufheben des Einen zum Vielen und des Vielen zum Einen.

Darum muß Leibnitz den Unterschied der Monaden mehr quantitativ bestimmen; er setzt ihn in dem Gradunterschied der Deutlichkeit der Perzeption. Monaden, in welchen die Perzeption dunkel, also diese in sich selbst Thätigkeit gering ist, und solche, in welchen die Perzeption deutlich, also die in sich selbst Thätigkeit größer ist. Dieser mehr in sich thätigkeitslose passive Zustand der Monaden ist das, was wir Materie nennen.

Ist in einem Körper die Verbindung der einzelnen Monaden ein einfaches Nebeneinandersein, so ist der Körper unorganisch; ist aber die Verbindung eine innere, also von einem einfachen Nebeneinandersein sich unterscheidende, so ist der Körper organisch. Diese Unterscheidung ist richtig, die organische Einheit aber bei ihm nicht begrifflich gegeben. Leibnitz hat hier die Nothwendigkeit einer anderen Verbindung als einer einfachen Zusammenstellung eingesehen, auf seinem Standpunkte war aber eine andere Einheit nicht durchzuführen, weil er die Monaden als absolute auf einander gar nicht einwirkende Einzelnheiten genommen hat. Er bestimmt diese organische Einheit auf die Art, daß er sagt, daß eine Monade über die anderen die Herrschaft hat, welche Bestimmung von keiner Bedeutung ist.

Im Begriffe des Herrschens liegt der Begriff des Aufhebens der Selbstständigkeit der Beherrschten, diesen Begriff sollte er konsequent durchführen, aber dann fällt sein Grundbegriff der absoluten Selbstständigkeit der Monaden, er muß dann den organischen Körper als Allgemeinheit, Einheit des Unterschiedenen fassen, wie er dieß bei der Monade selbst thut. Das Herrschen ist also nicht das wirkliche Aufhebende, es bleibt nur ein leeres Wort, die Uebereinstimmung ist präſtabilirte Harmonie.

Ein solcher Körper nun, in welchem eine Monade über die Anderen herrscht, ist belebt, ein Thier oder ein Mensch, und die herrschende Monade

seine Seele. In einem belebten Wesen sind aber auch die einzelnen Glieder derselben beseelt, die Uebereinstimmung zwischen der Seele und dem Körper prästabilirte Harmonie.

In der menschlichen Seele ist die Deutlichkeit der Perzeption, also dieser inneren Thätigkeit, sich in sich Reflexion die größte, und diese besteht eben darin, daß der Mensch nothwendiger und ewiger Wahrheit fähig ist. Diese ewige Wahrheiten beruhen auf zwei Grundsätzen des Widerspruchs und des zureichenden Grundes.

Davon geht er auf Gott über, den er als die Monas Monadum bestimmt, und außerdem noch als den Grund, den Schöpfer der Welt, nämlich aller Monaden. Diese Monaden entstehen und vergehen nicht auf natürliche Weise d. i. wie die Körper, sie sind ein mehr Bleibendes, ein Unveränderliches, Eines im Nacheinandersein, wodurch er gewissermaßen auf dem Grundbegriff der Atomisten, das Viele des Nebeneinanderseins ist das Eine im Nacheinandersein, steht, nur setzt er, daß sie durch eine Schöpfung Gottes entstehen und durch Vernichtung von ihm vergehen können. Die Monas der Monadum macht also eine Ausnahme, ihre Thätigkeit ist auch außer sich auf andere Monaden entweder erschaffend oder vernichtend gerichtet, welche Bestimmung freilich keine aus dem Grundgedanken seines Systems fließende Nothwendigkeit ist.

Seinem Grundgedanken gemäß ist nur eine Vielheit bald untergeordneter, beherrschter, bald übergeordneter, beherrschender Monaden und die Monas Monadum, welche das Ganze zur Harmonie vereinigt, und alle diese Monaden sind unentstanden, unveränderlich und unvergänglich, also gänzlich der atomistische Grundbegriff: „das Viele des Nebeneinanderseins ist das Eine des Nacheinanderseins.“ Der Begriff der Monas Monadum oder Gottes als Schöpfers aller übrigen Monaden ist offenbar an das System angeklebt. — Ebenso versucht er den Gegengesatz, die Einheit des Entgegengesetzten als Begriff des Guten und Bösen durchzuführen, ist aber darin oberflächlich, weil diese Einheit aus seinem Grundgedanken nicht zu bestimmen ist. Dieß ist nun der seinem Systeme zu Grunde liegende Gedanke.

Wie bei Spinoza die Selbstständigkeit des Besonderen, Vielen vermißt wird, so bei ihm die lebendige Einheit. Beide nähern sich dem Begriffe des Allgemeinen, der Einheit des Einen und Vielen, Spinoza in der Bestimmung der absoluten Substanz oder Gott, Leibnitz in der Bestimmung der Monade, keiner steht aber auf diesem Begriffe.

Hegel bemerkt richtig, daß das System des Leibnitz gänzlich die Form der Hypothese habe. Dem Grundgedanken des Leibnitz hat Wolf eine systematische Form gegeben. Wolf's ganze Philosophie ist in einem System wie bei Spinoza nach Form der Mathematik entwickelt. Durch Wolf ist die Philosophie in Deutschland viel ausgebreitet worden; indem er aber im

Grundgedanken nicht über Leibnitz hinausgeht, belassen wir es nur bei dieser Erwähnung von ihm.

Uebergang auf den Begriff des Allgemeinen.

Indem wir nun auf die vorigen Systeme zurückblicken, sehen wir, daß in denselben dem Bestehenden die besonderen Begriffe des Einen und Vielen in ihrer Trennung zu Grunde gelegt wurden, dadurch aber jedes dieser Systeme sich unvollständig zeigte und das entgegengesetzte forderte. Das nächste Resultat also, auf welches man nach geschichtlicher Entwicklung dieser Systeme kommt, ist dieses, daß weder der eine noch der andere von diesen Begriffen dem Absoluten zu Grunde gelegt werden, das Absolute also gar nicht erkannt werden kann. Die Skepsis in Bezug auf die Bestimmung des Absoluten.

Die beiden philosophischen Richtungen, die analytische der empirischen Wissenschaften bei Bako, Locke, Berkeley, Hume und die synthetische bei Cartesius, Spinoza, Leibnitz, Wolf, führen also in verschiedener Art auf die Skepsis. Die erste, inden sie die Erkenntniß-Kritik durchgeht und auf der Analyse, Zersetzung der allgemeinen Begriffe stehen bleibt. Dieß ist die Zersetzung aller Verbindung des Bestehenden; das Bestehende wird nur als ein Vieles im Nebeneinandersein und Nacheinandersein betrachtet. Alle Verbindungen also, alle Begriffe, die wir in jedem Gebiete des Wissens haben, sind von unserem Verstande untergeschoben, nicht objektiv. Die Zweite, indem sie die Zugrundelegung dem Bestehenden der besonderen Begriffe vollendet, also darauf kommt, daß keines von den entgegengesetzten Bestimmungen dem Bestehenden zu Grunde gelegt werden kann, das Absolute also nicht zu bestimmen ist.

Die Skepsis der beiden Richtungen mußte in die nämliche Zeitperiode zusammenfallen, weil das gründliche Ueberschreiten, welcher immer von denselben, das Ueberschreiten der anderen nothwendig bedingt.

Die richtige Würdigung des Resultates, auf das nun die Geschichte der philosophischen Entwicklung gekommen ist, zeigt uns gleich die Richtung, welche sie weiter einschlagen muß.

Das Erste ist nun die Skepsis und zwar vorzüglich in Bezug auf die Bestimmung des Absoluten, und mit ihr die Zersetzung der bestehenden sozialen Verhältnisse und die allgemeine Aufklärung. Die Philosophie verliert dabei ihre Gründlichkeit, und wird nur zum Gespräch über philosophische Fragen.

Das Zweite ist das Auftreten des moralischen Prinzips gegen die Skepsis. Gegenüber dem extremen skeptischen Standpunkte, der nur das nebeneinander und nacheinanderseiende Viele, Einzelne, und nichts an sich Allgemeines annimmt, alle begrifflichen Bestimmungen nur für subjektiv

und zufällig hält, in diesen Bestimmungen keine Nothwendigkeit sieht, muß sich das Allgemeine festhalten, und zwar am allerersten nur das unmittelbare, das ist das Eine, Stetige, Uebereinstimmende, im moralischen Gebiete. Da aber der Verstand auf dem obigen Standpunkte der Entwicklung eben die Vernichtung jedes positiven Prinzips durchgeführt hat, muß für die Erkenntniß der sittlichen Prinzipien eine andere Quelle gezeigt, die Verwahrung gegen die vernichtende Analyse des Verstandes gemacht werden. Sie müssen als unmittelbare und nothwendige Gesetze der Erfahrung selbst sich zeigen.

Damit aber geht die Erkenntniß über die Skepsis nicht vollständig hinaus. Dieß fordert den weiteren Fortschritt in der Erkenntnißkritik selbst, das Ueberschreiten des Standpunktes von Hume und das Aufzeigen, daß die Erfahrung selbst nur begrifflich sein kann, die Anschauungen ohne Begriffe blind sind, also der Uebergang der Erkenntnißkritik von der Analyse zur Synthese, Aufzeigen des synthetischen Faktors unserer Erkenntniß.

Das letzte ist dann der Uebergang zum Allgemeinen selbst, daß das Bestehende eben als Einheit des Entgegengesetzten, des Einen und Vielen in Nacheinander und Nebeneinandersein zu fassen ist, womit erst die Skepsis sich vollständig verliert.

Von der ganzen Uebergangsperiode, in welcher das begriffliche Ueberschreiten der Skepsis nur vorbereitet wird, und deren positives Verdienst hauptsächlich nur der Fortschritt der empirischen Wissenschaften in jedem Gebiete, die Aufregung zur Wissenschaft und der Anfang der Veränderungen des sozialen Zustandes ist, können wir nur kurz erwähnen.

Den Anfang in dieser Hinsicht macht die

Schottische Schule.

Sie befaßt sich hauptsächlich mit der Moral. Gegenüber dem Einzelnen, dem einzelnen Bewußtsein, dem einzelnen Willen, wird der Gemeinsinn, das worin alle übereinstimmen, was alle unmittelbar entschieden für wahr anerkennen, als Grundlage aller Erkenntniß gesetzt. Die Skepsis äußert sich als Verwahrung gegen den kritischen Verstand, und als Quelle der richtigen Erkenntniß wird der sogenannte gesunde Menschenverstand aufgestellt.

Diese Wahrheiten behauptet man, bedürfen nicht künstlicher Wissenschaften und unterwerfen sich nicht ihrer Kritik; der sogenannte gesunde Menschenverstand d. i. die einfache Unterscheidung und Vereinigung, wie sie in der ersten Denkstufe vorkommt, die einfache Beobachtung, Erfahrung, wird als die logische Grundlage gesetzt.

Dadurch stellt sich hier die Forschung auf die nämliche Basis, wie in den Naturwissenschaften. Diese praktischen Forschungen über die Moral und den Staat sind von großer historischer Wichtigkeit; sie sind in sozialer

Beziehung das, was die Physik für die Naturwissenschaften. Auf praktische Weise wird hier der Allgemeinbegriff, der sich objektiv finden muß, und nur durch dieses objektive sich finden, sich bestätigen kann, allmälig zum Bewußtsein gebracht. Ohne diese praktische Vorarbeitung kann der Allgemeinbegriff zum Bewußtsein nicht gelangen. Diese Philosophie schließt sich an die

Französische Philosophie.

Der Grundgedanke dieser Philosophie ist jener der Philosophie der empirischen Wissenschaften in Vereinigung mit dem sittlich-sozialen Standpunkte der schottischen Schule.

Sowie die ganze philosophische und historische Bedeutung der Philosophie der empirischen Wissenschaften, einerseits die negative, die Befreiung von Voraussetzungen durch Rückgang zur ersten Denkstufe, und andererseits die positive, nämlich die durch Hinweisung auf Beobachtung entstehenden empirischen Wissenschaften, die neue Natur und Staatswissenschaft ist, so ist auch das nämliche die ganze Bedeutung der französischen Aufklärung.

Die praktische Konsequenz, welche Locke aus seinem Standpunkt nicht gezogen, hat die französische Aufklärung gemacht. Die Vernichtung von Allem, was sich durch die Geschichte in Religion und Staat als Festes, Positives herausarbeitete und die Rückkehr zum Naturzustande wurde gefordert.

Dort der Drang zur Befreiung der Wissenschaften von historisch emporgekommenen begrifflichen Voraussetzungen, und begriffliche Rückkehr zur ersten Denkstufe; hier der Drang zur Befreiung von historisch emporgekommenen positiven in Religion und Staat bestehenden Gesetzen, und Rückgang zum ursprünglichen Naturzustande. Sowie dorten die Folge davon das Emporkommen der empirischen Beobachtung der Natur und des sozialen Zustandes und der neue Standpunkt dieser Wissenschaften das große positive Resultat ihres negativen Standpunktes ist, so auch hier einerseits die weitere Entwicklung dieser Wissenschaften und anderseits der Anfang den daraus emporgekommenen Ansichten im sozialen Leben, im Staatsleben, Geltung zu verschaffen.

Sowie aber die englischen Philosophen ihren Grundansichten nicht die ihnen gebührende negative Bedeutung zugeschrieben, sondern sie als höchste Position, als das letzte Wort über die Grundprinzipien der Weltansicht betrachtet haben, so auch hier; man glaubte sich in der Möglichkeit, die höchsten Prinzipien in der allgemeinen Weltansicht, Religion und Staat, und dadurch die neue soziale und politische Weltordnung zu setzen.

Dieses Uebergreifen über ihren wirklichen Standpunkt mußte in sich selbst zusammenfallen. Als man zur gänzlichen Negation des Be-

standenen gelangte, mußte die Rückkehr beginnen, die Revolution wurde wissenschaftlich, religiös, sozial und politisch zu ihrer wirklichen Bedeutung zurückgedrängt, auf die Abschaffung der in Religion und Staat eingerissenen Mißbräuche beschränkt, und auf das wissenschaftliche Gebiet, die weitere Forschung in Natur, Religion und Staat, verwiesen.

Eine neue Vereinigung des Ganzen zu Einem, das Allgemeine, das die Einheit des Unterschiedenen, Besonderen, wäre, konnten sie nicht setzen, weil sie eben davon wissenschaftlich am weitesten entfernt waren. Das Bedürfniß der Einlenkung der wissenschaftlichen Forschungen in diese Richtung mußte wach werden, dieser Mangel mußte zum Bewußtsein gelangen.

Dieß ist nun das in der französischen Philosophie Bedeutende, nämlich das Streben, das Bestehende als Ganzes aufzufassen und als solche Einheit darzustellen. Die empirischen Wissenschaften haben sich von den vorigen Voraussetzungen zum Theile befreit, erhielten aber dafür ihren eigenen Inhalt. Das Besondere oder Einzelne zeigte sich in Wechselbeziehung mit dem Allgemeinen ebenso in der Natur, wie im sozialen Leben, im Staate, dieß mußte die Einheit des Bestehenden im Ganzen zum Bewußtsein bringen.

Die französischen Philosophen haben die Einheit ganz materiell genommen, selbst das Denken haben sie als Empfindung betrachtet. Sehen wir aber auf den damaligen Stand der Physik, in welcher fast alle Theorie auf Hypothesen beruhte, die sich jetzt größtentheils als unzureichend erwiesen, und der Erfahrungsstoff gar nicht begrifflich genommen wurde, so wird uns die Unmöglichkeit dieser Durchführung ganz einleuchtend.

Damit verlassen wir die philosophische Richtung, als deren historische Bedeutung, die Negation alles Begrifflichen, die Analyse der Begriffe und Rückkehr zur ersten Denkstufe, das sich Beschränken auf die Erfahrung und den gesunden Menschenverstand, unter welchem die Verstandesthätigkeit, wie sie in der ersten Denkstufe ist, verstanden wird (welche, wie am Anfange der Geschichte der Philosophie gezeigt wurde, über das Allgemeine nichts zu bestimmen im Stande ist, weil sie nur mit den unvollständigen besonderen Begriffen sich beschäftigt), und dann das Emporkommen der empirischen Natur- und Staatswissenschaft, erkannt wurde, übergehen auch die deutsche Uebergangsperiode, inwiefern sie begrifflich über den obigen Standpunkt nicht hinausgeht, und fangen mit Kant den eigentlichen Uebergang zur neuen Philosophie an.

Kant.

In Kant konzentrirt sich der Uebergang von dem vorigen philosophischen Standpunkte auf den neuen vollständig. Er vereint die beiden vorigen philosophischen Richtungen, hebt beide in sich auf, und überschreitet dadurch den Standpunkt beider. Er entspricht allen Forderungen des geschichtlichen

Fortschrittes vollständig, und indem er dabei das Widersprechende dieser Forderungen konsequent zu verbinden weiß, nöthigt er zur Anerkennung seiner Ansichten. Die Anerkennung seiner Philosophie war allgemein.

Der geschichtlich dialektische Fortschritt fordert:

1. Gegenüber der Ansicht der Schule der empirischen Wissenschaften, die alle nothwendige Verbindung in dem Bestehenden leugnete, dabei aber ein Wissen aus der Erfahrung für möglich hielt, die weitere Kritik unserer Erkenntniß, den weiteren Rückgang auf die erste Denkstufe, das Aufzeigen der Nothwendigkeit des Verbindenden, Synthesirenden, in unserer Erkenntniß, und der Unmöglichkeit ohne demselben irgend ein Wissen, eine Erfahrung zu haben. Dieß thut Kant in seiner transzendentalen Logik.

2. Gegenüber der synthetischen Schule: das Hervorheben des aus dem Ganzen fließenden Resultats, daß weder der Begriff des Einen, wie bei Spinoza, noch des Vielen, wie bei Leibnitz, überhaupt keine von den entgegengesetzten Bestimmungen auf das Absolute sich übertragen läßt, wir also über das Absolute gar nichts bestimmen können. — Skepsis in Bezug auf das Bestimmen des Absoluten. — Kritik der theoretischen Vernunft.

3. Das Hervortreten des moralischen Prinzips im moralischen Gebiete und als Gegensatz gegen die Skepsis selbst. — Kritik der praktischen Vernunft.

1. Kritik des Verstandes.

Zur Skepsis gelangte man auf dem analytischen Wege, indem man durch die Analyse der Erkenntniß nur darauf kam, daß uns die Erfahrung nichts mehr als ein Vieles des Nacheinanderseins gibt, keine Verbindung, keinen nothwendigen Zusammenhang, was alles Wissen aufhebt. — Diese Analyse war Rückgang auf den Anfang, auf die erste Denkstufe, das zum Bewußtseinbringen der ersten Denkstufe.

Der Rückgang war aber nicht vollständig, man kam nur zur Erkenntniß des ersten Resultates, welches wir durch die erste unbewußte Analyse des uns unbewußten Grundbegriffes des nacheinander-nebeneinanderwerdenden Allgemeinen vom Besonderen erhalten, nicht aber zu diesem Grundbegriffe selbst.

Das Bewußtsein der Einheit dieser Vielheit also der Allgemeinheit wird vermißt. Dieses ist der Mangel; die Kritik unserer Erkenntniß muß diesen Mangel ausfüllen, diese Einheit vorzeigen und so auf den richtigen vollständigen Anfang zurückgehen. — Den Anfang dazu macht Kant, indem er zwar diese Einheit das Allgemeine (den Gedanken, die Vernunft) an dem Objektiven selbst ansichseiend nicht darstellt, sondern umgekehrt alles Bestimmen des sinnlichen Stoffes in den Verstand setzt, dadurch aber nachweist, daß wir von Außen allein das Wissen, welches wir das Erfahrungs-

wissen nennen, gar nicht bekommen, sondern darin ebenfalls Verstandesbestimmungen liegen.

Dadurch wird nun das Einwenden gegen den Verstand ganz vernichtet, im Gegentheil alle Erkenntniß in die Thätigkeit des Verstandes gesetzt. Das, was der Verstand seinen inneren Gesetzen gemäß nothwendig setzt, worin also alle Menschen, da ihrem Verstande das nämliche zu Grunde liegt, übereinstimmen müssen, hat zwar nur subjektive Geltung, es ist aber das einzige Wissen und die einzige Wahrheit, also auch das Einzige, was uns im Praktischen bestimmen muß.

So geht Kant vollständig auf das Denken über und fällt in dieser Hinsicht mit Sokrates zusammen.

In der Erkenntnißkritik vereinigt Kant die Ansicht der Philosophie der empirischen Wissenschaften, nach welcher wir unsere Erkenntnisse von Außen bekommen und keine angeborenen Ideen haben, mit der Ansicht der synthetischen Richtung, welche eben die angebornen Ideen zu ihrem Grundprinzipe macht.

Diese nimmt er aber richtig aus den unserem Denken zu Grunde liegenden Begriffen, und macht auf diese Art, ebenso den gemeinen Empirismus, wie auch das Herausgehen in der Philosophie aus beliebigen Begriffen und Vorstellungen, die nicht der Grundlage unseres Denkens angehören, den Dogmatismus, auf immer unmöglich.

Er unterscheidet in unserer Erkenntniß den Besitz a posteriori, der uns von Außen hinzukommt. Dieses sind unsere Empfindungen, der Stoff aller Anschauung. An diesen bekommen wir nichts Begriffliches. — Außer diesen haben wir aber auch einen Besitz a priori, der gar nicht dem Außerunsseienden angehört, sondern lediglich uns, und ohne welchem wir ebenso wie ohne dem a posteriori uns hinzukommenden sinnlichen Stoff keine Erkenntnisse haben können.

Dieser Besitz a priori sind erstens die sinnlichen, aber reinen idealen Anschauungsformen des Raumes und der Zeit.

Raum und Zeit gehören nach ihm gar nicht den Empfindungen an, wir bekommen sie nicht zugleich mit diesen; denn nehmen wir alle Empfindungen weg, so bleiben doch Raum und Zeit als allgemeine Formen, in welchen diese eingeschlossen, zusammengehalten waren.

Ebenso gehören sie nicht dem Denken, weil sie keine Begriffe sind, sie sind Produkte der stets regen produzirenden Fantasie im Menschengeiste.

Sie sind a priori, weil wir sie, da wir sie zugleich mit den Empfindungen nicht bekommen, und doch ohne dieselben jede Erkenntniß unmöglich wäre, nothwendig in Voraus haben müssen. Außer diesem apriorischen Besitz der Sinnlichkeit haben wir noch einen apriorischen Besitz des Verstandes, die unserem Denken zu Grunde liegenden Begriffe, Kate-

gorien, durch welche wir zu nothwendigen Urtheilen gezwungen werden. Diese bekommen wir ebenfalls mit den Empfindungen nicht.

Jede Erkenntniß geschieht durch das Zusammenkommen dieser drei Bestimmungen. Die ideelen Anschauungsformen Raum und Zeit sind, indem sie einerseits sinnliche Formen sind, anderseits aber als Formen den in sich diskreten sinnlichen Stoff unserer Empfindung in eine Einheit zusammenfassen, das Mittel, durch welches wir nur unsere Begriffe, die überhaupt ordnend, vereinigend sind, auf den sinnlichen Stoff anwenden, und so zu nothwendigen Urtheilen, zur Erkenntniß, gelangen können.

Ohne die ideelen Anschauungsformen: Raum und Zeit, könnten wir zu keiner Erkenntniß gelangen. Nur indem wir unsere Empfindungen in Raum und Zeit versetzen, indem sie entweder in der Zeit allein, oder in Raum und Zeit zugleich, einen Ort einnehmen d. i. indem wir sie als nebeneinanderseiend und nacheinanderseiend nehmen, können sie uns zum Stoff der Erkenntniß werden.

Das Verknüpfende, Ordnende ist der Verstand mit seinen Kategorien, und diese Thätigkeit des Verstandes nennt Kant die synthetische Apperzeption.

Durch diese verknüpfende Thätigkeit des Verstandes bilden wir die Urtheile der Quantität, Qualität, Relation und Modalität.

Indem wir die Empfindungen durch die apriorischen Formen des Raumes und der Zeit nehmen, nehmen wir sie als eine Dauer in der Zeit, und im Fall sie eine Gestalt haben, auch als Ausdehnung im Raume, wofür der gemeinschaftliche Ausdruck der der Größe oder Quantität ist.

Indem wir nun alle Sensationen im Raume und Zeit erhalten, und einsehen, daß wir sie so erhalten müssen, fällt unser Verstand mit Nothwendigkeit das Urtheil: Daß alle Anschauungen Quantitäten sind. Was unter die Zahl fällt, fällt unter die mathematischen Gesetze, so beruht die Mathematik gänzlich auf dem apriorischen Urtheil der Quantität.

Zur Sensation wird nothwendig Mannigfaltigkeit gefordert, ohne Mannigfaltigkeit ist keine Sensation möglich, denn eine stetig ununterschiedene Sensation würde von uns unbemerkt bleiben. Diesen Unterschied der Sensationen setzt Kant nur als einen Gradunterschied. Dieser Unterschied ist also an den Sensationen selbst, als Gradunterschied fällt er aber unter die Kategorie der Quantität. Indem nun der Verstand die Nothwendigkeit des Erhaltens aller Sensationen in Gradunterschied einsieht, fällt er das allgemeine Urtheil, daß Alles eine intensive Größe, eine Qualität sein muß.

In den Begriffen der Quantität und Qualität haben wir nur das extensive und intensive Viele des Neben- und Nacheinanderseins gesehen.

Jetzt kommt Kant zum Einen des Nacheinanderseins, dem Unwandelbaren, Beharrlichen.

Die Sensationen verändern sich fortwährend, sind also das Wandelbare, ein Vieles im Nacheinandersein; so sehen wir z. B. den Schnee schmelzen, zu Dampf, Wasser, Eis werden.

An diesem Wandelbaren sieht nun der Verstand auch ein gewisses relatives Beharren, im Wasser ist auch gewissermassen das Nämliche, was im Schnee war. Um nun dieses Wandelbare zu verbinden und so in das Mannigfaltige der Anschauungen eine gewisse Ordnung zu bringen, das Mannigfaltige sich übersichtlich und faßlich zu machen, faßt der Verstand die mit einander zusammenfallenden Erscheinungen, in welchen bei der Veränderung ein relatives Beharren sich zeigt, in Eins zusammen, und indem er das Veränderliche als Eigenschaften nimmt, setzt er demselben ein Beharrliches zu Grunde, an wechem die Veränderung vor sich geht; so kommt er zum Begriffe der Substanz.

Der Verstand als das die Anschauungen Vereinigende, Ordnende, muß nothwendig ein Beharrliches, das Unwandelbare des Wandelbaren, die Substanz, setzen, nach Substanzen forschen, denn sonst könnte er über das Mannigfaltige der Anschauungen keine Uebersicht bekommen; gründlich gesprochen, könnte er ohne Verbindung des Mannigfaltigen zur Einheit zu keiner Erkenntniß gelangen. Der sinnliche Stoff gibt uns also einen Anstoß zum Festsetzen des Begriffes der Substanz, indem er relativ Beharrliches nachweist, aber der Begriff selbst, daß dem Wandelbaren das Unwandelbare zu Grunde liegen muß, wird vom Verstande festgesetzt und gehört nur ihm.

Indem nun die Substanzen absolut beharrlich sind, können sie von selbst in Veränderung nicht übergehen. Daraus muß also der Verstand nothwendig auf einen Grund oder die Ursache der Veränderungen an der Substanz schließen.

Die Ursache der Veränderungen muß von Außen, von einer anderen Substanz, herkommen. So bildet der Verstand den Begriff der Kausalität. Und da die Substanzen absolut unveränderlich sind, so können sie weder vermehrt, noch vermindert werden; es muß sich also Wirkung und Zurückwirkung vollständig ausgleichen, also immer eine Wechselwirkung stattfinden.

Eine sehr wichtige Bestimmung, die bei Kant am allerersten in dieser Bedeutung vorkommt.

Die vierte Urtheilsform ist die der Modalität; sie hat nur Beziehung auf unser Denken, inwiefern wir nämlich Begriffe des Wirklichen, Möglichen und Nothwendigen haben.

So bekommt Kant seine vier Urtheilsformen der Quantität, Qualität, Relation und Modalität und daraus die Kategorien: 1) Der Quantität:

Einheit, Vielheit, Allheit. 2) Der Qualität: Realität, Negation, Limitation. 3) Der Relation: der Inhärenz und Subsistenz, der Kausalität und Dependenz, der Gemeinschaft oder Wechselwirkung. 4) Der Modalität: Möglichkeit, Unmöglichkeit; Dasein, Nichtsein; Nothwendigkeit, Zufälligkeit.

Dieß ist das Bedeutendste von der Philosophie Kant's, hier ist der größte Schritt gemacht, den dem Bestehenden und unserem Denken zu Grunde liegenden Begriff zum Bewußtsein zu bringen. Vergleichen wir die ideelen Anschauungsformen und die Kategorien Kant's mit dem im ersten Abschnitte entwickelten unserem Denken zu Grunde liegenden Begriffe, so finden wir bei ihm die nämlichen Bestimmungen aber getrennt, und dort in der Einheit. Raum und Zeit entsprechen dem Begriffe des Nebeneinanderseins und des Nacheinanderseins. Kant hat nicht diese Begriffe genommen, sondern die Formen, in welchen uns das Neben- und Nacheinandersein in Folge unserer Wechselbeziehung mit dem Allgemeinen erscheinen. Durch diese Verwechslung hat er nun gleich die Trennung in die Grundlage unserer Erkenntniß hineingetragen.

Die Kategorien der Quantität und Qualität entsprechen dem Mannigfaltigen, Vielen im Neben- und Nacheinandersein. Die der Relation dem Einen, Stetigen, Beharrlichen. Die Kategorien der Modalität fallen von selbst außerhalb des Objektiven, indem sie sich nur rein auf das Subjektive beziehen. Alles ist hier aber von einander getrennt.

Die Ordnung der Betrachtung ist auch hier wie dort die nämliche, zuerst die Betrachtung des Mannigfaltigen, Veränderlichen, und hierauf die Betrachtung des Unwandelbaren, Beharrenden, Stetigen, Einen. Er hat aber das Wandelbare, Mannigfaltige, von dem Unwandelbaren, Beharrenden wiederum getrennt, und so die Substanz dem Erscheinenden gegenübergestellt und ist dadurch auf das Ansichseiende gegenüber dem Erscheinenden, und daraus nothwendig zu dieser Ansicht gekommen, daß wir ein Ansichseiendes nothwendig setzen, darüber aber gar nichts bestimmen können, weil es gänzlich außer unseren Erkenntnißinhalt fällt.

Kant hat an dem Erscheinenden einerseits das Mannigfaltige und Wandelbare und anderseits das Stetige und Beharrende und zwar ebenso im Nebeneinandersein wie im Nacheinandersein gesehen, hat aber seinem analytischen Standpunkte gemäß sie in Einheit nicht genommen, und dadurch an dem Bestehenden selbst den Gedanken nicht gesehen, und ist darum auf die Ansicht gerathen, daß alle diese Bestimmungen von dem Verstande gesetzt sind, das aber was an sich ist, wir gar nicht bestimmen können.

In der im ersten Abschnitte entwickelten ersten Denkstufe haben wir gesehen, daß dem Objektiven und unserem Denken die nämliche Form zu Grunde liegt, daß die Erkenntniß und das Erkannte gänzlich zusammenfallen, daß ebenso von dem Mannigfaltigen, Erscheinenden, die Nöthigung kommt, dasselbe als ein Vieles wie auch als Eines und ebenso als Eines

vom Vielen, als Allgemeines u. z. in der Einheit des Nach- und Nebeneinanderseins zu nehmen, wie auch anderseits diese Nöthigung der Gedanke selbst ist. Dieß ist nun der Mangel bei Kant, daß er die Einheit des subjektiven und objektiven Gedankens nicht wahrgenommen und in Folge dessen den sinnlichen Stoff von den subjektiven ideelen Anschauungsformen und den Gedanken getrennt, das Nebeneinander- und Nacheinandersein in den Anschauungsformen des Raumes und der Zeit genommen, und die Kategorien getrennt, nicht in ihrer sich gegenseitig sich aufhebenden Einheit genommen hat. Er hat alle Bestimmungen der unseren Gedanken und dem Objektiven zu Grunde liegenden Form genommen, doch alle in Trennung.

Indem er aber die zwei Kategorien jeder Urtheilsform vereinigt, so die Kategorien der Einheit und Vielheit in der Allheit, der Realität und Negation in der Limitation, der Substantialität und der Kausalität in der Gemeinschaft, Wechselwirkung, so hat er dadurch den Weg der Vereinigung derselben angebahnt. Wir werden weiter sehen, wie seine Erkenntnißkritik das Material zur Konstruktion des Allgemeinbegriffes den nachstehenden phil. Systemen gibt.

Dieß über seine Kritik des Verstandes. Aus diesem seinen Grundgedanken hat er den Versuch einer Naturphilosophie gemacht, deren Erörternng hier aber nicht geschehen kann.

Das zweite ist die Skepsis in Bezug auf das Bestimmen des Absoluten. Dieß ist in Kant's Kritik der theoretischen Vernunft. — Verstand ist bei Kant Denken, welches das Endliche zu seinem Gegenstande hat — Vernunft das Unbedingte, Unendliche, und dieses Unbedingte nennt Kant die Idee.

Er geht nun zum Bestimmen des Unbedingten aus dem Resultate seiner Erkenntnißkritik heraus.

Der kurz gefaßte Gedanke ist dieser:

Indem wir zu jeder Erkenntniß erstens einen Stoff haben müssen, ein aposteriori, und zweitens einen Besitz a priori, die Kategorien, — sowohl der erste, als die letzteren uns aber in Bezug auf das Unbedingte, Unendliche, fehlen, indem die früher entwickelten Kategorien sich nur auf das Endliche beziehen, außer diesen aber wir keine Kategorien des Unendlichen haben, so können wir über dasselbe nichts bestimmen.

Es ist eine aus den Gesetzen unseres Denkens selbst fließende Nothwendigkeit, aus dem Bedingten, Endlichen, auf das Unbedingte, Unendliche übergehen zu wollen. — Indem aber der Verstand dieses thut, geht er über seine eigene Sphäre hinaus, wird transzendent, verwickelt sich nur in falsche Schlüsse (Paralogismen) und Widersprüche (Antinomien); ohne über das Unbedingte, Unendliche, etwas bestimmen zu können.

Er zählt einfach drei Ideen auf: die psychologische oder die Idee der Seele, die kosmologische oder die Idee der Welt und die theologische oder

die Idee Gottes — und zeigt nun diese Verwickelung in dem Bestimmenwollen dieser Ideen.

Das Wichtigste darin ist der gelieferte Beweis, daß wir weder die eine noch die andere von den entgegengesetzten Bestimmungen auf das Absolute anwenden können, daß sich beide zugleich mit gleichem Rechte anwenden lassen. — Dieß ist die Skepsis in Bezug auf das Absolute.

Die nächste Konsequenz muß nun diese sein, das Absolute als Einheit des Entgegengesetzten, als Allgemeines zu fassen.

Dieser skeptische Standpunkt Kant's ist eine nothwendige Folge dessen, daß er seine Kategorien getrennt gegeben hat, nicht in Einheit. — Keiner von den besonderen Begriffen läßt sich auf das Allgemeine anwenden, weil er nur für das Besondere ist. Indem wir ihn ausschließlich setzen wollen, zeigt sich der Mangel des entgegengesetzten Begriffes, wie wir es in der ganzen Geschichte der Philosophie gesehen haben.

Die einzelnen Kategorien sind nur für das Endliche, und auch dafür genügen sie nicht. Kant hat den Allgemeinbegriff nicht gehabt, also auch nicht die Kategorie für das Absolute.

Kant's Kritik der praktischen Vernunft, in welcher er über die Moral und den Staat handelt, und als Konsequenz des moralischen Prinzips die Unsterblichkeit der Seele und die Existenz Gottes postulirt — und ebenso seine Kritik der Urtheilskraft, die von dem Schönen in der Kunst und der Natur spricht, übergehen wir, indem sie außer dem Zweck dieser Arbeit liegt, die nur den Fortschritt der Entwickelung des dem Bestehenden und unserem Denken zu Grunde liegenden Gedankens anstrebt; — und gehen zu Fichte über.

Fichte.

In Kant ist das ganze Wissen nicht als ein aus einem Grundgedanken entwickeltes System gegeben, sondern nur erfahrungsgemäß. — Der Erkenntnißstoff ist, wie er sich ihm in der Erfahrung darbot, nacheinander ohne weitere Rechtfertigung aufgenommen und untersucht. — In Fichte ist zunächst dieser Fortschritt, daß er die Nothwendigkeit, alles Wissen aus einem Grundgedanken, welcher das Ganze in sich potentiell enthalten soll, wissenschaftlich konsequent zu entwickeln, eingesehen — und den Versuch einer solchen Entwickelung gemacht hat.

Was den Inhalt seiner Philosophie anbelangt, weicht dieser besonders in seinen ersten Schriften von jenem der Philosophie Kant's gar nicht ab, auch hat Fichte seine Philosophie für gar nichts Anderes als die systematische Vollendung der Kantischen betrachtet.

Fichte kommt gänzlich aus dem Standpunkte der Erkenntnißkritik Kant's heraus, das, was Kant über unsere Erkenntniß an den Tag gebracht, ist der eigentlich leitende und das System Fichte's bestimmende Gedanke. Man muß sein System ganz parallel Kant durchführen, um es zu

verstehen, und dabei festhalten, daß es sich hier hauptsächlich nur, wie bei Kant, um Deduzirung unserer Erkenntniß handelt.

In Kant erscheint alle Erkenntniß subjektiv — als ein Bestimmen des denkenden Ich nach den in seinem Denken a priori sich befindenden allgemeinen Denkformen oder Kategorien. — Das, was durch das Denken bestimmt wird, sind die Empfindungen des Subjekts, an welchen Kant keine Form, keine Gedanken wahrnimmt, die Bestimmung oder Uebertragung der Kategorien an den sinnlichen Stoff wird durch die apriorischen Anschauungsformen vermittelt. Alles ist hier subjektiv, auch die Empfindungen, der sinnliche Stoff. — Der sinnliche Stoff ist aber nicht a priori in uns, er wird uns gegeben, gehört also ursprünglich nicht uns, kommt uns von einem Anderen. Der Verstand, der zu seinem Objekte unmittelbar nur die Empfindungen hat, sieht sich gezwungen, hinter denselben ein Ansichseiendes, die Substanz zu setzen, welches eben dieses von uns andere (Nicht-ich) ist, von dem aus die Empfindungen kommen.

Das Ich, dessen Empfindungen, die apriorischen Anschauungsformen und die Kategorien setzt Kant schlechthin als seiend, ohne dieses Sein einer Prüfung zu unterziehen; die Substanz, das Ansich oder Nicht-ich setzt schon der Verstand, das Sein desselben ist gewissermaßen problematisch, — das Wahre ist nur, daß es der Verstand setzen muß, ohne darüber Etwas bestimmen zu können.

Dieser Gedanke liegt auch dem Systeme Fichte's zu Grunde. — Kant kommt aus der Analyse des Inhaltes des Ich, also Empfindungen u. s. w. und zieht den Schluß auf ein Ansichseiendes, das absolut Nicht-ich ist. Der Gedankengang, durch den man zum Schlusse auf das Ansich oder Nicht-Ich kommen kann, kann nicht ein anderer sein. — Fichte konnte ursprünglich auf keine andere Art auf seinen Begriff des Nicht-ich kommen; auch können wir Niemandem diesen Begriff, wie er bei Fichte ist, in einer anderen Ordnung beibringen. Kommen aber die Empfindungen a posteriori von einem Anderen her, so wird, wenn man das Verhältniß ursächlich nimmt, das Andere wirklich früher als die Empfindungen. Fichte kehrt nur in dem Systeme den in Kant vorkommenden Gedankengang um, setzt zuerst das Ich, aber ohne allen Inhalt das reine Ich, die reine Thätigkeit des sichselbst Setzens, und gegenüber demselben das, was bei Kant Ding an sich ist, das Nicht-ich, das er vornemlich nur als die durch das Ich selbst in sich gesetzte Negation auffaßt, und indem er dann zur Einheit der beiden übergeht, sucht er aus derselben alle Erscheinung oder Erkenntniß zu entwickeln.

Das Erste ist nun das Setzen des Ich:

Der erste Satz muß keines Beweises bedürfen, er muß also keinen Unterschied in sich enthalten, denn die Einheit, das absolute Zusammengehören dieses Unterschiedes müßte erst bewiesen werden; ein solcher Satz

ist der identische, dessen Form A = A ist. Es ist der Ausdruck des reinen Setzens, Bejahens, und da in demselben der Inhalt des Setzens mit dem Setzen selbst ebenfalls identisch sein muß, so kann dieser kein anderer als das Setzen selbst sein. Das Setzende muß also zugleich das Gesetzte sein (die Beziehung zugleich Subjekt und Prädikat); dieß ist Ich=Ich, Ich setzt sich.

Das Ich muß hier nicht als etwas Anderes von diesem Setzen genommen werden, es muß ihm kein anderer Inhalt zugeschrieben werden, als nur dieses sichselbst Setzen.

Dieß ist das erste apriorische unseres Denkens, das unmittelbar Gewisse.

Das zweite ist das Setzen des Nicht=Ich.

Soll dieses zweite nicht einfach gesetzt, sondern dieses Setzen begründet werden, so muß man nach dem oben erwähnten auf den Inhalt des Ich zurückgehen.

Im ersten Grundsatze ist das reine Ich gesetzt, das reine sich Setzen, daß Selbstbewußtsein. — Außer dem Selbstbewußtsein haben wir auch einen Inhalt, der uns zum Bewußtsein von einem Anderen, dem Ansich, das Nicht=ich ist, führt.

Indem wir aber dieses Andere, das Ansich, setzen, d. i. begreifen, bestimmen wollen, finden wir die Unmöglichkeit, es zu setzen, weil wir nur das in unserem Inhalte Seiende setzen können, aber nicht etwas, was ganz außer diesem ist. — Das Andere, das Ansich, bestimmt sich uns also als solches, das wir zu setzen gezwungen sind, aber nicht setzen können. — Aber das Ich selbst ist nichts Anderes als das Sich Setzen; indem es also das Ansich, das Nicht=ich setzt, setzt es nichts anderes, als eine Unmöglichkeit des absoluten sich Setzens, setzt das sich Nichtsetzen (wenn Ich das sich Setzen ist, so ist Nicht=ich das sich Nichtsetzen), also in sein eigenes Sich=Setzen eine Negation.

Der zweite Grundsatz ist also: das Ich setzt das Nicht Ich, — und die Bedeutung des Nicht=Ich ist die Negation des sich Setzens.

Indem das Ich in sein eigenes Sich=Setzen die Negation von diesem setzt, beschränkt es sich; dieß führt auf das dritte, die Vereinigung, die Synthesis der beiden vorigen Sätze.

Das Ich setzt sich, und das Ich setzt auch das Nicht=Ich. Das Setzen des Nicht=Ich ist aber das Nichtsetzen des Ich, und ebenso das Setzen des Ich, ein Nichtsetzen des Nicht=Ich. Indem ich nun beide zugleich setze, setze ich jedes nur zum Theile; jedes von ihnen beschränkt das Andere, hebt die Realität des Anderen zum Theile auf. Dieß ist die Vereinigung, in Einssetzung der beiden. Fichte drückt diesen dritten vollständigen Grundsatz so aus: Ich setze im Ich, dem theilbaren Ich, ein theilbares Nicht=Ich entgegen.

Zu bemerken ist hier: 1. Daß das Setzen des Nicht-Ich nichts Anders als das Setzen des sich nicht Setzenkönnens des Ich ist, also der Mangel, die Negativität oder Passivität des sich Setzens des Ich selbst. Das, was wir also als Nicht-Ich setzen, ist nichts Anderes als unsere eigene Passivität die Affektion oder das wirkliche Leiden des Ich. — So viel es leidet, so viele Thätigkeit negirt es in sich, und so viel seiner Thätigkeit versetzt es in's Nicht-Ich; und der Begriff des Nicht-Ich als eines Thätigen, einer uns anwirkenden Kraft ist nichts Anderes, als die Uebersetzung der Minusgröße unserer eigenen Passivität in die Plusgröße der Aktivität auf Seiten des Nicht-Ich.

Bei Kant war das Ansich als das Nichtbestimmbare, also als das Unsetzbare gesetzt, und nur als Grund unserer Affektionen als uns anwirkende Thätigkeit, also nur als Grund des Negativen, Passiven, in uns genommen. Fichte begreift es nun nur als dieses Passive, das Unvermögen des sich Setzens und diese Uebertragung läßt sich eben nur darum machen, weil das Ansich nur als die, unsere Negativität setzende Thätigkeit und nicht mehr bestimmt ist.

2. Kommt bei Fichte das Nicht-Ich vom Ich selbst her. Das Ich setzt das Nicht-Ich, seine eigene Negation, seine Passivität, die Passivität des Ich ist selbst Thätigkeit des Ich. Alle Realität, die im Gegenstande für Ich erscheint, ist eine Bestimmung des Ich.

In Kant haben wir ebenfalls gesehen, daß alle unsere Erkenntniß ein Bestimmen, Setzen durch uns ist; selbst das Ansichseiende ist ein durch uns nothwendig Gesetztes, das Produkt unserer Erkenntniß. Damit ist aber nicht dieses zu verstehen, daß außer uns nichts mehr vorkommt, sondern, daß wir das Objektive außer uns Vorkommende auf unsere Art nehmen, bestimmen; daß wir für unsere Erkenntniß nichts Anderes als die Bestimmungen unseres Verstandes erhalten und damit uns begnügen müssen.

In diesem Sinne ist auch Fichte zu verstehen, daß nämlich für das Ich, seine Erkenntniß nur das ist, was es selbst setzt bestimmt. Das Mangelhafte in beiden Systemen kommt von dem Mangel in der Kritik der Erkenntniß, daß nämlich an den Empfindungen und Anschauungen wir die nämliche Form, den nämlichen Gedanken finden, wie in unserem Denken, daß also unsere Erkenntniß gar nicht als nur das reine Uebertragen der Formen unseres Denkens auf den keinen Gedanken an sich zeigenden sinnlichen Stoff ist, sondern der subjektive Gedanke sich selbst an dem Objektiven findet.

Soll aber etwas außer uns Seiendes zu unserem Inhalte werden, so muß es als solches von uns aufgehoben und so in unser Ich aufgenommen werden. Das, was uns erscheint, die ganze Erscheinungswelt ist ein Außerunsseiendes, Anderes, daher als solches uns entgegengesetzt, das aber von unserem Ich als Außerunsseiendes, Anderes, Entgegengesetztes, aufge-

hoben zum Inhalte unseres Ich selbst gemacht wird, und so unser Ich selbst zur Einheit des Entgegengesetzten des Ich und Nicht-Ich wird.

Das Außer dem Ich Seiende muß wirklich mit dem Ich in Einheit treten und ist so eine Negation, das Bestimmen des Ich selbst, welches offenbar ohne diese Negation ein Unbestimmtes, rein positives Unveränderliches und Unvergängliches, aber dabei auch ein ganz Inhaltsloses wäre.

Dieß ist das Wichtige, was auf Grundlage der Erkenntnißkritik Kant's von Fichte bestimmt wurde. Das subjektive Ich ist hier als Allgemeines, als Einheit des Entgegengesetzten bestimmt, und daraus der Inhalt dieses Ich selbst entwickelt.

Das Entgegensetzte, als dessen Einheit das Ich erfaßt wird, ist das sich selbst Setzen, Thätigkeit, und das Setzen des sich nicht Setzen könnens, d. i. das Setzen der Beschränkung in die Thätigkeit des sich Setzens, das sich fortwährende Beschränken. — Einerseits das sich fortwährende absolute Setzenwollen, und anderseits die fortwährende Beschränkung dieses sich Setzens, also das Setzen des Nicht-Ich. Inwiefern Negation in das Ich gesetzt wird, insofern wird die Position in das Nicht-Ich gesetzt, und umgekehrt.

Aus diesem seinem vollständigen Grundsatze: Das Ich setzt sich dem theilbaren Ich, das theilbare Nicht-Ich gegenüber, entwickelt Fichte die Kategorien und die ganze Erkenntniß.

Dieser Satz zerfällt nun in zwei Sätze:

1. Ich setzt Nicht-Ich als begränzend und sich als begränzt, dadurch setzt sich das Ich als einen Gegenstand nöthig habend eine äußere Bestimmung: so verhält sich das Ich theoretisch.

2. Ich setzt sich als beschränkend, das Anderssein aufhebend, und das Nicht-Ich als das Beschränkte, Aufgehobene. — So verhält sich das Ich praktisch. — Vom 1. handelt der theoretische, und vom 2. der praktische Verstand.

Im ersten entwickelt nun Fichte die Empfindungen, Vorstellungen und die Kategorien.

Das Ich setzt sich hier als beschränkt durch das Nicht-Ich; seine Thätigkeit geht aber darauf, das Nicht-Ich fortwährend aufzuheben und sich selbst zu setzen.

Das Setzen des Nicht-Ich oder das sich Beschränken ist das Empfinden. Indem das Ich über diese Schranke fortwährend hinausgehen und sich absolut setzen, also die Empfindungen aufheben will, erhält es die Vorstellung des Raumes, als verfehlten Versuch des absoluten sich setzen Wollens. — So wird ihm sein beschränktes Setzen und sein Unvermögen sich absolut setzen zu können, anschaulich. — Inwiefern es sein Ich nicht setzt, setzt es das Nicht-Ich. — Die Minusgröße seines Nichtsetzens setzt es als Plusgröße an die Seite des Nicht-Ich; nimmt in diesem Raume, in welchen es

als ein sich Empfindendes nicht hinausreicht, ein Anderes, andere Dinge an. — Die Thätigkeit des Ich ist also ein fortwährendes sich absolut Setzenwollen und zugleich das fortwährende Setzen des Nicht-Ich, der Beschränkung seines sich Setzens, — also so wie eine fortwährende Dauer der Vorstellung des Raumes die fortwährende Dauer der Empfindungen, woran das Ich die Vorstellung der Zeit in sich selbst gebährt.

Das Ich bestimmt aber das Nicht-Ich fortwährend, will immer dieses Negative seiner selbst in sich aufheben, mit sich zur gänzlichen Einheit bringen. Das Nicht-Ich bleibt aber in dieser Aeußerlichkeit gegen das Ich fortwährend, dieses wird durch die Thätigkeit des Ich nicht erklärt. Dieses Jenseits nennt Fichte den unendlichen Anstoß, Kant's Ding an sich.

Das Produkt dieser fortwährenden sich selbst Beschränkung des Ich durch das Nicht-Ich ist nun der mannigfaltige Inhalt des Ich, seine ganze innere und äußere Erscheinungswelt, den es durch den Verstand, die Kategorien, und die Vorstellungen synthesirt, und so diesen Inhalt bestimmt, ständig macht. — In dem Verhältnisse des Ich zum Nicht-Ich d. i. in dem Grundsatze: Das Ich setzt sich dem theilbaren Ich das theilbare Nicht-Ich gegenüber, sind nun diese Bestimmungen des Verstandes, die Kategorien, zu suchen.

Das fortwährende Bestimmen des Ich durch das Nicht-Ich sind eben die fortwährend entstehenden bestimmten Arten des mannigfaltig bestimmten im Ich und außer dem Ich im Raume erscheinenden Inhaltes, also das qualitative Sein des Inhaltes. In dieser Mannigfaltigkeit ist eben das Viele, Mannigfaltige, die Quantität; die Beschränkung des Ich durch das Nicht-Ich ist Begränzung, also das Setzen der Quantität in dem Ich selbst in seinem äußeren und inneren Inhalte. — Die Welt der Erscheinung ist die Welt der Quantität. — Das ist ihr wesentliches Merkmal, wodurch sie sich von der reinen Wahrheit unterscheidet, welche bloß qualitativer Natur ist.

Nimmt man diesen Satz in seiner Vollständigkeit, wo das Ich ebenso durch das Nicht-Ich, wie das Nicht-Ich durch das Ich bestimmt wird, so erhalten wir die Kategorie der Wechselbestimmung. Dieses ist wichtig; wir haben es schon in Kant gesehen. In der Wechselbestimmung ist das eigentliche vollständige Verhältniß des Besonderen zum Allgemeinen ausgedrückt.

Nimmt man den vorigen Satz nicht in seiner Vollständigkeit, sondern getrennt, indem wir entweder das Ich als bestimmend das Nicht-Ich, oder das Nicht-Ich bestimmend das Ich nehmen, die Thätigkeit des Einen, welcher ein gleicher Grad der Passivität des anderen entspricht, so bekommt man die Kategorie der Causalität.

Indem der urtheilende Verstand das Wechselnde von dem Beharrenden unterscheidet, bildet er den Begriff der Substanz u. s. w.

Der zweite Grundsatz: Das Ich setzt sich als beschränkend und das Nicht-Ich als das Beschränkte, gibt die Grundlage der Untersuchung der praktischen Vernunft in Sittenlehre, Naturrecht und Religion.

Hier steht Fichte im Hauptsächlichen ebenfalls auf dem Kantischen Standpunkte. Die Behandlung dessen steht aber außer dem Zwecke dieser Arbeit.

In dem Obigen ist schon die historische Bedeutung Fichte's, was die Entwickelung der Grundprinzipien unserer Erkenntniß betrifft, gegeben. Das Bestehende ist als Inhalt des Ich aufgefaßt. Der Mangel ist nun, daß das Bestehende für sich selbst nicht aufgefaßt wird, was freilich aus dem Kantischen Standpunkte der Erkenntnißkritik unmöglich ist. Aus dieser Bestimmung des Bestehenden muß sich erst das Obige von Fichte entwickelte Verhältniß des Ich zu dem außer ihm Seienden, dem Nicht-Ich; die Nothwendigkeit der Wechselbeziehung zwischen dem Ich und Nicht-Ich, daraus die Negation des Ich sein Beschränktwerden, innerer und äußerer Inhalt ergeben.

In seinen letzten Schriften hat Fichte den Versuch gemacht, nicht aus dem subjektiven Ich herauszugehen — dieses finden wir erst vollständiger durchgeführt bei

Schelling.

In Fichte ist dieser Fortschritt, daß er allen unseren Inhalt als aus der Einheit der entgegengesetzten Thätigkeiten hervorkommend auffaßt, — also der Vernunft, und überhaupt unserem Ich, die Einheit des Entgegengesetzten des sich Setzens und der Negativität davon, zu Grunde legt, und aus dieser Einheit des Entgegengesetzten allen Inhalt des Ich, d. i. nicht nur die innere, sondern auch die äußere Welterscheinung im Raume und in der Zeit, so wie sie vollständig erscheint, zu entwickeln versucht. — Es ist so die Konstruktion der ganzen Welterscheinung.

Von der Kantischen Erkenntnißkritik gesehen, nach welcher Alles, was wir am Bestehenden nach Begriffen unterscheiden, ein von unserem Verstande Gesetztes ist, dem Ansichseienden aber diese Verstandsbestimmungen gar nicht zukommen, ihm nicht immanent sind, erschöpft sich in dieser Konstruktion die ganze Erkenntniß; alles Wissen, alle Wissenschaften scheinen aus diesem Grundgedanken Fichte's sich deduziren zu müssen. Kein Gebiet des Wissens soll außerhalb dieser Entwickelung fallen.

Indem man aber das aus dem systematisch durchgeführten Grundgedanken fließende Resultat nimmt, muß sich an der Unvollständigkeit desselben die Unvollständigkeit des Grundgedankens selbst zeigen.

Diese Unvollständigkeit zeigt sich nun an dem Begriffe des Ansichseienden, des unendlichen Anstoßes, das der Verstand setzen muß, aber darüber gar nichts bestimmen kann. — Ja, es ist bei Fichte sogar dieser Schein,

als wenn überhaupt Alles nur ein durch das Ich Gesetztes, das subjektive Ich, das Absolute selbst wäre.

Aus der Erkenntnißkritik Kant's folgt also, daß wir über das eigentlich Bestehende nichts wissen, daß jede Art des Seins, die wir als bestehend setzen, lauter unsere Bestimmungen sind. — Damit kann sich nun der Geist, der eben das Erkennen des Objektiven, Ansichseienden, anstrebt, nicht zufrieden stellen. Die Ansicht, daß Alles, was wir erkennen, wir selbst vollständig setzen, das Objektive, so wie es für sich selbst ist, darin nichts Gemeinschaftliches hat, benimmt dem Wissen alle Bedeutung, und kann nicht befriedigen.

Man muß also über die Grundansicht selbst hinaus gehen, und da eben die Untersuchungen Kant's und Fichte's durch das Beweisen wollen, daß alle Erkenntniß von uns auf den sinnlichen Stoff übertragene, von uns gesetzte Verstandesbestimmungen sind, den subjektiven Gedanken objektiv zeigen mußten; so hatten sie eben das Entgegengesetzte ihrer eigenen Grundansicht an's Licht gebracht, nämlich: daß dem Objektiven, Ansichseienden, wenn es uns erkennbar, von uns begriffen werden sollte, die nämliche Form wie unserer Vernunft zu Grunde liegen muß; die Natur ebenso ein System des Vernünftigen sein muß als das Wissen.

Die Vernunft, der ganze Inhalt des Ich überhaupt, wurde aber aus der Einheit der entgegengesetzten Thätigkeiten begriffen, und aus diesem Grundbegriffe die besonderen Bestimmungen desselben systematisch durchgeführt. Indem man also dem Absoluten die nämliche Form wie der Vernunft zu Grunde liegend annimmt, betrachtet man es als eine sich in sich aufhebende Einheit der entgegengesetzten Thätigkeiten des sich Setzens und des sich Beschränkens; dieß ist der Standpunkt Schelling's.

Der Begriff also, der der Phil. Schelling's zu Grunde liegt, ist der Begriff des Allgemeinen.

Dieß ist zunächst, indem er nur als Einheit der entgegengesetzten Thätigkeiten aufgefaßt wird, vorzüglich nur das Allgemeine des Nacheinandersein, nämlich das Eine, welches im Nacheinandersein in das Entgegengesetzte von sich selbst, in das Viele, Besondere, Endliche, übergeht, bei diesem Uebergange aber zugleich in Einheit bleibt. Aus der Einheit der entgegengesetzten Thätigkeiten, aus dem Begriffe der Realität und Negation, läßt sich streng begrifflich (wie wir es bei Hegel sehen werden) nur das Allgemeine des Nacheinanderseins entwickeln. Bei Schelling ist aber nicht die rein begriffliche Durchführung dieses Grundgedankens, er will das Bestehende, die Natur, die ihm eben im Nach- und Nebeneinandersein erscheint, aus seinem Grundprinzipe entwickeln. Das, was er also anstrebt, ist das nacheinander-nebeneinanderwerdende Allgemeine von Besonderem aus dem Begriffe der Einheit der entgegengesetzten Thätigkeiten zu entwickeln.

In Spinoza war der Begriff des Einen, der absoluten Substanz, in Leibnitz der Begriff der vielen substanziellen auf gewöhnliche Art nicht entstehenden und vergehenden Monaden dem Bestehenden zu Grunde gelegt. Kant kommt auf den Begriff, daß weder der eine noch der andere von den entgegengesetzten Begriffen oder ebenso gut der eine wie der andere auf das Absolute anzuwenden ist. In Fichte ist die Erscheinungswelt aus der Einheit der entgegengesetzten Thätigkeiten erklärt, das Ganze aber in das subjektive Ich verlegt. Schelling legt schon dem Bestehenden, dem Ansichseienden, den Begriff des Allgemeinen zu Grunde.

Er verfährt empirisch, die empirischen Wissenschaften, namentlich die Naturwissenschaften, haben auf ihrem eigenen Gebiete durch Erfahrung und Experimente unbewußt das nämliche Resultat zu Tage gebracht, daß nämlich das Bestehende als Einheit des in sich aufgehobenen Entgegengesetzten aufzufassen ist, so im Magnetismus, Elektrizität, Chemismus, Gravitation und eben so im Organischen. Schelling reflektirt nun über diesen Erfahrungsstoff, sieht an ihm seinen Grundgedanken, und trachtet aus diesem den ganzen Erfahrungsstoff, das Bestehende, zu entwickeln.

An dieser Entwicklung sieht man die Bedeutung der empirischen, namentlich der Naturwissenschaften für die neuere Philosophie, wie auch dieser Einfluß schon von Bako und Cartesius angefangen ganz deutlich hervortritt.

Stände dem Plato und Aristoteles derjenige Erfahrungsstoff zu Gebote, den die empirischen Wissenschaften den neueren Philosophen geliefert haben, was freilich unmöglich war, indem der den empirischen Wissenschaften zu Grunde gelegte Gedanke von Plato und namentlich Aristoteles erst verarbeitet war, so ständen sie auf dem Standpunkte der neueren Philosophie; und umgekehrt, ständen Schelling und Hegel ohne diesen Erfahrungsstoff auf dem Standpunkte des Plato und Aristoteles.

Der Mangel bei Schelling ist nun der Mangel der begrifflichen Entwicklung. Seine Philosophie verhält sich zu der eigentlich zu entwickelnden, so wie ein Gespräch über die Mathematik zu der systematischen Entwicklung dieser Wissenschaft selbst.

So ist erstens bei ihm der Grundgedanke, aus dem er herausgeht, nicht begründet, sondern einfach aufgenommen, wie auch zweitens die Entwickelung des Ganzen aus dem Grundgedanken nicht begrifflich ist, sondern an den empirischen Bestimmungen wie z. B. Licht, Schwere, Magnetismus ꝛc. fortgeht. Ebenso ist er über die Wahl des Gegensatzes, den er dem Ganzen zu Grunde legt, mit sich nicht einig, was ihm zu verschiedenen neuen Versuchen, in denen er das Ganze von Vorne anfängt, Anlaß gibt. So ist in seiner Philosophie kein geschlossenes fertiges System, sondern mehrere nacheinanderfolgende Entwickelungsstufen das Bestehende als nach-

einander-nebeneinander werdendes Allgemeine vom Besonderen zu fassen und die ganze Erkenntniß aus diesem Grundbegriffe zu deduziren.

Sein erster Ausgangspunkt ist gänzlich der subjektive Standpunkt Fichte's; doch überschreitet er bald diesen Standpunkt, indem er gegenüber dem Geiste die Natur als ein selbstständiges Ganzes auffaßt, das ebenso wie der Geist als Einheit der entgegengesetzten Thätigkeiten, nämlich der Repulsivkraft, welche der unbeschränkten Thätigkeit des Geistes, und der Attraktivkraft, welche der beschränkenden Thätigkeit des Geistes, entspricht, nicht aber als krasse Materie aufzufassen ist; daß also der Natur und dem Geiste die nämliche Form zu Grunde liegt, wir unsere Gedanken auf die Natur nicht übertragen, sondern dieselbe der Natur selbst immanent, beide identisch sind.

Dieß führt ihn dazu, daß er der Transzendentalphilosophie eine Naturphilosophie zur Seite stellt.

Alles Wissen beruht auf der Uebereinstimmung eines Objektiven mit einem Subjektiven. Der Inbegriff alles Objektiven ist Natur; der Inbegriff alles Subjektiven ist das Ich, oder die Intelligenz. Wenn nun alles Wissen zwei Pole hat, die sich wechselseitig voraussetzen und fordern, so muß es zwei Grundwissenschaften geben, und es muß unmöglich sein von dem einen Pol auszugehen, ohne auf den anderen getrieben zu werden. Geht man von dem Objektiven heraus, so muß man auf das Subjekt, auf das Intelligente kommen. Geht man von dem Ich heraus, so muß man auf das Objektive, die Natur kommen. Das Erste ist die Naturphilosophie; das zweite die Transzendentalphilosophie.

Der Zweck aller Naturwissenschaft ist also von der Natur auf das Intelligente zu kommen. „Die höchste Vervollkommnung der Naturwissenschaft wäre die vollkommene Vergeisterung aller Naturgesetze zu Gesetzen des Anschauens und des Denkens. Die Phänomene (das Materielle) müssen völlig verschwinden und nur die Gesetze (das Formelle) bleiben. Daher kommt es, daß je mehr in der Natur selbst das Gesetzmäßige hervorbricht, desto mehr die Hülle verschwindet, die Phänomene selbst geistiger werden und zuletzt verschwinden."

Wie oben bemerkt wurde, entwickelt Schelling die Natur aus dem Begriffe der Einheit der entgegengesetzten Thätigkeiten, der unendlichen Thätigkeit, unendlichen Produktivität, welche durch eine in der Natur selbst liegende entgegengesetzte retardirende Thätigkeit fortwährend gehemmt wird. Dadurch kann die erste Thätigkeit zum absoluten Produkte nicht gelangen, sondern nur zu endlichen Scheinprodukten, über deren jedes die Natur hinausgeht, um das Allgemeine zu produziren.

Der ursprüngliche Produktionstrieb der Natur hat nicht bloß mit der einfachen Hemmung, sondern mit einer Unendlichkeit von Reaktionen zu kämpfen, welche man die ursprünglichen Qualitäten nennen kann.

Ueber die Art der Retardation dieser hemmenden Thätigkeit bestimmt Schelling nichts, und kann auch aus seinem Grundgedanken herausgehend nichts darüber bestimmen. Darum kann man aus seiner Grundansicht die nothwendigen Formen der Naturprodukte nicht nur nicht entwickeln, sondern weder den Gedanken sehen, auf welchem der Grundunterschied der erscheinenden Naturformen basirt ist. Dieser Unterschied muß aus dem Entwickelungsgange der Naturprodukte selbst genommen werden, wie auch der Begriff derselben, nicht aber von Außen. Schelling konnte also die Eintheilung der Naturprodukte nur von Außen nehmen. Er theilt die organischen Naturprodukte nach dem Bildungstrieb, Irritabilität und Sensibilität, und die unorganischen nach dem Chemismus, Elektrizität, Magnetismus; alles dieß sind keine Begriffe oder begriffliche Formen. Das zweite ist die Transzendental-Philosophie. Diese ist überwiegend Fichtisch; jedoch geht Schelling auch hier theilweise über den Standpunkt Fichte's hinaus.

Eine nothwendige Konsequenz der Ansicht, daß die Intelligenz und die Natur identisch sind, ist das Auffassen des Bestehenden in dieser Identität. So kommt er erst vollständig zu dem Begriffe der Einheit des Denkens und Seins und dieses begründet einen neuen Standpunkt seiner Weltanschauung.

Dieses neue System fängt mit der Definition der absoluten Vernunft an, die er als Einheit oder Indifferenz des Subjektiven und Objektiven nimmt.

In diesen Begriff der Indifferenz des Subjektiven und Objektiven setzt er eigentlich zwei Verbindungen, nämlich: 1. Die Einheit des Denkens und des Seins und 2. die Einheit des Einzelnen oder Besonderen und des Allgemeinen. Offenbar liegt in der Vereinigung des Subjekts und Objekts die Vereinigung dieser beiden einander scheinbar entgegengesetzten Begriffe zugleich.

Das Einzelne läßt er aber in diesem Systeme gewissermaßen in dem Einen aufgehen, was so, wie die Einheit des Denkens und des Seins und die geometrische Methode, dieses sein System jenem des Spinoza annähert. Nach dieser seiner Grundansicht ist die Selbstständigkeit der Einzelnwesen nicht reel, das Erscheinen dieser Trennung ist Produkt der Einbildungskraft; wirklich ist nur das Uebergreifen bald des Subjektiven bald des Objektiven. Dieses ist aber gleichsam nur ein Schein, im Absoluten ist es nicht.

Diese zu große Aufhebung des Einzelnen oder Besonderen in dem Allgemeinen hat Schelling selbst als einen Mangel an seinem Systeme ansehen müssen, indem er diesen Standpunkt ebenfalls verlassen hat, um aus einem anderen hervorzugehen, in welchem er eben die Trennung des Besonderen hervorhebt, das Bestehende als Allgemeines von Besonderem zu erfassen trachtet. Diese letzte Periode Schelling's fällt mit dem Grundgedanken Böhme's zusammen und kann als die Ausbildung von dessen

Philosophie betrachtet werden. Indem Schelling aus den Kategorien nicht herausgegangen war, konnte er zu keinem begrifflich durchgeführten in sich vollendeten Systeme gelangen. Allenthalben sind richtige Bestimmungen, nur mangelt die begriffliche Nothwendigkeit derselben. Das Ganze hat die Form einer Hypothese. Ungeachtet dieses Mangels einer begrifflichen Durchführung ist die Philosophie Schelling's von größter historischer Wichtigkeit, indem er in der neueren Geschichte der Erste den Begriff des Allgemeinen von Besonderem dem Bestehenden zu Grunde legte, und die Möglichkeit aus diesem Grundgedanken alle unsere Erkenntniß systematisch und in Einheit zu entwickeln, durch die von ihm gelieferten Resultate nachwies.

Bei Schelling mangelt die begriffliche Begründung des von ihm dem Bestehenden zu Grunde gelegten Gedankens und die begriffliche Durchführung des ganzen Systems.

Dieses, und zwar vorzüglich das Erste finden wir bei:

Hegel.

Das Vorarbeiten für die Logik Hegel's müssen wir in Kant, Fichte und Schelling suchen. — Kant hat die Kategorien aufgewiesen, diese aber nicht aus sich entwickelt, sondern einfach als apriorischen Besitz aufgenommen, diese Entwickelung aber durch die Triplizität, Thesis, Antithesis und Synthesis, die er in seinen Kategorien aufstellt, vorbereitet.

Sowohl Fichte als Schelling sind von den bei Kant vorkommenden Kategorien der Qualität: Realität, Negation und Limitation, ausgegangen; beide aber haben dieselben nicht in ihrer Reinheit genommen. — Auch Hegel geht nun von einer Kategorie der Qualität heraus, nimmt sie aber in der gänzlichen Reinheit, als reines Sein, und entwickelt aus derselben durch die dialektische Methode, nämlich durch fortwährenden Uebergang in Entgegengesetztes und Einheit desselben die übrigen Kategorien, welche Entwickelung zugleich ein allmäliger Uebergang von abstrakten besonderen Begriffen zum konkretesten Allgemeinbegriff, der Idee, ist.

Um die Bedeutung der Logik Hegel's zu bestimmen, müssen wir dieselbe auf die im ersten Abschnitte von uns entwickelte in der 1. Denkstufe uns unbewußte Grundlage aller unserer Erkenntniß, nämlich den Begriff des nacheinander-nebeneinander werdenden Allgemeinen von Besonderem beziehen.

Wir haben dort nachgewiesen, daß wir die besonderen Begriffe, nach denen wir das Bestehende in der 1. Denkstufe nehmen, durch Analyse des unserer Erkenntniß und dem Bestehenden zu Grunde liegenden, aber uns damals unbewußten Allgemeinbegriffes erhalten.

Der Allgemeinbegriff ist die Einheit zweier parallelen Allgemeinbegriffe, nämlich jenes des Allgemeinen von Besonderem des Nacheinanderseins, und des Allgemeinen von Besonderem des Nebeneinanderseins.

In der Entwickelung der besonderen Begriffe und des Allgemeinbegriffes kann nun diese Einheit des Nebeneinanderseins und Nacheinanderseins entweder auf diese Art genommen werden, daß auf ihren Unterschied gar keine Rücksicht genommen wird, oder er wird berücksichtigt, indem man nämlich jedem besonderen Begriffe des Nebeneinanderseins den nämlichen des Nacheinanderseins gegenüberstellt, und sie auf einander nach Unterschied und Gleichheit bezieht. — Nimmt man diese Einheit auf die erste Art, was bei Hegel geschieht, so bleibt man innerhalb der reinen Logik, oder der Entwickelung der reinen Kategorien, und der so erhaltene Allgemeinbegriff, wird nur der Allgemeinbegriff als reine Kategorie des Denkens sein; — nimmt man sie auf die zweite Art, so ist man innerhalb der Naturgesetze, allgemein innerhalb der Gesetze des Bestehenden, indem in diesen eben die Beziehung des Nacheinanderseins auf das Nebeneinandersein (der Zeit, auf den Raum — Bewegung) in logischer Form ausgesprochen ist.

Die zweite Frage der Behandlung des Allgemeinbegriffes ist diese, ob man von einem besonderen unvollständigen Begriffe herausgehen und durch dialektische Methode durch allgemeinere, vollständigere, zu dem allgemeinsten vollständigen Begriffe, nämlich dem Allgemeinbegriffe selbst fortgehen soll, was wiederum bei Hegel stattfindet; oder ob man von den Allgemeinbegriffen des Nacheinanderseins und des Nebeneinanderseins selbst, durch deren Beziehung auf einander, durch die unvollständigen besonderen Naturgesetze das allgemeine Naturgesetz entwickeln soll.

Was diese letzte Frage betrifft, so bemerken wir: 1. daß wir ebenso wie zum Herausgehen aus einem untergeordneten besonderen Begriffe zum Herausgehen aus dem Allgemeinbegriffe selbst berechtigt sind, indem keiner von diesen Begriffen gewisser als der andere, und nicht die besonderen, im Gegentheil der Allgemeinbegriff zwar uns unbewußt, aber früher ist, indem er aller unserer Erkenntniß und dem Bestehenden zu Grunde liegt, und wir durch die uns unbewußte Analyse desselben die besonderer Begriffe erhalten.

2. Indem man aus einem untergeordnetsten Begriffe herausgeht, kommt man dialektisch auf den Allgemeinbegriff als reine Kategorie, weil die untergeordneten Begriffe durch Analyse des Allgemeinbegriffes erhalten wurden.

Der reine Begriff des Allgemeinen vom Besonderen in den unendlichen Unterordnungen ist nichts Anderes als der Allgemeinbegriff, ein Begriff, der die Einheit ist von untergeordneten Begriffen. — Das einzelne Allgemeine, und zwar besonders das Allgemeine des Nacheinanderseins, ist nichts Anderes als der Einzelnbegriff, nämlich: Uebergang in Entgegengesetztes und bei sich Bleiben, Einheit dieses Entgegengesetzten mit sich selbst. — Hebt man an dem Allgemeinen das Eine, Bleibende, gegenüber dem Vielen, Veränderlichen, Verschiedenen, hervor, so steht man auf dem Begriffe

des Wesentlichen gegenüber dem Unwesentlichen. — Trennt man den Begriff des Allgemeinen nach dessen zwei Momenten, so bekommt man die Begriffe des Einen und des Vielen, der vielen Einzelnheiten.

Von den vielen Einzelnheiten ist jede nicht bleibend, allgemein seiend, sondern nur daseiend und bestimmt gegenüber Anderem, ein qualitatives Sein. — Ein im Nacheinandersein Daseiendes geht aus dem Nichtsein in das Sein und aus dem Sein in das Nichtsein über, d. i. es ist ein Entstehendes und Vergehendes zugleich.

Sowohl im Entstehen als in dem Vergehen ist weder ausschließlich das Sein, noch das Nichtsein. — Sein und Nichtsein sind in beiden in der Einheit, beide vereinigen sich also in dem Begriffe des Werdens, welcher Begriff die beiden Begriffe des Nichtseins und des Seins in sich enthält.

Wie man nun von dem reinen Allgemeinbegriffe dialektisch auf den Begriff des reinen Seins kommen kann, so kann man auch umgekehrt von dem Begriffe des reinen Seins dialektisch auf den reinen Allgemeinbegriff kommen.

Aus der vorigen Analyse des Allgemeinbegriffes ist aber einleuchtend, daß wir bei der reinen Entwickelung der Kategorien uns nicht vollständig außerhalb dem Begriffe des Nacheinanderseins halten können. — Wir sehen dort, wie der Begriff des Begriffes vorwiegend, jene aber des Auseinanderwerdens des Vielen, des Entstehens und Vergehens, des Werdens, des Seins und des Nichtseins ausschließlich dem Begriffe des Allgemeinen des Nacheinanderseins entnommen sind.

Sollte man aber von den untergeordnetsten Begriffen herausgehend nicht auf den Allgemeinbegriff als allgemeine Denkkategorie, sondern als allgemeines Weltgesetz, in welchem die Beziehung des Nacheinanderseins auf das Nebeneinandersein durchgeführt wäre, kommen; so müßte man den besonderen Begriffen des Nebeneinanderseins jene des Nacheinanderseins fortwährend gegenüberstellen, sie trennen und vereinigen, und in dieser Vereinigung zu übergeordneten bis zum Allgemeinbegriffe, allgemeinem Gesetze des Bestehenden übergehen. — In diesem Falle braucht man aber das anzustrebende Ziel, nämlich den Allgemeinbegriff, d. i. den Begriff des nacheinander-nebeneinanderwerdenden Allgemeinen vom Besonderen nicht erst am Ende auszusprechen, indem wir denselben als das, unserem Denken und dem Bestehenden zu Grunde liegende, als das eigentliche unbewußte apriorische, mit gleicher Berechtigung, wie die besonderen Begriffe dem Ganzen voranstellen, und die besonderen Begriffe als demselben entnommen auf den Allgemeinbegriff zurückführen.

Ein solches Herausgehen wird also zugleich ein Herausgehen von dem Allgemeinbegriffe selbst, der in besondere Begriffe des Nebeneinanderseins und des Nacheinanderseins getrennt und zurückvereinigt wird. —

Der Allgemeinbegriff wird hier das Leitende, aus ihm wird die dialektische Form der Entwickelung und die Entwickelung selbst fließen.

Aus diesen vorangeschickten Betrachtungen können wir nun den Standpunkt Hegel's richtig beurtheilen.

Hegel setzt in seiner Logik die Einheit des Denkens und des Seins, wie auch jene des Nebeneinander- und Nacheinanderseins voraus, und bezieht in der Entwickelung des Allgemeinbegriffes die Begriffe des Nebeneinanderseins auf jene des Nacheinanderseins nicht, bleibt dadurch innerhalb der reinen Kategorien, der reinen Logik, nicht aber der eigentlichen Gesetze des Bestehenden.

Die Begriffe des reinen Seins und des reinen Nichts, eigentlich des reinen Nichtseins, von denen er herausgeht, gehören aber vorwiegend der Analyse des Allgemeinen des Nacheinanderseins, was sich gleich aus ihrer Einheit, nämlich dem Begriffe des Werdens, dann des Entstehens und Vergehens, die offenbar der Analyse des Begriffes des Nacheinanderseins angehören, herausstellt. — Dadurch steht er gleich von Anfang nicht auf der vorausgesetzten Einheit, eigentlich Nichtberücksichtigung der Begriffe des Nacheinander- und Nebeneinanderseins. — Im Begriffe des Daseins, in welchem die Nothwendigkeit des fortwährenden Ueberganges von Etwas in ein Anderes liegt, steht er auf dem Begriffe des Vielen des Nacheinanderseins. — Hier sieht er aber ebenso die Nothwendigkeit der Entwickelung des Vielen des Nebeneinanderseins und trachtet die Negation des Fürsichseienden oder des Eins, als das sich in sich Repelliren, Abstoßen und Anziehen desselben in sich selbst, also als eine nebeneinanderseiende Vielheit von Einzelnheiten aus dem Begriffe des Fürsichseienden selbst nothwendig fließend zu zeigen.

Bisher bewegte er sich innerhalb der Kategorien der Qualität; mit dem Begriffe der Vielheit kommt er zu den Kategorien der Quantität, von denen er weiter zu der Lehre vom Wesen und dann zu dem Einzeln- und Allgemeinbegriff, der Idee übergeht.

Indem er mit dem Begriffe des Vielen sich ebenso auf den Begriff des Nacheinander- wie Nebeneinanderseins gestellt hat, erscheint die weitere Entwickelung als für Beides zusammen geltend; — diese Einheit ist aber dort nicht begrifflich zu sehen, sondern nur zu denken. Der Begriff des Einzeln- und Allgemeinbegriffes entspricht außerdem vorwiegend nur dem Begriffe des Allgemeinen des Nacheinanderseins; — diese Form hat er vornehmlich, und nicht die Form, welche die Einheit beider gibt.

Die dunkelste Partie in der Entwickelung der Logik Hegel's ist die, wo der Uebergang auf das Viele des Nebeneinanderseins geschieht, und dieses kommt meiner Ansicht nach daher, daß man, aus dem Begriffe des reinen Seins und des reinen Nichts, als den, aus dem Nacheinandersein entnom-

menen Begriffen, auf das Viele des Nebeneinanderseins nicht nothwendig gelangen muß.

Nehmen wir an, das Bestehende wäre nur ein Allgemeines im Nacheinandersein allein, — im Nebeneinandersein kein Unterschied, kein Vieles, die absolute Stetigkeit, überhaupt kein Nebeneinandersein, — oder was das Nämliche ist, — es liege dem Denken nur der Begriff des Allgemeinen des Nacheinanderseins zu Grunde.

Durch die Analyse eines solchen Allgemeinbegriffes käme man ganz bestimmt auf die Begriffe des Einen, Stetigen, des Nacheinanderseins, also des sich gleich Bleibens; und des Vielen, Diskreten des Nacheinanderseins, also auf den Begriff des fortwährenden Ueberganges in Anderes. Jedes von den im Nacheinandersein Vielen wäre nur ein Daseiendes, also ein Entstehendes und Vergehendes, welche Begriffe in dem Begriffe des Werdens zusammenkommen, der die Einheit der Begriffe des reinen Seins und des Nichtseins ist.

Man käme also durch die Analyse des obiges Allgemeinbegriffes allein, ganz bestimmt auf die Begriffe des reinen Seins und des reinen Nichtseins. — Wie nun der Begriff des nacheinander-nebeneinanderwerdenden Allgemeinen von Besonderem nicht nöthig ist, sondern der Begriff des Allgemeinen von Besonderem des Nacheinanderseins allein hinreicht, um durch Analyse desselben auf die Begriffe des reinen Seins und des reinen Nichtseins zu kommen; so liegt auch in dem Herausgehen aus dem Begriffe des reinen Seins und des Nichts kein nothwendiges Heraufkommen auf den Begriff des nacheinander-nebeneinanderwerdenden Allgemeinen von Besonderem.

Das Nacheinanderwerden ist zugleich das Nebeneinanderwerden. — Die Negation eines stetigen Einen ist derart, daß während es dadurch ein Getrenntes, Vieles, des Nacheinanderseins wird, auch zugleich ein Getrenntes, Vieles, des Nebeneinanderseins. Jede Veränderung ist Trennung, welche zugleich Vereinigung mit Anderem ist, und Vereinigung des Getrennten, was zugleich eine Trennung der sich Vereinigenden von Anderen ist, nur können wir dieses Gesetz in der Vollständigkeit aus der reinen Position und reinen Negation nicht entwickeln, sondern nur durch die Gegenüberstellung und Gleichsetzung der Begriffe des Einen und Vielen des Nacheinanderseins und des Nebeneinanderseins, — was weiter in unserer Entwickelung des Allgemeinbegriffes ersichtlich wird.

Wir haben schon den Versuch dieser Entwicklung des Allgemeinen von Besonderem des Nach- und Nebeneinanderseins aus der Einheit der Position und Negation bei Fichte und Schelling gesehen; es liegt aber in dem Begriffe dieser Einheit das begriffliche Resultat nicht, daß es ebenso wie ein Vieles des Nacheinanderseins auch ein Vieles des Nebeneinanderseins sein soll, dieser Begriff wird nur unterschoben. Dieses sieht Schelling, wo er der Produktionskraft der Natur die Hemmung gegenübergestellt, da-

rum läßt er diese Hemmung nicht als einfach, sondern als eine Unendlichkeit von Retardationen denken.

So ist auch bei Hegel der Begriff des Vielen des Nacheinanderseins ganz richtig entwickelt: er fließt von selbst aus den Begriffen des Daseins und Fürsichseins heraus; jener aber des Vielen des Nebeneinanderseins, der in sich Repulsion des Fürsichseienden, die in ihr Gegentheil die Attraktion umschlägt, ist mit Gewalt in den Entwickelungsgang hineingezwängt; es ist dort seine Nothwendigkeit nicht einleuchtend.

Indem wir nun diesen Mangel des nothwendigen Heraufkommens aus dem Begriffe des reinen Seins auf den Begriff des Vielen und damit auch des Allgemeinen des Nebeneinanderseins berücksichtigen, ziehen wir den Schluß, daß der von Hegel entwickelte Allgemeinbegriff nur dem Begriffe des Allgemeinen von Besonderem des Nacheinanderseins allein, nicht aber dem nacheinander-nebeneinanderwerdenden Allgemeinen von Besonderem entspricht.

Indem aber dem Begriff des Allgemeinen des Nacheinanderseins die nämlichen besonderen Begriffe, wie jenem des Nebeneinanderseins immanent sind, so hat dadurch Hegel die reinen besonderen Denkkategorien in ihrer gegenseitigen Beziehung zu einander und zu dem reinen Allgemeinbegriff in seiner Logik gegeben. Der Allgemeinbegriff kommt hier das erste Mal geschichtlich zum Vorschein und damit zugleich die Kritik und eigentliche Bedeutung der besonderen Kategorien: Seins, Nichtseins, Werdens, Daseins, Einheit, Vielheit, Substanz, Ursache, Wirkung, u. s. w. Es kommt das erste Mal zum Bewußtsein, daß diese letzteren die besonderen unvollständigen, die Wahrheit nur unvollständig aussprechenden Begriffe sind, denen also in dieser ihrer Abstraktion die Wirklichkeit nicht vollständig entspricht. Bei Kant haben wir noch dieses nicht gesehen und zwar darum, weil er den Allgemeinbegriff nicht gegeben hat. Alle seine Kategorien sind sich gleich, gleichbedeutende apriorische Formen unseres Denkens, die wir auf den sinnlichen Stoff übertragen.

Die Bedeutung der besonderen Begriffe ist durch die Logik Hegel's gefallen, und kehrt nie wieder.

Damit ist zum Bewußtsein gebracht worden, daß das Bestehende ebenso im Ganzen wie auch im Besonderen nach keinem der besonderen Begriffe genommen werden kann, daß wir nie die Wahrheit, Wirklichkeit, vollständig aussprechen, wenn wir Etwas nach einem besonderen Begriffe nehmen.

Das Absolute muß in einem Allgemeinbegriffe gegeben werden, in welchem die untergeordneten besonderen Begriffe dem im Absoluten bestehenden Besonderen entsprechen; nur so kann das Allgemeine und Besondere, wie es wirklich objektiv ist, gegeben werden. Das Wissen muß in Einheit

gegeben werden, als vollkommen getreuer Ausdruck des Bestehenden, wie es ist.

Indem das Bestehende ein nacheinander-nebeneinanderwerdendes Allgemeines von Besonderem ist, so muß die Wissenschaft eine allgemeine Geschichte sein, Natur und Weltgeschichte.

So hat Hegel die Wissenschaft erfaßt und ihre Durchführung angestrebt. An dieser Durchführung zeigt sich aber erst der ganze davon kommende Mangel, daß Hegel in der Entwicklung des Allgemeinbegriffes die Einheit des Nacheinander- und Nebeneinanderseins schlechthin gesetzt, nicht aber die Begriffe nach diesem Unterschiede auf einander bezogen hat. Wie schon früher bemerkt wurde, und was sich in dem im nachfolgenden Abschnitte zu entwickelnden Allgemeinbegriffe, wo wir eben die besonderen Begriffe des Nebeneinanderseins auf jene des Nacheinanderseins beziehen werden, ganz deutlich ergeben wird, sind in den Gesetzen des Bestehenden die Begriffe des Nebeneinanderseins auf jene des Nacheinanderseins bezogen, und können nur auf diese Art erhalten werden. Betrachten wir die Naturlehre in ihrer jetzigen Gestaltung, so sehen wir, daß sie darauf geht, Alles durch Bewegung zu erklären, wodurch sich diese ganze Wissenschaft in Gesetze der Bewegung auflöst. Die Bewegung selbst ist aber die Veränderung des Raumes in der Zeit, also des Nebeneinanderseins im Nacheinandersein; es können also die Gesetze derselben nur durch die Beziehung des Nebeneinanderseins auf das Nacheinandersein erhalten werden. Der Entwicklung der Natur und jener der Geschichte liegen aber die nämlichen Gesetze zu Grunde; folglich kann man diese letzteren in ihrer Vollständigkeit auch nur durch Beziehung des Nebeneinanderseins auf das Nacheinandersein erhalten.

Hegel hält sich in der Entwickelung der Natur wie auch der Menschengeschichte an die Bestimmungen und den Fortgang seiner Logik. In beiden geht er aus dem Unterschiedslosen heraus, geht davon über auf die Bildung des Entgegengesetzten, so in der Natur zuerst allgemein auf die Repulsion und Schwere und den qualitativen polaren Gegensatz von Licht und Finsterniß, welche er mit der Schwere zusammenstellt, Sonne und die anderen Weltkörper des Sonnensystems.

Von da geht er auf das Entgegengesetzte und dessen Einheit im Besonderen über: Magnetismus, Elektrizität, Chemismus und weiset an ihnen die Natur des Begriffes nach, nimmt sie als Begriff, so z. B. am einfachsten im Magnetismus, Entgegengesetztes und Einheit desselben. Das Identische wird wie in der Dialektik different gesetzt, abgestoßen, und das Differente identisch, zieht sich an.

Von dem Entgegengesetzten und dessen Einheit, das dem einfachen Begriff entspricht, geht er nun zur Idee über. Diese ist der allgemeine Lebensproeß der Natur und das organische Leben, das Pflanzen- und das animalische Leben. Das animalische Leben setzt er erst für sich als Idee, es ist

schon die individuelle Idee. Der Abschluß des Ganzen ist in dem Menschen, in welchem die Idee in ihrer Vollständigkeit zu sich kommt.

Man kann die Leistungen Hegel's in jedem Gebiete nie groß genug schätzen. Es bedurfte einer gigantischen Kraft, um sich in allen Gebieten des Wissens innerhalb der reinen Denkbestimmungen zu erhalten. Die begriffliche Vollendung kann man ihm aber nicht zuschreiben, er hat nur die reinen Kategorien und den reinen Allgemeinbegriff gegeben und das Absolute so-wie das als Besonderes Bestehende nach diesen reinen Denkbestimmungen genommen. Die Wissenschaften können sich damit nicht zufriedenstellen. So-wie innerhalb des reinen Denkens die Kategorien vorkommen, deren Be-ziehung zu einander und deren Kritik Hegel gegeben hat, so sind innerhalb des praktisch wissenschaftlichen Stoffes z. B. in der Physik, Gesetze, gleichsam Kategorien innerhalb dieses unendlichen Stoffes. Hegel hat diese Gesetze nicht gegeben. Die reinen Begriffe des Seins, Werdens, Fürsichseins, des Wesens, der Wechselwirkung, des Begriffes und der Idee können diese Ge-setze nicht vollständig vertreten. Das, was gefordert wäre, ist, im Bezug auf diese Gesetze, das zu leisten, was Hegel in Bezug auf die Kategorien gethan hat, nämlich diese Gesetze begrifflich, indem man von den unterge-ordnetsten besonderen zu übergeordneten und dem Allgemeingesetze über-geht, auseinander zu entwickeln. Diese Entwickelung wäre zugleich die durch-geführte Kritik dieser Gesetze. Philosophie und die empirischen Wissen-schaften fallen dann gänzlich zusammen, die Logik wäre nicht getrennt von der Ontologie, sondern die Ontologie selbst.

Damit schließen wir den Grundriß der Geschichte der Philosophie, und glauben nachgewiesen zu haben, daß der ganze geschichtliche Fortschritt der reinen Begriffsentwicklung darauf geht, das Bestehende als nachein-ander-nebeneinanderseiendes Allgemeine von Besonderem in den unendlichen Unterordnungen zu betrachten. In Hegel ist die höchste Stufe dieses Fort-schrittes, er begreift das Bestehende als ein Allgemeines von Besonderem in den unendlichen Unterordnungen und zwar als nacheinander nebenein-anderwerdendes, nur hat er den Allgemeinbegriff nicht in der Beziehung des Nebeneinanderseins und Nacheinanderseins durchgeführt; ihre Einheit ist nur schlechthin gesetzt, und darum ist sein Allgemeinbegriff vorwiegend, nur der reine Allgemeinbegriff, oder der Begriff des Allgemeinen von Be-sonderem des Nacheinanderseins allein.

In der ganzen Geschichte der Philosophie haben wir gesehen, daß keines der einzelnen Systeme, nicht nur über den von uns aufgestellten dem Bestehenden und unserem Denken zu Grunde liegenden Gedanken nicht hin-ausreicht, sondern umgekehrt der in jedem zu Grunde gelegte Gedanke ein besonderer Begriff dieses Allgemeinbegriffes war, und als solcher dem All-gemeinen nicht genügen konnte.

Die Geschichte der Philosophie hat mit der zu Grundelegung dem

Bestehenden der untergeordnetsten besonderen Begriffe angefangen, und muß sich mit der zu Grundelegung des Allgemeinbegriffes selbst abschließen.

Der ganze Fortschritt war nicht zufällig, sondern nothwendig, der Fortgang vom Systeme zum Systeme konnte nicht anders geschehen, weil diese Nothwendigkeit in dem Allgemeinbegriffe selbst liegt.

In dieser unserer Entwickelung der Erkenntnißgeschichte sind wir von der ersten vorphilosophischen Denkstufe herausgegangen, haben daran den unserem Denken und dem Bestehenden zu Grunde liegenden Gedanken nachgewiesen, und in diesem lag der ganze Weg, welchen die Entwicklungsgeschichte durchgehen, und alle Standpunkte, welche sie einnehmen mußte.

Dieses erste aus unserem Grundgedanken Errungene betrachten wir als erste wirkliche Begründung unseres Grundgedankens selbst. Die weitere Begründung muß durch die aus diesem Grundgedanken zu entwickelnden Wissenschaften selbst sich ergeben.

Wir gehen nun zu unserer Entwickelung des Allgemeinbegriffes über.

III. Abschnitt.

Die Entwickelung des Allgemeinbegriffes.

§. 1.

Der allgemeine Grundbegriff des Bestehenden ist also der Begriff des nacheinander-nebeneinanderseienden Allgemeinen von Besonderem in der unendlichen Ueber- und Unterordnung. — Die Durchführung dieses Begriffes ist die Durchführung des objektiven Gedankens.

I. Der Begriff des Allgemeinen von Besonderem ohne Berücksichtigung der Begriffe des Nach- und Nebeneinanderseins fordert:

1. Nach den in demselben enthaltenen besonderen Begriffen des Einen und Vielen, deren Einheit er ist,

a) das Vorhandensein des in sich Ununterschiedenen, Stetigen, Einen;

b) des in sich Unterschiedenen, Diskreten, Vielen u. z.:

beides zusammen, das Unterschiedene Diskrete und das Ununterschiedene Stetige so, daß das Unterschiedene durch das Zusammensein des Ununterschiedenen nicht das absolut Unterschiedene, Entgegengesetzte, sondern nur ein theilweise Entgegengesetztes; und das Ununterschiedene, Stetige, durch das Zusammensein des Unterschiedenen nicht ein absolut Ununterschiedenes, Gleiches, sondern nur ein zum Theile Gleiches sei.

2. Nach dem Begriffe der Unter- und Ueberordnung, indem man von dem Untergeordnetsten zu dem Uebergeordneten übergeht:

a) Muß die obige Einheit des Unterschiedenen, da sie auch eine Besonderheit einer höheren Allgemeinheit sein muß, wiederum nur ein Einzelnes, Getrenntes, sein, gegenüber einem anderen von ihm Unterschiedenen, Entgegengesetzten, das ebenso wie das vorige in sich eine Einheit des Unterschiedenen ist, d. h. es muß ein übergeordnetes in sich Unterschiedenes, Diskretes, sein.

b) Diese Getrennten von einander Unterschiedenen müssen wiederum bei diesem Unterschiede, Diskretion, auch ununterschieden, stetig sein, daß Einheit und Trennung zugleich sei u. s. w.

Der Begriff des Allgemeinen vom Besonderen ohne Berücksichtigung der anderen Begriffe fordert also das Vorhandensein des Ununterschiedenen Stetigen, und des Ununterschiedenen Diskreten jeder Ordnung.

II. Der Begriff des Nacheinanderseins allein, ohne Berücksichtigung der anderen Begriffe fordert: daß das, was ist, vergehe, und ein Anderes entstehe; das, was entsteht, nachdem es entstanden ist, vergehe, was wiederum das Entstehen eines Anderen ist; also niemals ein absolutes Sein, sondern immer Sein und Nichtsein zugleich, — ein Entstehen, was ein Vergehen eines Anderen ist; Entstandensein, was ein Vergangensein eines Anderen ist; und wiederum Vergehen, was ein Entstehen eines Anderen ist. — Soll der Ausdruck „Bestehen oder das Bestehende" allgemein genommen werden, so muß alles Vorhergehende darunter verstanden werden.

Der Begriff des Allgemeinen vom Besonderen des Nacheinanderseins als Vereinigung der beiden vorigen Begriffe fordert also:

1. Nach den Begriffen des Einen und Vielen und deren Einheit:

a) Das Vergehen des Ununterschieden, Stetigen, im Nacheinandersein, also Vergehen des Sichgleichbleibens, was ein Entstehen des Unterschiedenen, Diskreten, im Nacheinandersein ist. — Es entsteht ein Unterschiedenes von dem, was war, und darum werden beide zusammen ein Diskretes des Nacheinanderseins.

b) Das Vergehen des Unterschiedenen Diskreten des Nacheinanderseins, was ein Entstehen des Ununterschiedenen, Stetigen, des Nacheinanderseins ist. Das, was sich durch das Ungleichwerden in ein von dem vorigen ganz anderes, entgegengesetztes, trennte, wird sich wiederum ungleich, aber so, daß es zur Einheit mit dem Vorhergehenden theilweise zurückkehrt, u. z.: muß dieser Uebergang ins Unterschiedene Entgegengesetzte des Nacheinanderseins, und Uebergang also Rückgang des Entgegengesetzten ins Gleichartige zugleich geschehen, daß das Bestehende im Ganzen eine Einheit des Getrennten im Nacheinandersein sei.

2. Nach dem Begriffe der Unter- und Ueberordnung:

a) Muß diese durch Uebergang in Entgegengesetztes und Uebergang des Entgegengesetzten in Gleichartiges entstandene Einheit des Getrennten im Nacheinandersein, für sich wiederum nur ein allgemeineres einzelnes Getrenntes sein, gegenüber einem solchen anderen im Nacheinandersein, d. h. diese Einheit des Unterschiedenen verändert sich im Ganzen so, daß beide, das durch diese Veränderung Entstehende, und das, was sich veränderte, zusammen ein Getrenntes, Diskretes, Entgegengesetztes, des Nacheinanderseins werden.

b) Dieses übergeordnete Diskrete vergeht wiederum, was das Entstehen eines Gleichartigen, Stetigen, des Nacheinanderseins ist, und zwar geschieht wiederum das obige Entstehen des übergeordneten Diskreten und des über-

geordneten Stetigen zugleich, so, daß Beides zugleich ein Entstehen der übergeordneten Einheit des Getrennten ist.

Das vorige untergeordnete Entstehen des Getrennten, Entgegengesetzten, und der Einheit desselben im Nacheinandersein, war ebenso ein für sich Entstehen, wie auch nicht für sich, sondern darum, daß dadurch ein allgemeineres Getrenntes des Nacheinanderseins und die Einheit desselben, also das zunächst übergeordnete Allgemeine von Besonderem des Nacheinanderseins entstehe, — und ebenso weiter.

III. Der Begriff des nacheinander-nebeneinanderseienden Allgemeinen vom Besonderen, oder die Identität des Begriffes des Allgemeinen vom Besonderen des Nacheinanderseins mit jenem des Nebeneinanderseins fordert daher:

1. Nach den Begriffen des Einen und Vielen:

a) Das Vergehen des Ununterschiedenen, Stetigen, des Nacheinanderseins, was ein Entstehen des in sich Unterschiedenen, Diskreten, des Nacheinanderseins ist; ist zugleich ein Vergehen des Ununterschiedenen Stetigen des Nebeneinanderseins, was ein Entstehen des Unterschiedenen, Diskreten, des Nebeneinanderseins ist.

Die einmalige Veränderung eines in sich Ununterschiedenen, Gleichen, oder das Entstehen aus einer Einheit des Nacheinanderseins einer solchen Zweiheit, ist also zugleich das Entstehen aus einer Einheit des Nebeneinanderseins einer solchen Zweiheit; oder das zum Theile Bleiben und zum Theile nicht Bleiben eines Gleichen so, daß es außer seiner Stelle des Nacheinanderseins, als ein dem vorigen Ungleiches, zu gewissem Maße Entgegengesetztes, eine andere Stelle im Nacheinandersein erhält; ist auch ein zum Theile-Bleiben, zum Theile-Nichtbleiben eines Gleichen im Nebeneinandersein so, daß es außer seiner Stelle des Nebenanderseins, als Ungleiches, zu gewissem Maße Entgegengesetztes, auch eine andere Stelle des Nebeneinanderseins einnimmt.

Die einmalige Veränderung eines Ununterschiedenen ist also nichts Anderes als ein Trennen desselben ins Ungleiche, zu gewissem Maße Entgegengesetzte so, daß zusammen das Entstehende ein Unterschiedenes von dem wird, was vergeht, wie es auch in sich in einen Unterschied, ein Entgegengesetztes, übergeht.

Das ununterschiedene Gleiche war nichts Anderes als die Einheit, Vereinigung dieser entgegengesetzten.

So erhalten wir das 1. Gesetz:

Das Vergehen des Ununterschiedenen, Gleichen, ist nichts Anderes, als das sich Trennen desselben in das Unterschiedene, Ungleiche, zu gewissem Maße Entgegengesetzte.

Das in sich Ununterschiedene Gleiche trennt sich also in das Entgegengesetzte, es ist die Einheit des Entgegengesetzten.

b) Das Vergehen des Unterschiedenen, Diskreten, also zum Theile Entgegengesetzten des Nacheinanderseins, was ein Entstehen des Ununterschiedenen, Stetigen, Gleichen, des Nacheinanderseins ist, ist zugleich ein Vergehen des Unterschiedenen, Diskreten, also zum Theile Entgegengesetzten, des Nebeneinanderseins, was ein Entstehen des Ununterschiedenen, Stetigen, Gleichen, des Nebeneinanderseins ist. — Das Sich = Vereinigen also des Diskreten, Entgegengesetzten, des Nacheinanderseins, ist auch ein Sich-Vereinigen des Diskreten, Entgegengesetzten, des Nebeneinanderseins; so erhalten wir das Gesetz: **Das Vergehen des Unterschiedenen, Diskreten, Entgegengesetzten, ist nichts Anderes, als das Sich-Vereinigen desselben ins Ununterschiedene, Stetige, Gleiche.**

Diskretes, Entgegengesetztes, vereinigt sich also zum Stetigen, Gleichartigen.

Es sind also zwei Arten der Veränderung. — Die eine ist durch das Sich-Trennen des Gleichartigen ins Entgegengesetzte, und die zweite durch das Sich-Vereinigen des Entgegengesetzten ins Gleichartige.

Dem nothwendigen Zusammensein des Einen und des Vielen entsprechend, müssen aber diese beiden Arten der Veränderung zusammengeschehen, damit das Entstehende im Nach- und Nebeneinandersein ein Diskretes im Stetigen, oder das Viele in der Einheit sei.

Es muß also zugleich mit der Vereinigung des Entgegengesetzten auch eine Trennung des Gleichartigen, mit der Trennung des Gleichartigen zugleich die Vereinigung des Entgegengesetzten geschehen.

Da zugleich das aus der Vereinigung des Getrennten Entstehende ein anderes von dem sein muß, welches durch Trennung vergangen ist; so ist ersichtlich: daß das Entgegengesetzte, welches durch Trennung des Gleichartigen entsteht, sich nicht zurück mit sich selbst vereinigt, weil auf diese Art die Trennung und Vereinigung nicht zugleich geschehen könnte, und das durch die Vereinigung Entstehende kein Anderes als das Vergangene, sondern dieses Vergangene selbst wäre, also durch solche Zurückvereinigung überhaupt keine Veränderung entstehen möchte. — Dieses wird gleich weiter sich deutlich ergeben.

2. Nach dem Begriffe der Unter- und Ueberordnung:

a) Muß die durch die obige untergeordnete Trennung und Vereinigung entstehende nacheinander = nebeneinanderseiende Einheit des Entgegengesetzten, wie sie im Nacheinandersein im Ganzen nur ein einzelnes, übergeordnetes Getrenntes wird (II. a) gegenüber einem anderen solchen Ge-

trennten, ebenso im Nebeneinandersein nur ein einzelnes übergeordnetes Getrenntes werden gegenüber einem anderen, das ebenso die Einheit des Entgegengesetzten ist.

Die untergeordnete Trennung des Ununterschiedenen, Gleichen, ins Unterschiedene, Entgegengesetzte, und deren Einheit, mußte ebenso für sich entstehen, wie auch nicht für sich, sondern darum, daß ein übergeordnetes Entgegengesetztes nacheinander-nebeneinander entstehe. — Durch die obige untergeordnete Trennung und Vereinigung müssen also zwei Unterschiedene Entgegengesetzte, deren jedes für sich eine Einheit des Entgegengesetzten ist, nebeneinander entstehen.

Die Vereinigung der entstehenden untergeordneten Entgegengesetzten geschieht also nicht mit einander, sondern mit anderen danebenseienden Entgegengesetzten, auf welche Art nur zwei übergeordnete Entgegengesetzte entstehen können.

Die Veränderung des Gleichartigen, von dem wir beginnen, durch die Trennung desselben ins Entgegengesetzte, nimmt als eine besondere, eine gewisse bestimmte Stelle des Nacheinanderseins ein, außerhalb dieser Stelle ist sie nicht; folglich nimmt auch die Trennung des Gleichartigen in das Entgegengesetzte im Nebeneinandersein eine gewisse Stelle ein, außerhalb dieser Stelle ist sie nicht.— Diese Trennung des Gleichartigen ins Entgegengesetzte ist also in gewissen Gränzen des Nebeneinanderseins eingeschlossen, außerhalb diesen Grenzen sollte das Gleichartige verbleiben. Indem aber die ursprüngliche Trennung des Gleichartigen in das Entgegengesetzte zugleich eine Vereinigung der getrennten Entgegengesetzten mit Anderen ist, so muß in dem danebenseienden Gleichartigen ebenfalls eine Trennung erfolgen, die vorigen Getrennten vereinigen sich mit den zu ihnen Entgegengesetzten dieser Trennung, wodurch zwei Einheiten des Entgegengesetzten, die ebenso von den vorigen vergangenen, wie auch von einander unterschieden, zu gewissem Maße entgegengesetzt, sind, also zusammen ein übergeordnetes Diskretes bilden, entstehen, während wiederum zwei untergeordnete Getrennte unvereinigt verbleiben sollten.

So wird die Trennung des Ununterschiedenen, Gleichartigen, in das Unterschiedene, Entgegengesetzte, zugleich auch eine Vereinigung, und umgekehrt, die Vereinigung des Getrennten, Entgegengesetzten, zugleich auch eine Trennung — die Trennung immer eine Vereinigung und die Vereinigung immer eine Trennung, und wir erhalten die von dem vorigen allgemeineren Gesetze, welche schon den Satz ausdrücken, daß untergeordnetes Besonderes ebenso für sich entsteht, wie auch nicht für sich, sondern darum, daß dadurch ein übergeordnetes Besonderes entstehe u. z.;

Ununterschiedenes, Gleichartiges, trennt sich ins Entgegengesetzte, was eine Vereinigung der entstehenden Entgegengesetzten mit anderen ist; und Unter-

schiedenes, Entgegengesetztes, vereinigt sich, was immer zugleich eine Trennung des daneben seienden Gleichartigen in seine Entgegengesetzten ist.

Das letzte Gesetz kann auch ausgedrückt werden: Ein Entgegengesetztes bewirkt in dem Gleichartigen, das die Einheit des Entgegengesetzten ist, eine Trennung (Vertheilung), vereinigt sich mit dem zu ihm Entgegengesetzten, während das andere in Trennung bleibt.

Aus diesem entnehmen wir, daß die durch Vereinigung der Getrennten, Entgegengesetzten, zu übergeordneten Besonderheiten in Trennung verbliebenen untergeordneten Besonderheiten weiter die Trennung des Gleichartigen bewirken, indem sie sich mit den zu ihnen Entgegengesetzten vereinigen, während die andern in Trennung verbleiben u. s. w.

Die untergeordneten Trennungen und Verbindungen haben also das Vermögen sich weiter zu verpflanzen, wodurch eine Vielheit von dem Getrennten und Vereinigten, also von untergeordneten und zunächst übergeordneten Besonderheiten, im Entstehen begriffen ist.

b. Wir haben das Entstehen des übergeordneten Diskreten, in welchem jedes einzelne Getrennte bereits eine Einheit des untergeordneten Besonderen ist, entwickelt.

Dieses übergeordnete Diskrete des Nach- und Nebeneinanderseins zugleich muß ebenso wie es im Nacheinandersein allein (II. b.) bei dieser Diskretion auch eine Einheit sein, also sich durch Veränderung vereinigen muß, auch im Nebeneinandersein durch wechselseitige Vereinigung als absolut Diskretes, Entgegengesetztes, vergehen, was ein Entstehen einer weiter übergeordneten Einheit des Diskreten, Entgegengesetzten, also weiter übergeordneten nacheinander-nebeneinanderseienden Allgemeinheit von Besonderheiten ist.

Die Nothwendigkeit dieser Vereinigung folgt auch aus dem Gesetze der Vereinigung des Unterschiedenen, Entgegengesetzten. Die entstandenen übergeordneten Besonderheiten müssen sich als von einander unterschiedene, einander entgegengesetzte mit einander vereinigen, wodurch eine weiter übergeordnete Verbindung, weiter übergeordnete Allgemeinheit, entsteht. Wir erhalten also das Gesetz:

Das zum Gleichartigen ausgeglichene Entgegengesetzte tritt vereinigt gegen eine andere solche und zu ihm entgegengesetzte Verbindung ausgleichend auf.

Solche Verbindungen können wir zweite Verbindungen oder auch Verbindungen der zweiten Ordnung nennen.

Aus dem Gesetze, daß jede Vereinigung zugleich eine Trennung von Anderen ist, folgt, daß bei dieser Vereinigung der ersten Verbindungen zu einer zweiten nächst höheren Verbindung, dieselben von danebenseienden untergeordnetsten Besonderheiten sich trennen, welche Trennung wiederum

eine Vereinigung ist u. s. w. so, daß neben der entstehenden zweiten Verbindung erste Verbindungen entstehen, was zugleich ein Entstehen der untergeordnetsten Besonderheiten neben denselben ist.

Um die vorigen Gesetze durch das hier entwickelte Gesetz der Vereinigung der ersten Verbindungen zu vervollständigen, müssen wir darauf sehen, daß diese Verbindungen durch Vereinigung der Entgegengesetzten, wodurch diese zusammen zum Stetigen, Gleichartigen, sich ausgeglichen haben, entstanden sind. Das vervollständigte Gesetz läßt sich daher so ausdrücken:

Gleichartiges trennt sich in's Entgegengesetzte, und dieses Entgegengesetzte vereinigt sich mit anderen Entgegengesetzten zu Gleichartigen, welche Vereinigung immer zugleich eine Trennung der sich Vereinigenden von anderen Entgegengesetzten ist, und beide Vereinigten, Ausgeglichenen, Gleichartigen, treten wiederum ausgleichend gegen einander auf.

Aus diesem Gesetze ist ersichtlich, daß man die Art der Verbindung der unausgeglichenen Entgegengesetzten von jener der ausgeglichenen, wo schon das Entgegengesetzte durch Vereinigung mit einander zum Gleichartigen wurde, wohl unterscheiden muß. Die erste Vereinigung des Entgegengesetzten ist das Vergehen desselben und das Entstehen des Gleichartigen; die Trennung des Gleichartigen, das Vergehen desselben und Entstehen des Entgegengesetzten. Bei der Vereinigung des Entgegengesetzten verschwindet also dieses; wie bei der Trennung des Gleichartigen, das Gleichartige verschwindet, und das Entgegengesetzte entsteht.

Da das vereinigte Gleichartige wiederum in Trennung übergeht, wobei das Entgegengesetzte wiederum hervortritt; und ebenso das Getrennte, Entgegengesetzte sich wiederum vereinigt, wobei das Gleichartige hervortritt: so ist das Vergehen des Entgegengesetzten bei der Vereinigung, und das Vergehen des Gleichartigen bei der Trennung, kein Uebergang in das absolute Nichtsein, sondern ein Uebergang aus dem Erscheinen in das Nicht-Erscheinen, es wird nur aufgehoben. Dieses ist immer unter dem Ausdrucke „aufheben", welcher aus dem Begriffe des Verschwindens aus der Erscheinung genommen wird, zu verstehen. Nach dem bei der Verbindung des Entgegengesetzten vorkommenden Entstehen des Gleichen benennen wir auch diese Verbindung ein Sich-Ausgleichen des Entgegengesetzten.

Da das Vereinigen nichts Anderes ist, als das Aufheben des Entgegengesetzten, während das Gleiche in der Erscheinung bleibt, das Trennen ein in Erscheinungkommen des Entgegengesetzten, wobei das Gleiche ist, aber nicht erscheint; so ist im Absoluten, wenn man darauf keine Rücksicht nimmt, ob etwas in der Erscheinung ist oder aufgehoben, kein Gewinn und

kein Verlust. Nichts ist da aus dem absoluten Nichtsein hervorgekommen, und nichts geht in das absolute Nichtsein über.

Da eine Allgemeinheit des Nacheinanderseins nicht ursprünglich sein, sondern erst durch das Entstehen und Vergehen hervorkommen muß, so kann auch eine Allgemeinheit des Nebeneinanderseins nicht ursprünglich sein, sondern erst entstehen, sie muß aus dem absolut Gleichförmigen hervorkommen (es muß begrifflich mit dem absolut Gleichförmigen begonnen werden). Die ganze absolute Allgemeinheit kommt also aus dem absoluten Nicht-Erscheinen in die Erscheinung.

Die Vereinigung des unausgeglichen Entgegengesetzten ist also das sich gegenseitige Aufheben desselben, welches wegen dem hier vorkommenden aus der Erscheinungtreten oder Verschwinden derselben, als ein gegenseitiges sich Vernichten erscheint.

Das durch die Vereinigung des Entgegengesetzten entstehende Gleichartige, oder das ausgeglichene Entgegengesetzte tritt nicht mehr aufhebend (vernichtend) gegen sich selbst auf, sondern vereinigt sich zum gemeinschaftlichen Auftreten gegen ein anderes Vereinigtes, zu ihm Entgegengesetztes, um sich gemeinschaftlich aufzuheben.

Hier erkennen wir also, daß das Gleichartige vereint gegen das vereinigte Entgegengesetzte auftritt; früher aber (in III. 1 a.) erkannten wir, das sich Gleichartiges in das Entgegengesetzte trennte, was eine Vereinigung mit anderen Entgegengesetzten war.

Der Unterschied in beiden Fällen ist dieser, daß hier das vereinigte Gleichartige ein ihm entsprechendes nebengeordnetes Entgegengesetztes findet, mit welchem es sich nach den Gesetzen des Entgegengesetzten aufheben muß, was dort nicht der Fall war.

Das Verhalten also des Gleichartigen, welches immer ein ausgeglichenes Entgegengesetztes ist, hängt von seiner Umgebung ab. Befindet sich neben ihm ein ihm nebengeordnetes Entgegengesetztes, so tritt es gegen dasselbe vereint aufhebend auf. Befindet sich neben ihm kein nebengeordnetes Entgegengesetztes, sondern Untergeordnetes, das zu einem von dessen Untergeordneten entgegengesetzt ist, so trennt es sich in die untergeordneten Entgegengesetzten, was zugleich eine Vereinigung mit Anderen ist.

§. 2. So haben wir das Vergehen einer Besonderheit und das Entstehen einer anderen, welche im Nacheinander- und Nebeneinandersein der vorigen übergeordnet ist, also eine größere Stelle des Nach- und Nebeneinanderseins einnimmt, entwickelt.

Bevor wir die weitere Entwicklung vornehmen, bleiben wir bei der bereits vorhandenen, um die entwickelten Begriffe und Gesetze näher zu bestimmen.

Die Trennung des Gleichartigen ist nichts Anderes, als die Trennung

des vereinigten Entgegengesetzten. Diese Trennung ist zugleich eine Vereinigung des Getrennten, Entgegengesetzten, mit Anderen.

Es ist also sowohl das, was sich trennt, als auch das, was sich vereinigt, ein Entgegengesetztes. Entgegengesetztes trennt sich, und Entgegengesetztes vereinigt sich.

Mit Einem und dem Nämlichen trennt sich also ein Entgegengesetztes und vereinigt sich ein Anderes, und die beiden, das sich Trennende und das sich Vereinigende, sind von einander unterschieden, weil sonst das, was entsteht, absolut das Nämliche wäre mit dem, welches vergangen ist, was unmöglich ist.

Zu einem sind also zwei verschiedene entgegengesetzt; beide können also zu dem dritten nicht absolut entgegengesetzt sein, weil sie absolut gleich sein müßten; sie sind zu dem dritten und unter einander relativ entgegengesetzt d. i. zum Theile gleich, zum Theile ungleich, was auch schon früher aus dem allgemeinen Begriffe des Allgemeinen vom Besonderen einleuchtend war, indem wir den Begriff „entgegengesetzt" immer im Sinne des Unterschiedenseins, also zum Theile Gleich- zum Theile Ungleichseins gebrauchten.

Das unausgeglichene in Trennung sich befindende Entgegengesetzte ist also kein absolut Entgegengesetztes, sondern nur ein relativ Entgegengesetztes, zum Theile Gleiches, zum Theile Ungleiches.

Indem nun die Vereinigung des Entgegengesetzten ein Vergehen, aus der Erscheinung Treten, Aufheben, desselben und in die Erscheinung Treten des Gleichen ist; so bezieht sich bei der Vereinigung des relativ Entgegengesetzten das aus der Erscheinung Treten, Aufheben, nur auf das Entgegengesetztsein desselben, während eben das Gleiche in die Erscheinung tritt. So wie in dem aufgehobenen Entgegengesetzten das Entgegengesetzte vorkommt nur nicht vorwiegend erscheint, und in dem Herausgehen aus dem Aufgehobensein in die Erscheinung tritt; so kommt in dem unaufgehobenen Entgegengesetzten das Gleiche vor, erscheint aber nicht, und tritt erst beim sich Aufheben des Entgegengesetzten vorwiegend in die Erscheinung.

Das Gesetz der Vereinigung des Entgegengesetzten §. 1. III. 2. a. verwandelt sich also für das relativ Entgegengesetzte in das Gesetz:

Relativ Entgegengesetztes vereinigt sich, hebt sich, (tritt aus der Erscheinung) nach Maß des Entgegengesetztseins gegen einander auf, was immer nach Maß dieser Vereinigung eine Trennung der sich Vereinigenden von Andern ist, und tritt nach Maß der Gleichheit als Ausgeglichenes, Gleiches, in die Erscheinung.

Das allgemeine Gesetz §. 1. III. 2. b., welches zugleich das Auftreten des Verbundenen, Gleichartigen, gegen ein anderes Verbundenes zu ihm entgegengesetztes ausdrückt, verwandelt sich in das Gesetz:

Relativ Entgegengesetztes vereinigt sich, hebt sich, (tritt aus der Erscheinung) nach Maß des Entgegengesetztseins gegen einander auf, was immer nach Maß dieser Vereinigung eine Trennung dieser sich Vereinigenden von Anderen ist, und tritt nach Maß der Gleichheit als Vereinigtes, Ausgeglichenes, Gleiches, gegen ein anderes Verbundenes und zu ihm Entgegengesetztes nach Maß des Entgegengesetztseins aufhebend auf, was wieder zugleich eine Trennung nach diesem Maße von Anderem ist.

Da das relativ Entgegengesetzte nach Maß des Entgegengesetztseins sich aufhebt, so hebt sich eine Besonderheit mit einer zu ihr minder entgegengesetzten weniger, mit einer mehr entgegengesetzten mehr aus.

Eine Besonderheit, die sich neben zwei nach gleichem Maße entgegengesetzten befindet, muß das Bestreben haben mit den beiden anderen nach dem nämlichen Maße sich aufhebend zu verbinden, und eine solche Verbindung wirklich eingehen.

Sind die beiden zu der ersten nach verschiedenem Maße entgegengesetzt, so verbindet sie sich mit beiden ungleich, nach dem Maße ihres Entgegengesetztseins zu denselben. Das Vorherrschen der einen Verbindung über die andere ist nach Maß des Vorherrschens ihres Entgegengesetztseins.

Daraus erklärt sich warum und wann ein Verbundenes sich trennt, um eine andere Verbindung einzugehen. Etwas geht eine neue aufhebende Verbindung ein, wenn das Maß des Entgegengesetztseins desselben zu einem Anderen über das Maß des Entgegengesetztseins desselben zu jenem mit dem es in Verbindung ist, vorherrscht; und zwar geht es nur nach Maß dieses Vorherrschens die neue Verbindung ein, wird also nur nach dem nämlichen Maße aus der vorigen Verbindung getrennt. Dieses macht die Trennung eines gewissen und Eingehen eines anderen Verbindungszustandes möglich.

Das sich Aufheben des Entgegengesetzten bei der Vereinigung ist also kein vollständiges sich aufheben desselben, sondern nur ein theilweises, nach Maß des Vorherrschens des Entgegengesetztseins über ein anderes. — Das letzte Gesetz vervollständigt sich daher in das Gesetz:

Relativ Entgegengesetztes hebt sich nach Maß des Entgegengesetztseins und nach Maß des Vorherrschens desselben über ein Anderes (also zusammen nach Maß des in Wirksamkeit tretenden Entgegengesetztseins) gegen einander auf, was zugleich nach Maß dieser Vereinigung eine Trennung dieser Vereinigten von Anderen ist, und tritt nach Maß der Gleichheit als Vereinig-

tes, Gleiches, gegen ein anderes Verbundenes und zu ihm relativ Entgegengesetztes nach Maß ihres in Wirksamkeit tretenden Entgegengesetztseins aufhebend auf, was wiederum zugleich eine Trennung nach dem nämlichen Maße von Anderem ist.

Gibt man diesem Gesetze die dem Vergehen einer Allgemeinheit und dem Entstehen einer übergeordneten Anderen gänzlich entsprechende Form §. 1. III. 2. b. so lautet es:

Relativ Gleichartiges trennt sich in das relativ Entgegengesetzte, und diese relativ Entgegengesetzten vereinigen, heben sich, mit anderen Entgegengesetzten nach Maß ihres Entgegengesetztseins und des Vorherrschens desselben über Anderes auf, was immer zugleich nach dem nämlichen Maße eine Trennung der sich Vereinigenden von Anderen ist, bleiben nach Maß der Gleichheit als Ausgeglichene, Gleiche, in der Erscheinung und treten als solche nach Maß ihres Entgegengesetztseins und des Vorherrschens desselben über ein Anderes wiederum aufhebend gegen einander auf, was wiederum eine Trennung derselben nach dem nämlichen Maße von Anderen ist.

Indem die Vereinigung immer nur nach einem gewissen Maße geschieht, so ist das Vereinigte immer nur zum Theile vereinigt, und bleibt zum Theile in Trennung, es ist immer in dem Vereinigten ein Getrenntes, das sich auch zum Theile mit Anderen außer dieser Verbindung liegenden vereinigt, also im Allgemeinen ein Besonderes. — Ist etwas mit einem Anderen vorwiegend zum Gleichartigen ausgeglichen, so erscheinen sie zusammen vorwiegend stetig, im entgegengesetzten Falle vorwiegend getrennt, diskret. — Dem Wirklichen entspricht also ein relatives Verbunden, Aufgehobensein, und ein relatives Getrenntsein, welches im Allgemeinen die unendlichen Arten der Verbindungen zwischen den Grenzen der absoluten Verbindung und absoluten Trennung zuläßt. Das absolut Entgegengesetzte und das absolut Uebereinstimmende, die absolute Verbindung und absulute Trennung, sind die Grenzen, von denen wir herausgehen und auf die wir das Relative beziehen müssen, denen aber die objektive Wirklichkeit nicht entspricht. — Als gleichartig ist etwas zu betrachten, wenn das Maß der Gleichartigkeit, als entgegengesetzt, wenn das Maß des Entgegengesetztseins vorherrscht. — Ebenso ist etwas als verbunden zu betrachten, wenn das Maß der Verbindung und des daraus folgenden Gleichseins, als getrennt, wenn das Maß der Trennung und des damit verbundenen Ungleichseins vorherrscht.

Es ist ebenso das ausgeglichene Entgegengesetzte, das Gleichartige, ein relativ Gleichartiges oder relativ Entgegengesetztes, wie das unausgeglichene Entgegengesetzte ein relativ Entgegengesetztes oder relativ Gleichartiges.

Von zwei Besonderheiten, welche immer zu einer Dritten relativ entgegengesetzt sind, verhält sich also die minder entgegengesetzte als die gleichartige und die mehr entgegengesetzte als die entgegengesetzte; — man muß aber immer darauf sehen, ob die minder entgegengesetzten Besonderheiten erst durch Ausgleichung oder ursprünglich minder entgegengesetzt waren.

Dieses Verhalten ist nach dem Vorigen entweder ein Trennen der verbundenen relativ entgegengesetzten Besonderheiten, wenn eine von ihnen zu der anderen ursprünglich (ohne Ausgleichung) minder entgegengesetzt ist, als zu einer Dritten; *) oder ein gemeinschaftliches Auftreten der verbundenen Besonderheiten gegen andere verbundene und zu den vorigen entgegengesetzte.

In diesem letzten Falle ist auf das ursprüngliche Entgegengesetztsein nicht zu sehen, indem das Gesetz lautet, daß ausgeglichenes Gleichartiges zusammen gegen ein Anderes zu ihm Entgegengesetztes aufhebend auftritt. — Mit Rücksicht darauf, daß das durch Verbindung ausgeglichene Gleichartige ein relativ Gleichartiges oder relativ Entgegengesetztes ist, wird dieses Gesetz auf folgende Art genauer ausgedrückt:

Mehr Gleichartiges oder minder Entgegengesetztes vereinigt sich um gegen ein anderes sich vereinigendes unter einander minder und zu den vorigen mehr Entgegengesetztes gemeinschaftlich aufhebend aufzutreten.

Das durch die Vereinigung des Entgegengesetzten entstehende Gleichartige tritt nach Maß dieser inneren Vereinigung also Ausgleichung und nach Maß des äußern Entgegengesetztseins gegen ein anderes Vereinigtes ausgleichend, aufhebend auf, — also bei geringerer innerer Ausgleichung des Entgegengesetztseins und geringerem äußeren Entgegengesetztsein weniger, bei größerer innerer Ausgleichung und größerem äußeren Entgegengesetztsein mehr.

Sind die sich ausgleichenden untergeordneten Besonderheiten die nämlichen, so wird das Maß des Auftretens ihrer Verbindungen gegen einander nur durch das Maß der Ausgleichung dieser untergeordneten Besonderheiten bestimmt; ist also bei größerer Ausgleichung größer, bei kleinerer kleiner.

---

*) Dieses muß offenbar um so mehr geschehen, wenn beide verbundene Besonderheiten zu einander ursprünglich minder entgegengesetzt sind, als jede von ihnen zu einer anderen Dritten, wann sie sich trennen, und beide mit den Anderen verbinden. — Diese beiden Anderen konnten mit einander ebenso verbunden gewesen und zu einander ursprünglich minder entgegengesetzt sein, als zu den Besonderheiten der ersten Verbindung, wann beide Verbindungen in Trennung und andere Verbindung übergehen, doppelte Wahlverwandtschaft.

Treten also die Verbindungen stärker gegen einander auf, so geschieht das durch die größere Verbindung ihrer untergeordneten Besonderheiten mit einander.

Wird die innere Verbindung der einen übergeordneten Besonderheit größer, so wird auch die Verbindung der anderen und die übergeordnete Verbindung beider. — Eine Verbindung disponirt also auch eine andere, wenn beide die übergeordnete Verbindung eingehen können.

Wird die innere Verbindung der einen übergeordneten Besonderheit kleiner, so wird auch die Verbindung der anderen und die übergeordnete Verbindung beider. — Die Trennung einer untergeordneten Verbindung disponirt also auch eine andere mit der ersten in übergeordneter Verbindung stehende zur Trennung. Man muß aber diese Gesetze der übergeordneten Verbindung von jenen, wo die Besonderheiten einer Verbindung mit anderen Besonderheiten theilweise verbunden sind, wohl unterscheiden.

§. 3. In dem Entstehen einer Allgemeinheit von Besonderheiten sehen wir also:

Eine Allgemeinheit entsteht durch Trennung der vorhergehenden (indem das, eine bestimmte Stelle des Nebeneinanderseins einnehmende Gleichartige, als Einheit des Entgegengesetzten, schon ein Vereinigtes, Allgemeines war) was ein Vereinigen der getrennten Entgegengesetzten mit Anderen und dadurch ein Entstehen zweier übergeordneter Besonderheiten ist; und durch Vereinigung dieser zwei Besonderheiten, was zugleich ein Trennen von den nebenentstehenden zweien ist; also durch Trennung, welche Vereinigung ist und hierauf Vereinigung des Getrennten, was eine neue Trennung ist.

Das Sich-Trennen ist das Vergehen, also Uebergang der vorigen Allgemeinheit aus dem Erscheinen in das Nicht-Erscheinen, aus dem Sein in das Nicht-Sein; die Negation der vorigen Allgemeinheit.

Dieses Trennen ist unter Einem eine Vereinigung, was aber noch nicht das Entstehen der neuen höheren Allgemeinheit ist, sondern das Entstehen zweier der vergangenen entsprechenden Besonderheiten. —

Das Vereinigen dieser Besonderheiten, in welchem also die theilweise Zurückvereinigung des früher Getrennten, Negation der vorigen Negation ist, ist erst das volle Entstehen, die Position der neuen höheren Allgemeinheit. — Die volle Position entsteht also durch die Negation der Negation.

2. Wie aus dem allgemeinen Begriffe nothwendig folgt, daß die nachfolgende Allgemeinheit, als durch mehre Veränderungen entstanden, eine mehr Besonderheiten in sich einschließende höhere Allgemeinheit des Nacheinanderseins, und damit auch eine höhere Allgemeinheit des Nebeneinanderseins sei und eine größere Stelle des Nach- und Nebeneinanderseins einnehme; ist auch hier wirklich der Fall. Es trennte sich nämlich eine Einheit von Besonderheiten was zugleich durch Verbindung das Entstehen zweier solchen Einheiten war, die sich erst miteinander verbindend die neue

Allgemeinheit bilden, die als mehr Besonderheiten in sich enthaltend eine größere Stelle des Nebeneinanderseins als die ursprüngliche einnimmt.

3. Das Entstehende ist eine nacheinander-nebeneinanderseiende Allgemeinheit von Besonderheiten, weil sie durch theilweise Ausgleichung ihrer Besonderheiten mit einander in sich zum Theile ausgeglichen, vereinigt ist, was ein theilweises Vergehen der Besonderheiten als solcher in der Allgemeinheit ist, — und durch theilweise Nicht-Ausgleichung derselben mit einander, sondern mit anderen Besondernheiten, welche daneben entstehen, mit jenen in Verbindung und unter einander in Trennung sind; also in der Allgemeinheit zum Theile nicht aufgehen, sondern in Bezug auf dieselbe frei verbleiben. — Inwiefern das Entgegengesetzte der Besonderheiten sich mit einander zum Allgemeinen ausgeglichen hat, kommt in die Erscheinung das Gleiche, in wie fern es aber unaufgehoben also in Bezug auf das Allgemeine in seiner Freiheit verblieb, bleibt in der Erscheinung das Ungleiche. —

Darum sehen wir in der Erscheinnng das Gleiche und das Ungleiche und sammeln nach dem ersteren das Ganze zum Allgemeinen, und nach dem zweiten zum Vielen, Besonderen.

4. Die Besonderheiten jeder Ordnung heben sich durch eine theilweise Vereinigung mit einander zum Theile auf, und werden dadurch zu einer Besonderheit einer höheren Ordnung; zum Theile gehen sie diese Vereinigung nicht ein, bleiben daher Besonderheiten.

Inwiefern also untergeordnete Besonderheiten die wechselseitig dieselben aufhebende Vereinigung eingehen, vergehen, verschwinden sie, aber es entsteht insofern das Gleiche, die ihnen nächst übergeordnete Allgemeinheit. — Das Sich-Vereinigen der Besonderheiten ist also nichts Anderes, als der Uebergang derselben in die zunächst übergeordnete Allgemeinheit. Das Vereinigen dieser Allgemeinheit mit einer ihr nebengeordneten Anderen wiederum ein Uebergang in die zunächst übergeordnete Allgemeinheit u. s. w.

Die Allgemeinheit einer jeden Ordnung trennt sich in ihre zunächst untergeordneten Besonderheiten, durch deren Aufhebung sie entstanden war. Inwiefern sie sich trennt, vergeht sie, aber es entsteht insofern das ihr zunächst untergeordnete Besondere. Das sich Trennen des Allgemeinen ist also nichts Anderes als der Uebergang desselben in das zunächst untergeordnete Besondere. Das Trennen dieses Besonderen wiederum ein Uebergang in das untergeordnete u. s. w.

Es geht also von dem erscheinenden Allgemeinen und von dem erscheinenden Besonderen nie was verloren. Das Sich-Verlieren des Einen, ist immer ein Uebergang in das Andere.

So erhielten wir die Begriffe des Ueberganges des Besonderen in das Allgemeine, und umgekehrt des Allgemeinen in das Besondere.

5. Die einzelnen Besonderheiten jeder Ordnung sind immer im Wechselverhältnisse der gegenseitigen Vereinigung und Trennung untereinander.

Das Maß dieser Vereinigung und Trennung ist veränderlich, und jedes Entstehen und Vergehen geschieht durch diese wechselseitige Vereinigung, welche zugleich eine Trennung ist, und durch wechselseitige Trennung, welche Vereinigung ist.

Dies gibt uns sowol die Form, als auch die Art jeder Wirkung im Weltleben.

Die Form jeder Wirkung ist die wechselseitige Aufeinanderwirkung, also die Wechselwirkung; die Art dieser Wechselwirkung ist die Wechselvereinigung, welche ein Sich-Aufheben, Ausgleichen, des Entgegengesetzten ist, und dann die wechselseitige Trennung des Vereinigten, aufgehobenen Entgegengesetzten. Dabei ist aber die Vereinigung immer eine Trennung der sich Vereinigenden von Anderen, und die Trennung immer eine Vereinigung der sich Trennenden mit Anderen.

6. Die Besonderheiten jeder Ordnung sind zum Theile in Vereinigung, wodurch sie aufgehoben werden, nicht erschienen, aber das zunächst übergeordnete Allgemeine erscheint; zum Theile verbleiben sie aber in der Trennung als Besondere, und sind mit anderen ihnen nebengeordneten außerhalb dieser Allgemeinheit liegenden Besonderheiten in Verbindung.

Es stehen also:

a) Die untergeordnetsten Besonderheiten in und außer der zunächst übergeordneten Allgemeinheit mit einander in Verbindung. Die Verbindung in der Allgemeinheit ist das Bestehen der zunächst übergeordneten Allgemeinheit selbst.

b) Die zunächst übergeordneten Allgemeinheiten sind ebenso in und außer der weiter übergeordneten Allgemeinheit mit einander in Verbindung. Die Verbindung derselben in dieser übergeordneten Allgemeinheit ist wiederum das Bestehen dieser Allgemeinheit selbst u. s. w.

Die Veränderung in dem Maße der Vereinigung einer beliebigen untergeordnetsten Besonderheit mit einer anderen zieht also in Folge dieses wechselseitigen Zusammenhanges aller untergeordnetsten Besonderheiten eine Veränderung in dem Maße der Vereinigung und Trennung, also der gegenseitigen Aufhebung aller untergeordnetsten Besonderheiten nach sich.

Dieß ist zugleich eine Veränderung der zunächst übergeordneten Besonderheiten, also zugleich des Maßes ihrer Vereinigung und Trennung, des Maßes ihrer gegenseitigen Aufhebung.

Diese ist wiederum zugleich eine Veränderung der weiteren übergeordneten Allgemeinheit oder mehrer Allgemeinheiten, wenn solche bestehen und ihrer gegenseitigen Vereiniguug u. s. w. bis zu der höchsten Allgemeinheit.

Umgekehrt zieht die Veränderung des Maßes der inneren Ausgleichung einer höchsten Allgemeinheit eine Veränderung der ihr zunächst untergeordneten Allgemeinheiten, also auch des Maßes ihrer innern Ausgleichungen, nach sich.

Dieß ist zugleich eine Veränderung der Ausgleichung der weiter untergeordneten Besonderheiten u. s. w. bis zu den untergeordnetsten.

Die Allgemeinheiten jeder Ordnung werden also durch die Besonderheiten bestimmt; die Besonderheiten durch die Allgemeinheiten. Dieß gibt den Begriff der allgemeinen Wechselbestimmung zwischen dem Besonderen und Allgemeinen.

§. 4. Kehren wir nun zur Verfolgung der weiteren Bildung des Allgemeinen vom Besonderen zurück.

In der bisherigen Entwickelung ist für die ersten Verbindungen und zwar nur für diese allein der allgemeinen Forderung entsprochen worden, daß sie nacheinander nebeneinanderseiende Allgemeinheiten vom Besonderen und ebenso untergeordnete Besonderheiten einer höheren Allgemeinheit sind.

Die entwickelte zweite höhere Verbindung ist eine Allgemeinheit von untergeordneten Besonderheiten, nicht aber zugleich eine nacheinander-nebeneinanderseiende Besonderheit einer höheren Allgemeinheit.

Da diese entwickelte übergeordnetste Allgemeinheit eine Besonderheit des Nacheinanderseins sein muß, so muß sie eine Stelle des Nacheinanderseins einnehmen, außer dieser Stelle des Nacheinanderseins, also vor und nach derselben darf sie nicht sein.

Die entstandene übergeordnetste Allgemeinheit muß also vergehen, daß eine Andere weiter übergeordnete entstehe.

Dies Vergehen einer Allgemeinheit kann aber nach dem vorigen entweder durch Vereinigung mit einer nebengeordneten Anderen und dadurch Entstehen einer zunächst übergeordneten Allgemeinheit, oder durch Trennung derselben in untergeordnete Besonderheiten entstehen. Wann die eine und wann die andere Art des Vergehens eintrifft, ist durch das entwickelte Gesetz §. 1. III. 2. b. gegeben, welches lautet: Befindet sich neben Gleichartigem, also zur Allgemeinheit ausgeglichenem Entgegengesetzten, ein ihm nebengeordnetes Entgegengesetztes, so tritt es gegen dasselbe aufhebend auf; befindet sich neben demselben kein nebengeordnetes Entgegengesetztes, sondern untergeordnetes, das zu einem von dessen untergeordneten Besonderen entgegengesetzt ist, so trennt es sich in die untergeordneten Entgegengesetzten, was zugleich eine Vereinigung mit Anderen ist.

Neben der entstandenen übergeordnetsten Allgemeinheit ist aber keine Andere ihr nebengeordnete. Die neben ihr entstandenen sind untergeordnete beider Unterordnungen, die mit den untergeordneten Besonderheiten der Allgemeinheit §. 3. b. bereits in Verbindung stehen.

Die entstandene übergeordnete Allgemeinheit kann also nicht als Ganzheit nach Außen gegen eine andere auftreten, durch Vereinigung mit dieser Anderen ihr nebengeordneten als Allgemeinheit vergehen, also offenbar nur durch Trennung. Die entstehende Verbindung der beiden Allgemeinheiten

zu der höchsten beschränkt sich, da kein gemeinschaftliches Auftreten derselben als ganzer nach Außen möglich ist, nur auf das Auftreten derselben nach Maß des Entgegengesetztseins gegen einander, und dieses Auftreten ist eine Trennung, Zersetzung, derselben in einander in untergeordnete Besonderheiten. Es beschränkt sich diese Vereinigung nur auf das Aufheben der sich verbindenden Allgemeinheiten gegen einander, und dieses Aufheben ist eine Trennung Zersetzung derselben in untergeordnete Besonderheiten.

Das sich Aufheben des Entgegengesetzten haben wir in den vorigen Paragraphen nur als aus der Erscheinung Treten desselben erkannt. Die Art, wie dieses aus der Erscheinung Treten geschieht, war dort nicht gegeben. Es wurde aber dort das sich Aufheben der untergeordnetsten Besonderheiten, die für sich nicht Allgemeinheiten von weiter untergeordneten Besonderheiten waren, untersucht; das gefundene Gesetz des sich Aufhebens konnte also nicht vollständig sein, weil die Begriffe, an denen es untersucht war, nicht vollständig dem Wirklichen entsprachen, indem das Wirkliche ein Allgemeines vom Besonderen ist. Hier geschieht aber die Untersuchung der Aufhebung der Besonderheiten, die für sich Allgemeinheiten von weiter untergeordneten Besonderheiten sind, und zwar für jenen besonderen Fall, wo die sich vereinigenden Besonderheiten zu einer weiter aufhebend nach Außen auftretenden übergeordneten Allgemeinheit sich nicht verbindeu können, daher sich eben nur als entgegengesetzte, nur als sich aufhebende verhalten, und dieses reine Aufheben, aus der Erscheinung Treten, zeigt sich als Trennung, Zersetzung, der sich vereinigenden Besonderheiten in ihre weiter untergeordneten Besonderheiten, also als in die Erscheinung Treten ihrer untergeordneten Besonderheiten.

In den vorigen Paragraphen erkannten wir, daß das Vergehen kein Uebergang in das Nichtsein, sondern nur ein aus der Erscheinung Treten, Aufheben ist; hier erkennen wir, daß das Aufheben kein absolutes aus der Erscheinung Treten ist, sondern nur ein aus der Erscheinung Treten als ein Gewisses, bestimmtes Uebergeordnetes, und ein in die Erscheinung Treten als gewisses Anderes, Untergeordnetes.

Die Vereinigung also der relativ entgegengesetzten Besonderheiten, die wir als Aufheben, aus der Erscheinung Treten, derselben nach Maß des Entgegengesetztseins und in die Erscheinung Treten nach Maß der Gleichheit des übergeordneten Allgemeinen erkannten, bestimmt sich hier als ein aus der Erscheinung Treten derselben nach Maß des Entgegengesetztseins, was ein Uebergang in Trennung, in die Erscheinung Treten nach dem nämlichen Maße ihrer untergeordneten Besonderheit ist, und dann als ein in die Erscheinung Treten nach Maß der Gleichheit des übergeordneten Allgemeinen.

Das relative sich verbinden zweier Allgemeinheiten ist ein theilweises Vergehen aus der Erscheinung Treten derselben als solcher, was ein

theilweises Entstehen, in die Erscheinung Treten, ebenso des zunächst übergeordneten Allgemeinen, wie des zunächst untergeordneten Besonderen ist.

Reines Auftreten gegen einander, reines Aufheben, reiner Kampf ist Zersetzung, Verschwinden des Allgemeinen, aber dieses Verschwinden ist nicht absoluter Uebergang in das Nichtsein, sondern aus der Erscheinung Treten des Allgemeinen und in die Erscheinung Treten des Besonderen. Hingegen relatives Auftreten gegen einander, relatives Aufheben, womit zugleich ein relatives Auftreten des sich Aufhebenden nach Außen verbunden ist, ist ein relativer Uebergang der sich Vereinigenden in Trennung in Untergeordnetes, aber zugleich eine relative Verbindung derselben zu einem in Einheit nach Außen auftretenden übergeordneten Allgemeinen. *)

*) Das Entstehen der Physik als Wissenschaft beginnt mit dem Entstehen der Theorie der Kräfte. — Der Begriff der Kraft und des Verhältnisses der Kräfte zueinander wurde aus der Erfahrung genommen; die damalige Erfahrung mußte aber unvollständig sein, daher auch die entlehnten Begriffe. — Der Begriff des sich Verhaltens der Kräfte zu einander wurde am allerersten und hauptsächlich aus den Bewegungen entnommen. — Die Beobachtung mußte am allerersten darauf führen, daß die nach entgegengesetzten Richtungen sich bewegenden Körper bei ihrem Zusammenkommen ihre Bewegungen verlieren, woraus der Begriff entnommen werden mußte, daß entgegengesetzte Kräfte einander vernichten. — Diese Bedeutung hatte bis in die neuesten Zeiten der Begriff des Sichaufhebens der entgegengesetzten Kräfte. — Aufheben wurde als Uebergang in das vollständige Nichtsein betrachtet. — Was bei diesem sich Verlieren der entgegengesetzten Bewegungen der Körper weiter vor sich geht, war in die Theorie des sich Verhaltens der Kräfte gegeneinander nicht aufgenommen. — Das, was dabei geschieht, ist das sich Trennen der so zusammenkommenden Körper in untergeordnete Besonderheiten verschiedener Unterordnungen, welche, wenn nicht die vollständige Trennung geschieht, zum Theile andere Verbindungen mit einander eingehen, wodurch die Körper ihre Form verändern, zum Theile aber zurück ihre vorigen Verbindungen eingehen, d. i. ihre vorige Form zurückerhalten, womit die vorige Bewegung sich zurückfindet, die ganzen Körper in verwechselten Richtungen ihre Bewegungen zurückerhalten. — Nach diesen Eigenschaften wurden die Körper in spröde, dehnbare und elastische unterschieden, und es war auch der Begriff festgestellt, daß für den Fall der vollständigen Zurückerhaltung der vorigen Form (vollkommene Elastizität) die Körper die aufgehobenen Bewegungen gänzlich zurückerhalten.

An diesen Erscheinungen sieht man ganz deutlich, daß das Aufheben der Bewegungen kein absoluter Uebergang derselben in das Nichtsein, sondern ein aus der Erscheinung treten derselben als solcher, und in die Erscheinung treten in den untergeordneten Besonderheiten ist. — Dieser Begriff konnte aber auf dem Wege der Erfahrung nicht früher allgemein geltend gestellt werden, bis die Untersuchung der uns verschwindenden Bewegungen verschwindender Besonderheiten, die ursprünglich als Bewegungen nicht erfaßt werden konnten, weil sie nicht als solche erschienen (Wärme, Licht, Elektrizität), vollständig und gründlich durchgeführt wurde, wodurch erst der Uebergang der Kräfte, also der Bewegungen in einander, und das vollständige sich Erhalten derselben genau erkannt werden konnte. — Zu dieser Erkenntniß des Ueberganges und des

So erkennen wir, daß die Vereinigung zweier Allgemeinheiten nicht nur eine Trennung derselben von anderen, sondern auch zugleich mit dem durch diese Vereinigung entstehenden übergeordneten Allgemeinen, zum Theile eine innere Trennung, Zersetzung, der sich Vereinigenden in ihre untergeordneten Besonderheiten ist.

Die sich bildende Allgemeinheit geht also während ihrer Bildung ihrer in sich Trennung, Zersetzung, selbst entgegen. Die Allgemeinheit geht in ihrem Entstehen ihrem Vergehen selbst entgegen. Der Uebergang des Entstehens in das Vergehen geschieht dann, wenn die Trennung in die untergeordneten Besonderheiten (welche Trennung bekanntlich eine andere Vereinigung, eine Vereinigung mit anderen außer der Allgemeinheit sich befindenden Besonderheiten sein muß), die Zersetzung, über die Vereinigung in den Uebergeordneten das Uebergewicht erhält; wenn das vereinigte Allgemeine überwiegend aufhebend in sich, und nicht zum gemeinschaftlichen Auftreten nach Außen sich verbindet.

Das aber, wodurch bestimmt wird, ob und inwiefern relativ entgegengesetzte Besonderheiten gegen einander und zusammen nach Außen auftreten, hängt nicht lediglich von diesen Besonderheiten ab, sondern auch von ihrem gemeinschaftlichen Verhältnisse zu dem außer ihnen seienden Anderen, inwiefern sie zusammen gegen dieses Andere auftreten können oder inwiefern zu einem der beiden ein mehr Entgegengesetztes oder ein mehr Gleichartiges vorkommt, das nach §. 1. III. 2. a. eine Trennung derselben von einander bewirkt.

Das wirkliche, in Wirksamkeit tretende Verhältniß zweier relativen Entgegengesetzten wird nicht rein durch sich selbst bestimmt, sondern auch durch über, neben, und untergeordnetes Anderes. Die nämlichen Entgegengesetzten können verschieden gegen einander auftreten, je nach ihrem gemeinschaftlichen und besonderen Verhältnisse zu Anderem. Wenig Entgegengesetztes kann rein aufhebend, also nur sich wechselseitig zersetzend auftreten, wenn kein anderes da ist, gegen welches es gemeinschaftlich auftreten könnte.

Dieser Fall kommt eben hier vor, weil dem sich zum übergeordnetsten Allgemeinen Verbindenden kein nebengeordnetes Allgemeines gegenüber steht, gegen das es als Ganzheit auftretend, sich mit demselben zu einem über-

---

sich vollständigen Erhaltens der lebendigen Kräfte ist man erst in neuesten Zeiten gekommen.

Der vollständige Begriff dieses sich Erhaltens der Kräfte ist hier gegeben, es findet immer ein Uebergang in über- und untergeordnete Kräfte, allgemein in Ueber- und Untergeordnetes statt, und dieser Uebergang ist das Entstehen und Vergehen von Allem, was in die Erscheinuug tritt — es ist der geschichtliche Hebel des Bestehenden.

Man sehe in die Natur und das soziale Leben gründlich hinein, und man wird sich von der Allgemeingiltigkeit dieses Gesetzes vollständig überzeugen.

geordneten Allgemeinen verbinden möchte. Die sich vereinigenden Allgemeinen verhalten sich nur rein aufhebend gegen einander, und dieses ist nur ein Trennen, Zersetzen, derselben in untergeordnete Besonderheiten.

Indem aber jede Trennung zugleich eine andere Vereinigung ist; so ist jener Rückgang der entstandenen Verbindungen in Trennung zugleich eine andere Vereinigung.

Da nach dem in diesem Paragraphe Entwickelten die Allgemeinheit in ihrem Entstehen begriffen, schon ihrem Vergehen entgegenkommt, weil die sich aufhebende Vereinigung nicht nur eine Trennung der sich Vereinigenden von Anderen, sondern auch die Trennung derselben in ihre untergeordneten Besonderheiten ist; so muß auch umgekehrt die Allgemeinheit in ihrem Vergehen schon dem Entstehen einer anderen entgegenkommen. In dem Uebergange aus dem Aufgehobensein muß das entgegengesetzte von dem vorkommen, was bei dem Aufheben geschieht, die Trennung nicht nur eine Vereinigung der Getrennten mit Anderen, außer der vorgehenden Allgemeinheit bestehenden, sondern auch eine in sich Vereinigung derselben in den weiter untergeordneten Besonderheiten.

Die Vereinigung muß also zuerst in und unter den Besonderheiten der beiden sich in sich trennnenden Allgemeinheiten als den zunächst nebeneinanderseienden geschehen. Während sich also die Allgemeinheiten als solche zu einer einzelnen nach Außen auftretenden Allgemeinheit nicht ausgleichen konnten, geschieht diese Ausgleichung zuerst unter den durch Trennung, Zersetzung aus der vorigen Verbindung befreiten Besonderheiten. Die Trennung in die Vielheit schlägt dadurch in die Stetigkeit, Gleichmäßigkeit um. Das vergehende Allgemeine von Besonderem, das zu Vielem wird, wird durch diese allseitige Ausgleichung zum Stetigen. Absolute Vielheit und absolute Stetigkeit schlagen in einander um, beides ist Rückkehr zum Ursprünglichen, in beiden ist kein gemeinschaftliches Auftreten nach Außen, beides ist Zersetzung was Vereinigung mit Anderem außer der vorgehenden Allgemeinheit bestehenden sein muß.

Nach §. 1. III. 2. b. und §. 2. verbindet sich das mehr Gleichartige mit einander, um gegen das sich verbindende zu einander mehr Gleichartige und zu dem vorigen mehr Entgegengesetzte gemeinschaftlich aufzutreten; folglich geschieht in dieser Zersetzung des Allgemeinen vom Besonderen in das Viele und Rückkehr zur Stetigkeit die Vereinigung auf diese Art, daß sich die mehr Gleichartigen zusammen gegen die sich Vereinigenden zu ihnen mehr Entgegengesetzten verbinden:

So wird erst der Zersetzungsprozeß vollständig.

In dieser Zersetzung kommt aber durch diese Vereinigung des mehrgleichen Untergeordneten die vergehende Allgemeinheit dem Entstehen einer neuen entgegen.

Die Trennung oder Zersetzung einer vergehenden Allgemeinheit geschieht also auf die Art, daß die einander mehr gleichartigen Besonderheiten vereint aus der Verbindung herausgehen.

2. Diese Trennung der übergeordnetsten Allgemeinheit muß aber auch zugleich (§. 1. III. 2. a.) eine Vereinigung der Getrennten Besonderen mit anderen danebenseienden, also neben der ganzen übergeordnetsten Allgemeinheit sich befindenden, die wir in dem Entstehungsprozesse dieser Allgemeinheit als nebenentstanden erkannten, und dadurch das Entstehen zweier Allgemeinheiten sein.

Diese Vereinigung des durch das Vergehen der Allgemeinheit sich trennenden Besonderen mit den neben der vergehenden sich befindenden Allgemeinheiten niederer Ordnung unterscheidet sich von der entsprechenden bei der Bildung der ersten Allgemeinheit dadurch, daß dort eine Verbindung zweier einzelnen Besonderheiten geschah, während hier die Vereinigung der untergeordnete Besonderheiten in sich enthaltenden und in diese sich trennenden Allgemeinheiten geschieht.

Hier wie in allen Fällen, wo die sich verbindenden Allgemeinheiten Besonderheiten von verschiedenen Unterordnungen sind, muß diese Vereinigung so geschehen, wie die Trennung der vergehenden übergeordnetsten Allgemeinheit geschieht, weil diese Trennung zugleich schon jene Vereinigung ist.

Die Vereinigung geschieht also durch untergeordnetste Besonderheiten zu den übergeordneten aufsteigend, bis die ganze Trennung der Allgemeinheit, und dadurch das Entstehen zweier der vergehenden entsprechenden geschieht.

Die Vereinigung je einer Besonderheit der vergehenden Allgemeinheit mit einer Besonderheit der danebenseienden verpflanzt sich in Folge Wechselbeziehung zwischen dem Besondern und Allgemeinen auf die beiden Allgemeinheiten, so daß dadurch die beiden Allgemeinheiten in ihrer Ganzheit theilweise verändert werden.

Indem dieß bei jeder Ausgleichung von zwei Besonderheiten geschieht, so erleiden die durch das Sich-Verbinden entstehenden Allgemeinheiten nacheinanderseiende Veränderungen, so daß sie als entstandene sich von der vorhergehenden unterscheiden werden, daher die Trennung und Vereinigung nicht nur eine Trennung und Vereinigung des Nebeneinanderseins, sondern auch des Nacheinanderseins wird.

3. So erhielten wir die zweite Periode des Vergehens der vorigen übergeordnetsten und des Entstehens der neuen Allgemeinheit, welche dem Begriffe der Vielheit entspricht. Die vorige Allgemeinheit trennte sich in das Entgegengesetzte, was zugleich eine Vereinigung der entstehenden Entgegengesetzten mit andern danebenseienden und das Entstehen zweier der vorigen entsprechenden Allgemeinheiten war.

Diese getrennten Allgemeinheiten müssen aber auch zusammen eine Einheit bilden §. 1 III. 2 b, daß bei der Vielheit auch eine Einheit, bei der Trennung auch eine Vereinigung sei. Die getrennten Besonderen müssen als solche vergehen, daß eine Allgemeinheit vom Besonderen entstehe. Die beiden Allgemeinheiten vereinigen sich also als von einander unterschiedene, relativ entgegengesetzte, zu einer übergeordnetsten, welche Vereinigung zugleich eine nach dem nämlichen Maße entstehende Trennung von andern nebengeordneten ist.

§. 5. Damit haben wir wiederum eine übergeordnetste Allgemeinheit erhalten, in welcher die Besonderheiten einer jeden Ordnung zum Theile mit einander, zum Theile mit anderen danebenseienden Besonderheiten verbunden, aufgehoben, ausgeglichen sind.

Sie ist eine nacheinander nebeneinanderseiende der vorigen übergeordnete Allgemeinheit, ihr Entstehen nimmt auch wirklich eine größere Stelle des Nacheinanderseins und Nebeneinanderseins ein.

In dieser Allgemeinheit sehen wir das Vorhandensein zweier der vorigen entsprechenden Allgemeinheiten, von denen jede die Einheit von zwei ersten Verbindungen, und jede von diesen die Einheit von zwei untergeordnetsten Besonderheiten ist. So ist diese Allgemeinheit eine Einheit einer größeren Anzahl von Besonderheiten jeder Ordnung, als es die vorige war, und inwiefern ihre Ausgleichungsart von der vorigen verschieden ist, ist sie auch selbst von der vorigen verschieden.

Das Entstehen dieser übergeordnetsten Allgemeinheit ist wiederum, da neben ihr keine nebengeordnete Entgegengesetzte, mit der sie sich nach Maß ihrer Uebereinstimmung zu einem gemeinschaftlichen Auftreten nach Außen vergleichen könnte, vorkommt, eine innere Ausgleichung und Zersetzung, d. i. Trennung derselben in das Entgegengesetzte, welche Trennung zugleich eine Vereinigung mit anderen danebenseienden Entgegengesetzten und das Entstehen zweier der vorhergehenden entsprechenden Allgemeinheiten ist.

Indem sich diese Allgemeinheiten wieder mit einander vereinigen, entsteht wiederum eine übergeordnetste von der vorigen sich unterscheidende Allgemeinheit, die eine größere Stelle des Nacheinander- und Nebeneinanderseins einnimmt, und eine von der vorigen mehr Besonderheiten jeder Ordnung in sich einschließende Einheit ist.

§. 6. Daraus entnehmen wir, daß die Grundform des Entstehens einer jeden Allgemeinheit die nämliche ist, — nämlich ein Sich-Trennen der Vorhergehenden, was zugleich eine Vereinigung des Getrennten mit Anderen danebenseienden und das Entstehen von zwei Besonderen ist, und das Vereinigen dieses entstandenen Besonderen, was wiederum eine Trennung von Anderem ist. Es geschieht also jedes Entstehen, jede Veränderung durch Trennung, welche Vereinigung ist, und durch Vereinigung, welche eine Trennung ist.

Der Unterschied des Entstehens und Vergehens einer höheren Allgemeinheit, die also eine Einheit von mehren untergeordneten Besonderheiten jeder Unterordnung ist, von dem Entstehen und Vergehen einer niederen Allgemeinheit besteht darin, daß in derselben die Vereinigung und Trennung eine, untergeordnete Vereinigungen und Trennungen verschiedener Ordnung in sich enthaltende, allgemeine Vereinigung und Trennung ist.

Dieses durch Vereinigung und Trennung geschehende Entstehen und Vergehen einer höheren Allgemeinheit geschieht durch die allmälig nacheinanderfolgende Vereinigung und Trennung der untergeordneten Besonderheiten von den untergeordnetsten zu den mehr übergeordneten aufsteigend, also durch das Entstehen und Vergehen der untergeordneten Besonderheiten von den untergeordnetsten angefangen.

Die Vereinigung und Trennung, also das Entstehen und Vergehen zweier untergeordnetsten Besonderheiten verpflanzt sich in Folge Wechselbeziehung zwischen dem Besonderen und Allgemeinen auch auf alle anderen untergeordnetsten Besonderheiten, also auf die ganze Allgemeinheit, was nicht das vollständige, sondern nur ein theilweises Entstehen der übergeordneten Allgemeinheiten ist, die durch weitere Vereinigungen und Trennungen der untergeordnetsten Besonderheiten und Fortpflanzungen derselben auf die ganze Allgemeinheit, also durch ihr Entstehen und Vergehen weiter entstehen, und ebenso vergehen.

In dem Entstehen und Vergehen einer übergeordneten Allgemeinheit ist also ein desto mehrfaches Entstehen und Vergehen der untergeordneten Besonderheiten vorhanden, je mehr sie untergeordnet sind.

Jede dieser untergeordneten Besonderheiten und Allgemeinheiten entsteht ebenso für sich, wie sie auch nicht für sich entsteht, sondern darum, daß die höhere Allgemeinheit entstehe.

So lange die Besonderheiten der Allgemeinheit sich mit einander ausgleichend nach Außen vereint auftreten, und mit anderem sich ausgleichend wieder das nämliche wiederholen, so lange also die sich ausgleichende daher nach Außen wieder ausgleichend auftretende Vereinigung (Assimilation) über die Trennung das Uebergewicht hat, ist die Allgemeinheit im Entstehen begriffen.

Im Gleichgewichte der Vereinigung und Trennung ist sie im Entstandensein.

Bekommt aber die Trennung über die Vereinigung das Uebergewicht, so ist die Allgemeinheit im Vergehen begriffen.

Der Gang zum Nichtauftreten, also zur Ruhe nach Außen, einer aus untergeordneten Allgemeinheiten bestehenden übergeordneten Allgemeinheit ist immer eine heruntergehende Trennung der untergeordneten Allgemeinheiten und Besonderheiten derselben, ein in sich Zerfallen der Allgemeinheit,

was zugleich mit dem inneren Ausgleichungsprozeß der untergeordnetsten Besonderheiten verbunden ist.

Das Entstehen einer jeden Allgemeinheit beliebiger Ueberordnung ist also nichts Anderes als eine sich ausgleichende Verbindung der in §. 1 erhaltenen untergeordnetsten Besonderheiten und ihrer ersten Verbindungen.

Die Verschiedenheit, die verschiedene Qualität, der entstehenden Allgemeinheiten wird durch verschiedene Art der Ausgleichung der nämlichen untergeordnetsten Besonderheiten und ihrer ersten Verbindungen bestimmt.

Das Vergehen einer jeden Allgemeinheit ist Trennung derselben in untergeordnete bis zu den untergeordnetsten Besonderheiten, also Rückkehr zu den zweiten und ersten Verbindungen der untergeordnetsten Besonderheiten, zu diesen untergeordnetsten Besonderheiten selbst, und zum absolut Gleichartigen, Einen, welches Vergehen zugleich wieder das Entstehen einer neuen Allgemeinheit ist.

Aus dem Vorigen heben wir hier noch dieses besonders hervor:

1. Jede Vereinigung ist eine Trennung von Anderem und geht wiederum in Trennung von sich über, was eine Vereinigung mit Anderem ist; und ebenso ist jede Trennung eine Vereinigung, welche wieder in Trennung übergeht. Indem jede Vereinigung oder Trennung eine Vereinigung oder Trennung der Allgemeinheiten durch die untergeordneten Besonderheiten ist, so ist jede Vereinigung eine fortgehende Vereinigung von untergeordneten Besonderheiten, welche zurück in eine fortgehende Trennung derselben übergeht, und ebenso die Trennung eine fortgehende Trennung der Besonderheiten, welche zurück in eine fortgehende Vereinigung übergeht.

2. Jede Vereinigung ist Vereinigung der Allgemeinheiten, und diese ist theilweise, nämlich nach Maß des in Wirksamkeit tretenden Entgegengesetztseins, ein sich Aufheben derselben, d. i. ein Vergehen derselben durch Uebergang in Untergeordnetes, und theilweise, nämlich nach Maß des in Wirksamkeit tretenden Gleichseins, wiederum ein Vergehen derselben durch Uebergang in Uebergeordnetes, Allgemeines.

Reines Aufheben ist nur reiner Uebergang in Trennung, in Untergeordnetes; reines Ausgleichen ist nur reiner Uebergang in Uebergeordnetes.

3. In der sich aufhebenden Vereinigung zweier Allgemeinheiten muß man aber nach dem vorigen den Fall, in welchem die Aufhebung also die Trennung der sich vereinigenden Allgemeinheiten in ihre untergeordneten Besonderheiten vollständig ist, von jenem unterscheiden, in welchem dieses Aufheben und Trennen unvollständig ist, welches letztere unendlich viele Fälle zuläßt.

Da die Trennung zugleich eine andere Vereinigung sein muß, so können im ersten Falle entweder die in Trennung übergehenden Besonderheiten

der einen Allgemeinheit mit jenen der andern sich verbinden, oder die Besonderheiten der beiden mit anderen außer den beiden sich befindenden Besonderheiten.

In dem Falle der nicht vollständigen Aufhebung der Besonderheiten, also nicht vollständigen Trennung derselben in ihre untergeordneten Besonderheiten, kann diese Vereinigung nur zurück unter den Besonderheiten einer jeden in Trennung übergehenden Allgemeinheit geschehen.

In wiefern nun diese Zurückvereinigung die Wiederherstellung ihres vor dem Aufheben bestandenen Zustandes ist, insofern gehen sie aus ihrem theilweisen Aufgehobensein heraus, die Vereinigung der ganzen Allgemeinheiten geht zurück in Trennung über. (Elastizität.) Inwiefern aber der durch das Aufheben beigebrachte Zustand sich erhält, durch entsprechende Art der Verbindung der untergeordneten Besonderheiten zum festen Zustande wird, insofern treten sie aus dem gewesenen theilweisen Aufgehobensein nicht heraus.

In dem Falle des relativen Aufhebens, relativer, unvollständiger Trennung der untergeordneten Besonderheiten, treten die Allgemeinheiten nicht vollständig aus der Erscheinung, sie verändern sich nur.

§. 7. Das dem Entstehen einer höheren Allgemeinheit entsprechende Gesetz des Entstehens ist also das nämliche, wie das Gesetz des Entstehens der untergeordnetsten Allgemeinheit, nur muß es als ein Allgemeingesetz erfaßt werden, das eine Einheit ist von untergeordneten Gesetzen verschiedener Unterordnungen, also ein Gesetz der Trennung ins Entgegengesetzte, welche eine Vereinigung der Entgegengesetzten mit Anderen ist, und der Vereinignng dieses Vereinigten, Ausgeglichenen, was eine Trennung von Anderen ist; welches eine Einheit ist, von solchen untergeordneten Trennungen und Vereinigungen verschiedener Unterordnungen.

Die Vereinigung muß aber auf die oben entwickelte Art als das sich Aufheben und Ausgleichen des relativ entgegengesetzten Allgemeinen begriffen werden, und die Trennung als das Herausgehen aus dem Aufgehobensein.

Das Aufheben des Allgemeinen ist aber selbst das Herausgehen aus dem Aufgehobensein seines Untergeordneten, welches Herausgehen aus dem Aufgehobensein wiederum ein sich Aufheben desselben und Ausgleichen zum Allgemeinen ist, woraus ersichtlich ist: daß alles Entstehen und Vergehen das sich Aufheben des relativ Entgegengesetzten ist u. z. nach dem Gesetze: Relativ Entgegengesetztes hebt sich nach Maß des Entgegensetztseins gegen einander, und tritt nach Maß der Gleichartigkeit als Ausgeglichenes Allgemeines gemeinschaftlich nach Außen auf.

Gehen wir bei dieser Bildung der nacheinanderfolgenden Allgemeinheiten zu einer möglichst höchsten Allgemeinheit über, so ist ihr Entstehen, ebenso wie das Entstehen einer jeden anderen, ein Trennen der vor ihr bestandenen Allgemeinheit durch ihre untergeordneten bis zu den untergeord-

netsten Besonderheiten, was ein durch alle Unterordnungen gehendes Vereinigen der Getrennten mit Anderen ist; und dann wieder eine neue ebenso durch alle Unterordnungen gehende Zurückvereinigung der entstandenen Verbindungen, was zugleich eine solche Trennung von anderen danebenentstehenden ist.

Da diese als möglichst höchste gedachte Allgemeinheit ebenso wiederum vergehen muß, was das Entstehen einer anderen noch allgemeineren ist, so kommt dieses Entstehen von Allgemeinheiten zu keiner allgemeinsten, letzten. Das Nacheinanderwerden und mit ihm zugleich das stets allgemeinere Nebeneinanderwerden geht ohne Ende fort, ist nacheinander-nebeneinanderwerdend unendlich.

§. 8. Nachdem die Gesetze des Entstehens der im Nacheinandersein nacheinanderfolgenden, entstehenden und vergehenden Allgemeinheiten von Besonderheiten entwickelt wurden, schreiten wir zur letzten Vereinigung des Allgemeinen mit dem Besonderen, und des Nacheinanderseins mit dem Nebeneinandersein.

Die nacheinanderseienden, nacheinanderfolgenden, Allgemeinheiten des Nacheinanderseins müssen im Ganzen zugleich nur eine Allgemeinheit des Nacheinanderseins, also nur die Besonderheiten verschiedener Unterordnungen dieser Allgemeinheit sein; — folglich auch die im Nebeneinandersein auseinander entstehenden Allgemeinheiten nur die Besonderheiten verschiedener Unterordnungen dieser höheren Allgemeinheit. Die nacheinander entstehenden Allgemeinheiten sind ebenso für sich, wie sie auch nur für diese Allgemeinheit sind, darum entstehen und vergehen, daß diese Allgemeinheit entstehe und vergehe.

Das Nämliche haben wir schon als Gesetz einer jeden der nacheinander folgenden höheren Allgemeinheiten, welche Besonderheiten verschiedener Unterordnungen in sich fassen, gesehen.

Sowohl das Vergehen jeder vorhergehenden Allgemeinheit, also das Entstehen der Trennung ins Entgegengesetzte, als auch das Vereinigen des entstehenden Entgegengesetzten mit Anderem zu Besonderem, und die Vereinigung dieses vereinigten Besonderen zu Allgemeinem, jede von diesen Entstehungsstufen der Allgemeinheit entsteht für sich durch das Entstehen und Vergehen der Allgemeinheiten verschiedener Unterordnungen, welche sowohl für sich entstehen als auch nicht für sich, sondern darum, daß die entsprechende Stufe des Vergehens der einen und Entstehens der anderen höheren Allgemeinheit entstehe. So entstehen bei der Trennung der vergehenden Allgemeinheit in das Entgegengesetzte, ebenso nacheinanderfolgende Allgemeinheiten von Besonderheiten verschiedener Unterordnungen für sich, wie sie auch nicht für sich entstehen, sondern nur darum, daß die Trennung der Allgemeinheit in ihre Entgegengesetzten geschehe u. s. w.

Auf die nämliche Art muß das im Nebeneinandersein Nacheinanderentstehen unendlich vieler Allgemeinheiten von Besonderheiten als nur Ein Entstehen Einer Allgemeinheit von Besonderheiten betrachtet werden.

Das innere Gesetz dieser absolut gefaßten Allgemeinheit ist also das nämliche wie jeder besonderen, nur ist es ein Allgemeingesetz, das die Einheit ist, von den ihre besonderen Allgemeinheiten der ins Unendliche gehenden Unterordnungen ausdrückenden besonderen Gesetzen.

An dem Entstehen einer jeden Allgemeinheit von Besonderheiten §. 1 III. unterscheiden wir aber folgende besondere Theile:

1. Das Gleichartige und das getrennte Entgegengesetzte u. z.:

a) Der Uebergang des Gleichartigen in Trennung, oder das Entstehen des Getrennten, Entgegengesetzten.

b) Das Entstandensein des getrennten Entgegengesetzten.

c) Das Vergehen des getrennten Entgegengesetzten.

2. Die Einheit des Entgegengesetzten oder das Besondere u. z.:

a) Das Entstehen der Einheit des Entgegengesetzten und das Entstehen des Besonderen.

b) Das Entstandensein des Besonderen.

c) Das Vergehen des Besonderen.

3. Das Allgemeine von Besonderem u. z.:

a) Das Entstehen des Allgemeinen von Besonderem.

b) Das Entstandensein.

c) Das Vergehen.

So muß auch jede möglichst absolut gefaßte Allgemeinheit im Ganzen in diese drei Entstehungsperioden und die in diesen enthaltenen Abschnitte zerfallen.

Jeder von diesen Abschnitten enthält wieder in sich das Entstehen und Vergehen untergeordneter Allgemeinheiten, deren Unterordnungen ins Unendliche gehen.

1. Die absolute Gränze, von der in diesem ganzen Entstehungsprozesse des Allgemeinen von Besonderem herausgegangen werden muß, ist also das absolut Eine, das in sich alle Unterschiede in Einheit aufgehoben enthält.

Dieses absolut Eine geht aus sich selbst in Trennung in das Entgegengesetzte über. Diese Trennung ist zugleich immer Vereinigung mit anderem Entgegengesetzten zu Besonderem und Zurückvereinigung des Entstehenden Besonderen zum Allgemeinen; dann wieder ein Vergehen dieses Allgemeinen, was ein Rückgang zum absolut Einen ist, und zugleich das Entstehen eines anderen Allgemeinen u. s. w. Alles dieses nacheinanderentstehende Besondere und Allgemeine muß aber zugleich in dieser ersten Entstehungsperiode noch das vorwiegende Merkmal der Gleichartigkeit an sich tragen und vorwiegend das Entstehen des Entgegengesetzten sein.

Aus dem Vorhergehenden wissen wir, daß das entstehende Entgegengesetzte, Besondere und Allgemeine, erst mit der größeren Stelle des Nacheinanderseins eine größere Stelle im Nebeneinandersein einnimmt, daß sie also erst allmälig mehre und viele untergeordnete Besonderheiten in sich enthaltende Allgemeinheiten werden.

Das Entstehen des Entgegengesetzten, des Besonderen und des Allgemeinen ist, so lange sie keine viele Besonderheiten in sich einschließende Allgemeinheiten sind, zugleich ihr Vergehen, weil eine entstehende Trennung zugleich eine Vereinigung mit Anderem ist und umgekehrt.

Dieses Verhältniß muß der ersten Entstehungsperiode entsprechen, indem hier weder das entstehende Entgegengesetzte, noch das Besondere und Allgemeine, Allgemeinheiten von vielen untergeordneten Besonderheiten sind.

Die erste Entstehungsperiode muß ein unmittelbarer einfacher Uebergang des Gleichartigen in das Entgegengesetzte, unmittelbare Vereinigung des Entgegengesetzten mit anderem zum Besonderen, der Verbindung der ersten Ordnung, und unmittelbare Vereinigung zur Verbindung der zweiten Ordnung sein.

Das innere Verhältniß des zum Besonderen vereinigten Entgegengesetzten (der Verbindung der 1. Ordnung), wie auch des zum Allgemeinen verbundenen Besonderen (Verbindung der 2. Ordnung), ist hier das nämliche, wie das äußere Verhältniß dieser sich verbindenden Entgegengesetzten oder Besonderen mit Anderem außer dem Besonderen und Allgemeinen bestehenden. Zwischen der inneren Verbindung der Entgegengesetzten und Besonderen in einem Allgemeinen und der äußeren Verbindung derselben mit Anderen, ist kein Unterschied. Es ist die unmittelbarste einfachste Verbindung und Trennung.

Der Unterschied der inneren Verbindung von der äußeren liegt nur im Unterschiede des Maßes des sich Aufhebens, und wechselt darum fortwährend; die Verbindungen der ersten und zweiten Ordnung entstehen und vergehen allsogleich, daß andere entstehen. Das mehr Aufgehobene, Ausgeglichene, erscheint hier wegen der Gleichmäßigkeit der Aufhebung nur als Stetiges; das weniger Ausgeglichene als Diskretes.

Allgemeinheit ist hier nichts mehr als die innere und äußere durch das Aufgehobensein entstehende Stetigkeit; Besonderheit nur Unterschiedensein, Diskretion, Trennung, welche beide wegen fortwährendem vorwiegend sich bildenden neuen Entgegengesetzten und einer immer größeren Trennung des schon vorhandenen, sich nicht hinlänglich im Bestehen erhalten können, fortwährend wechseln so, daß diese Epoche vorwiegend das Entstehen des Entgegengesetzten ist.

2. Dieses gleichmäßige innere und äußere Verhältniß ist eine von der Gleichartigkeit nicht weit entfernte Ungleichheit. Die Abtrennung der

Besonderheiten von einander ist noch verschwindend, und ebenso ihr Bestehen in einander.

Da aber das Bestehende im Allgemeinen ein fortwährendes größeres Heraustrennen des Besonderen und Vereinigung dieses Besonderen zum Allgemeinen ist; so geschieht, zugleich mit dem Entstehen der höheren Allgemeinheit, deren untergeordnete Besonderheiten schon Allgemeinheiten vieler Besonderheiten sind, fortwährend eine Unterbrechung dieses gleichen inneren und äußeren Verhältnisses; es muß fortwährend eine größere Vereinigung des eine Besonderheit bildenden Entgegengesetzten in sich, und eine kleinere mit dem danebenseienden Anderen entstehen. Die zu einer Besonderheit vereinigten in sich schon allgemeinen Entgegengesetzten müssen sich als Ganze vollständiger in sich selbst aufheben, wodurch ihre Aufhebung als ganzer mit Anderen unterbrochen wird. Die Besonderheit muß immer mehr zu einer in sich selbst sich aufhebenden Einheit des Entgegengesetzten werden.

Das zum Besonderen vereinigte Entgegengesetzte tritt nach Maß der Gleichheit nach Außen gegen ein anderes zu ihm theilweise Entgegengesetztes auf. Durch dieses Auftreten nach Außen vergeht die Besonderheit als Einzelnheit, und es entsteht eine Allgemeinheit von Besonderheiten. In der ersten Entstehungsperiode ist die Vereinigung des Ausgeglichenen, Besonderen, ebenso unmittelbar, wie wir dieß bei der Vereinigung des Entgegengesetzten gesehen haben. So wie jene unmittelbare Verbindung fortwährend unterbrochen werden muß, damit eine größere Abtrennung geschehe, also auch diese, was auch aus dem größeren sich in sich Aufheben des Entgegengesetzten folgt.

Insofern also die Besonderheiten zu einer immer mehr in sich selbst sich aufhebenden Ganzheit sich heraustrennen, insofern ist auch das unmittelbare Auftreten nach Außen derselben als Ganzheiten unterbrochen. Die Besonderheit muß bei sich bleiben.

Indem aber jedes Bestehende nur durch Wechselvereinigung und Wechseltrennung mit dem absoluten Allgemeinen durch das zunächst Umgebende entsteht und vergeht; so kann auch dieses mehrherausgetrennte Besondere ohne diese Wechselvereinigung, welche eine Trennung von Anderem ist, und umgekehrt Wechseltrennung, welche Vereinigung mit Anderem ist, nicht bestehen. Diese Wechselvereinigung und Wechseltrennung, bildet ihr Entstehen und Vergehen, sowie das Entstehen und Vergehen von jedem Bestehenden.

Da die Besonderheit nach Außen als Ganzheit nicht auftritt, so muß diese ihre Wechselvereinigung, die Wechseltrennung ist, und Wechseltrennung, die Wechselvereinigung ist, durch ihre untergeordneten Besonderheiten geschehen.

Inwiefern die Besonderheiten durch ihre in sich Verbindung und Abtrennung von Anderem die Einheit, die in der Stetigkeit liegt, unterbrochen haben, insofern muß hier die Zurückvereinigung mit anderem stattfinden.

Das Maß und die Art der Trennung bestimmen das Maß und die Art der Zurückvereinigung. Das gleichmäßige innere und äußere Verhältniß ist unterbrochen, die Besonderheit hat sich zu einer abgeschlossenen Ganzheit in sich abgetrennt, folglich kann die Zurückvereinigung ihrer untergeordneten Besonderheiten mit anderen, nicht einfache Vereinigung im Nebeneinandersein, sondern durch diese Vereinigung eine Aufnahme derselben in sich sein; und ebenso die Trennung eine Ausscheidung aus sich.

Die Wechselvereinigung, welche eine Wechseltrennung ist, und die Wechseltrennung, welche eine Wechselvereinigung ist, ist hier eine fortwährende Aufnahme von anderem außer der Besonderheit Bestehenden, und fortwährende Ausscheidung des Aufgenommenen. Das Aufgenommene wird innerhalb der Besonderheit von derselben aufgehoben, ausgeglichen, in die Form der Besonderheit selbst verwandelt, assimilirt. So lange die Aufnahme über die Ausscheidung, also die Assimilation vorherrscht, ist die Besonderheit im Entstehen begriffen, nimmt daher eine größere Stelle im Nebeneinandersein ein. Bekommt die Ausscheidung über die Aufnahme das Uebergewicht, so ist die Besonderheit im Vergehen begriffen bis sie bei vollständiger in sich Trennung als solche gänzlich aus der Erscheinung tritt.

Indem solche Besonderheiten anstatt der unmittelbaren Vereinigung nach Maß der Ausgleichung mit anderen nebengeordneten Besonderheiten zu einer höheren Allgemeinheit das Ausgeglichene aus sich heraustrennen, so sind die auf diese Art entstandenen Allgemeinheiten vornehmlich nur ein Nebeneinandersein von Besonderheiten, jede von ihnen ist eine Ganzheit für sich, ihre Verbindung zum Allgemeinen ist verschwindend.

Eine Besonderheit der zweiten Entstehungsperiode ist schon eine Allgemeinheit von untergeordneten Besonderheiten, die durch Vereinigung der ursprünglich Besonderen und ihrer Verbindungen besteht. Diese untergeordneten Besonderheiten müssen schon den Charakter ihrer Entstehungsperiode an sich tragen, sie müssen also nebeneinanderseiende Ganzheiten sein, welche durch Aufnahme von untergeordnetsten Besonderheiten, denen sie durch Ausgleichung ihre Vereinigungsform geben, entstehen und hierauf vergehen, daß andere und die übergeordnete Allgemeinheit entstehe.

Dieß ist die zweite Entstehungsperiode, das Entgegengesetzte verschwindet, weil die Vereinigung desselben zum Besonderen vorwiegt. Die Vereinigung zum Allgemeinen verschwindet, weil die Besonderheiten das in sich Ausgeglichene als eine in sich vereinigte sich in sich aufhebende Besonderheit aus sich herausgeben; das, was vorzüglich besteht, ist das Besondere.

Der Begriff einer solchen Besonderheit ist das Werden der vollständigen sich in sich aufhebenden Einheit des Entgegengesetzten, welche bei der Ausgleichung bei sich bleibt und das Ausgeglichene aus sich herausgibt.

3. Die noch nicht vollständige Trennung der Besonderheiten dieser Periode liegt darin, daß die Besonderheit bei sich bleibend und nach Außen zur Ausgleichung mit anderen solchen Besonderheiten mit ihrer Ganzheit nicht auftretend, an die von ihr eingenommene Stelle des Nebeneinanderseins gebunden ist.

Die dritte Entstehungsperiode fordert, die Allgemeinheit der Besonderheiten, also daß die Besonderheiten eben nach Außen auftreten, damit sie mit Anderen sich ausgleichend zur Allgemeinheit werden.

Die also in sich selbst sich aufhebenden Besonderheiten treten aus ihrer Stelle des Nebeneinanderseins aus, um sich mit anderen auszugleichen.

Das Besondere tritt also als Ganzes aus sich selbst heraus, um sich mit Anderem ausgleichend, mit demselben zum Allgemeinen, zum gemeinschaftlichen Auftreten nach Außen zu verbinden. Die Besonderheit war in der zweiten Entwickelungsperiode an eine Stelle im Nebeneinandersein gebunden, und darum von der Stetigkeit nicht vollständig herausgetrennt, herausgeworfen.

Indem sie in dieser Entwickelungsperiode als Ganzheit an eine Stelle des Nebeneinanderseins nicht gebunden wird, sondern aus derselben heraustritt, vervollständigt sich erstens die Austrennung derselben aus der Stetigkeit, die Befreiung aus der unmittelbaren Verbindung, gänzliche Unterbrechung der Unmittelbarkeit mit dem außer ihr Seienden, und zweitens die gänzliche Vereinigung in sich zur Ganzheit, zu einem sich in sich Aufheben (einer sich in sich Bewegung), das zugleich das Auftreten derselben (Bewegung) nach Außen ist.

Indem hier das sich in sich Aufheben (sich in sich Bewegung) zugleich ein Auftreten der Besonderheit als Ganzheit nach Außen ist, so ist es von einem solchen sich in sich Aufheben einer Besonderheit der zweiten Entstehungsperiode wesentlich unterschieden.

Das sich in sich Aufheben (sich in sich Bewegung) konzentrirt sich fortwährend zur Einheit des Auftretens der Besonderheit als Ganzheit nach Außen, oder die Besonderheit tritt aus sich selbst durch das innere sich in sich Aufheben (die innere sich in sich Bewegung) als Ganzheit nach Außen auf.

Die Folge der größeren Heraustrennung der Besonderheit aus der absoluten Allgemeinheit, der Unterbrechung der unmittelbaren Verbindung, ist also eine größere Vereinigung derselben in sich, in ihren untergeordneten Theilen, und eine größere Zurückvereinigung als Ganzheit mit der absoluten Allgemeinheit, aus der sie herausgetrennt ist, durch die umgebenden Besonderheiten, u. z. darum, weil jede Trennung zugleich eine entsprechende Vereinigung sein muß.

Die Besonderheiten der zweiten Entstehungsperiode sind aus der absoluten Allgemeinheit zur vollständigen Selbstständigkeit noch nicht herausgetrennt worden, sind zur vollständigen Selbstständigkeit noch nicht gekommen.

Ihnen entspricht das vorwiegende sich in sich Aufheben, das noch kein Auftreten als Ganzheit nach Außen ist, was ein Gebundensein an eine Stelle im Nebeneinandersein und das Verbleiben in der unmittelbaren Verbindung mit der Allgemeinheit durch die danebenseienden untergeordneten Besonderheiten ist.

So an ihren Stellen im Nebeneinandersein gebunden, erscheinen sie vorwiegend als nebeneinanderseiend jede für sich selbstständig als Ganzheit, und dieses Verhältniß des selbstständigen Bestehens ist ebenso im Ganzen wie auch in ihren untergeordneten Theilen; jeder Theil für sich eine Ganzheit.

Sie können ihre Selbstständigkeit als Ganzheiten gegen einander nicht aufgeben, weil sie zu einer solchen Selbstständigkeit noch nicht gekommen sind, als Ganzheiten sich aufhebend nach Außen nicht auftreten, und all' ihr Entstehen und Vergehen durch Aufnahme von untergeordneten Besonderheiten, Aufheben derselben innerhalb ihrer selbst und Ausscheidung geschieht.

Dieses innere und äußere Verhältniß eines Nebeneinanderbestehens als Ganzheiten hört nun in den Besonderheiten der dritten Entstehungsperiode in Folge weiterer Unterbrechung der Unmittelbarkeit, weiteren Heraustrennung aus der absoluten Allgemeinheit, die zugleich eine größere Vereinigung der herausgetrennten Besonderheiten in sich und größere Zurückvereinigung als Ganzheiten mit der absoluten Allgemeinheit durch die Besonderheiten ist, auf.

Die Besonderheiten werden sowohl in sich, wie auch durch ihr sich gegenseitiges sich Aufheben als Ganzer mit einander, zu Allgemeinheiten von Besonderheiten. Die besonderen Theile einer Allgemeinheit hören zum Theile auf Ganzheiten für sich zu sein, sie werden Organe des Ganzen, das Ganze ein vollständiger Organismus. Ebenso geben sie durch das sich gegenseitige Aufheben als Ganzheiten ihre Selbstständigkeit fortwährend auf, und schreiten zur immermehr organischen Verbindung mit einander fort. Inwiefern die Besonderheiten dieser Entstehungsperiode sich mehr als jene der vorhergehenden aus der Unmittelbarkeit herausgetrennt und zu selbstständigen Ganzheiten in sich verbunden haben, insofern müssen sie auch diese Selbstständigkeit durch die fortwährende Zurückvereinigung aufgeben.

Das Auftreten aber nach Außen der Besonderheit, die in sich schon Einheit des Entgegengesetzten ist, um sich mit einer anderen solchen Besonderheit zur Allgemeinheit zu verbinden, ist, insofern dieses nicht wieder ein gemeinschaftliches Auftreten nach Außen zu einer weiteren höheren Verbindung ist, nach §. 4 zugleich eine Trennung derselben in die untergeordnetsten Entgegengesetzten; folglich geschieht auch diese Trennung hier. Die ursprünglichen Entgegengesetzten (das Männliche und Weibliche) erscheinen hier in Trennung von einander. Jedes von ihnen ist besonders eine durch sich in sich Aufheben als Ganzheit nach Außen auftretende Allgemeinheit

von Besonderheiten, und sie treten zu ihrem gegenseitigen sich Aufheben als Ganzheiten aus sich heraus.

Der Begriff einer Besonderheit der dritten Entstehungsperiode ist daher das Werden des vollständigen sich in sich Aufhebens der untergeordneten Besonderheiten zur Einheit (Allgemeinheit), das zugleich ein Auftreten derselben als Ganzheit nach Außen ist. Dieß sind die drei Entwickelungsperioden des Bestehenden.

Da aber jedes Entstehen durch das Vergehen, Rückgang zum Ursprünglichen, geschieht, so ist in jeder nachfolgenden Entstehungsperiode auch jede vorhergehende vorhanden, so wie auch jede Besonderheit der nachfolgenden Entstehungsperiode die vorhergehenden in sich vereinigt.*)

§. 9. Damit haben wir die Vereinigung des Begriffes des Allgemeinen von Besonderem des Nacheinanderseins mit jenem des Nebeneinanderseins durchgeführt, also den Allgemeinbegriff erhalten. Jeder mögliche Begriff, jede mögliche Aussage ist nur ein in diesem allgemeinen Begriffe enthaltener besonderer Begriff, der durch die Analyse dieses Allgemeinbegriffes sich herleiten läßt.

Indem hier der subjektive Begriff in der Einheit mit dem objektiven durchgeführt wurde, so ist dieser Begriff zugleich das Objektive selbst.

In diesem Allgemeinbegriff sind dem hauptsächlichsten nach die Fragen gelöst: 1. woraus Alles entsteht, 2. was eigentlich entsteht, und 3. wie es entsteht.

1. Das, woraus Alles entsteht, zeigt sich nämlich als das absolut in sich Gleiche, Eine, das aber allen Unterschied in sich hat.

---

*) Aus dieser Entwickelung ist ersichtlich, daß die erste Periode das Entstehen der unorganischen Naturprodukte, die zweite das Entstehen des Pflanzen- und die dritte des Thierreiches ist, was im nachfolgenden Abschnitte mit Bezug auf das sinnliche Erscheinen derselben entwickelt wird.

Den nämlichen Entwickelungsgang geht die Weltgeschichte.

Die erste Periode entspricht dem Gleichartigen und der in sich Trennung desselben in das Entgegensetzte. Die zweite der Einheit (Vermittlung) des Entgegengesetzten, dem sich in sich Aufheben des Entgegengesetzten zur Einheit, das kein Auftreten nach Außen ist. Sich in sich Reflektiren, sich auf sich Beziehen und Zurückziehen auf sich selbst. Die dritte dem Allgemeinen von Besonderem, dem sich in sich Aufheben der untergeordneten Besonderheiten zur Einheit, Allgemeinheit, das zugleich ein Auftreten als Ganzes nach Außen ist. Die Organisation in ihrer Vollendung.

Jede von diesen Epochen zerfällt nach den drei Begriffen des Entstehens, Entstandenseins und Vergehens in drei besondere Abschnitte. In diesem Zusammenfallen des Grundbegriffs der Natur- und der Menschengeschichte ist aber keineswegs die Identifizirung der beiden ausgesprochen, und noch weniger die Freiheit des Menschen negirt, weil diese in ihrer Vollständigkeit eben in dieser Fähigkeit einer vollständigen geschichtlichen Entwickelung der Menschheit liegt; — sie ist hier eben ausgesprochen.

Als solches absolut Gleiche, Eine, ist es die Gränze von der herausgegangen werden muß; es ist der absolute Anfang des Entstehens des Besonderen, der Anfang alles Nacheinander-Nebeneinanderseins. Wie dieses Nacheinander-Nebeneinandersein ohne Gränze, unendlich ist, so ist dieser Anfang unendlich, ewig hinausgeschoben.

2. Das was entsteht ist die immerwährende größere Heraustrennung des Besonderen und dessen Einheit. Das Ursprüngliche ist das absolut Eine, solches hat keinen Unterschied in sich, von ihm kann nichts gesprochen werden. Das was immer entsteht, ist das Getrennte, Besondere, und dessen Einheit; also nicht Trennung allein, sondern Trennung und Vereinigung zugleich. Inwiefern eine Trennung des Gleichartigen in das Besondere entsteht, insofern entsteht eine Vereinigung desselben durch Wechselbeziehung zu Einem.

Je weniger sich Etwas vom Gleichartigen entfernt hat, desto geringere Trennung ist in ihm, desto größer also noch diejenige Einheit, die in der Gleichartigkeit selbst liegt. Was es an dieser Einheit verloren hat durch erfolgte Trennung, ergänzt sich durch die andere Art der Einheit, durch die Einheit des Getrennten. Je mehr sich etwas von der Gleichartigkeit entfernte, desto weniger hat es diese Art der Einheit behalten; aber nach Maß des Verlustes derselben, entstand die andere Art der Einheit, nämlich die dem herausgetrennten Besonderen entsprechende Einheit. An der Einheit geht also nichts verloren, den es verändert sich nur die Art derselben,

Die ganze Entwickelung der Einheit des Besonderen bildet im Ganzen eine Einheit, eine nacheinander-nebeneinanderseiende Allgemeinheit von einer unendlichen Reihe der untergeordneten Allgemeinheiten bis zum Concretesten.

Diese ganze Einheit ist nacheinander-nebeneinanderseiend unbegränzt, hat keinen Anfang und kein Ende — ist unendlich, ewig.

3. Die Art, wie diese Heraustrennung der Allgemeinheit von Besonderheiten geschieht, ist Trennung, welche Vereinigung ist und Vereinigung, welche Trennung ist, was ein immerwährender Uebergang des Gleichartigen, Einen, in das Besondere, Vereinigung des Besonderen und Rückgang desselben zum Gleichartigen, Einen ist.

Dieß ist das Gesetz des Entstehens und Vergehens. Durch die Trennung und Verbindung entsteht alles so wie es ist — die Trennungen und Verbindungen machen alles zu dem was es ist.

Alle Trennungen und Verbindungen sind auch zusammen eine Trennung und Verbindung, die in sich untergeordnete Trennungen und Verbindungen in den unendlichen Unterordnungen hat. Alle Gesetze des Entstehens bilden also zugleich ein Gesetz, ein Allgemeingesetz der Trennung, welche Vereinigung ist und der Vereinigung, welche Trennung ist, welches eine

Einheit, ist von unendlichen untergeordneten Gesetzen dieser Trennung und Vereinigung.

Es ist im Ganzen ein einziges allgemeines über alle Grenzen des Neben- und Nacheinanderseins hinausreichendes unendliches, ewiges Gesetz, welches besondere untergeordnete Gesetze, in der unendlichen Reihe der Unterordnung in sich faßt.

Das absolut allgemeine Bestehende ist ein ewiges Herausgehen aus dem absoluten ewigen Einen, einer ewigen vor und über alles Nach- und Nebeneinandersein bestehenden allgemeinen Einheit von Besonderem durch das ewige allgemeine Gesetz der Vereinigung und Trennung.*)

Dieses absolut Allgemeine ist nicht im Nacheinandersein und Nebeneinandersein, das Nacheinander-Nebeneinanderseiende ist in ihm, es ist ein Besonderes in diesem Allgemeinen, das entsteht und vergeht.

Unter der Aussage, daß jedes Besondere eine Allgemeinheit von untergeordneten Besonderheiten, und eine Besonderheit einer höheren Allgemeinheit im Neben- und Nacheinandersein ist, ist nicht dieses zu verstehen, daß alles äußerlich so einander gleich und ungleich erscheint, daß es sich in Form des Allgemeinen von Besonderem fassen, also sich klassifiziren läßt, sondern lebendig, nämlich, daß Jedes, das sich als Besonderes fassen läßt; andere Besonderheiten in sich enthält, welche nach Maß ihres Entgegengesetztseins und des Ueberschußes desselben über ein anderes Entgegengesetztsein mit einander in einer Ausgleichung begriffen sind, nach Maß dieser

---

*) Mit diesem Begriffe stoßen wir an den Begriff des Absoluten; an den Begriff Gottes.

Dieses Werk ist der Untersuchung dieses Begriffes nicht gewidmet, es hat nur mit der Untersuchung des Verhältnisses der Besonderheiten zu einander, also ihres Entstehens und Vergehens zu thun.

Wollte man aus diesem Allgemeinbegriffe des Bestehenden auf den Begriff Gottes übergehen, so müßte man von jenem Begriffe erst einen Rückschluß auf diesen Begriff machen, denn der hier entwickelte Allgemeinbegriff behandelt nur das Verhältniß der Besonderheiten zu einander, er ist den Besonderheiten zugekehrt, nicht aber der absoluten Allgemeinheit Gott, und seinem inneren Verhältnisse zu sich selbst. Inwiefern dieser Rückschluß, und überhaupt jede Einsicht in den Begriff Gottes aus dem entwickelten Allgemeinbegriffe möglich ist, überlasse ich meinen späteren Forschungen.

Verwahren muß ich mich nur gegen die Ansicht, daß aus diesem Systeme die Identifizirung der Erscheinungswelt mit Gott folgt. Es ist 1. bis jetzt die Erscheinungswelt nicht gegeben worden, sondern nur der Allgemeinbegriff, der derselben zu Grunde liegt.

Was die Erscheinungswelt ist, und wodurch sie sich von dem entwickelten Allgemeinbegriffe unterscheidet, wird erst im nachfolgenden Abschnitte behandelt werden.

Zweitens kann auch die Identifizirung des hier entwickelten reinen Allgemeinbegriffes mit Gott, aus oben bemerktem Grunde, daß der hier entwickelte Allgemeinbegriff dem Besonderen zugewendet ist, das Verhältniß des Besonderen zu einander bespricht, nicht geschehen.

Ausgleichung vereinigt als ein einzelnes Besonderes nach Außen auftreten; und nach Maß der besonderen Ausgleichungen mit anderen außer der obigen ganzen Besonderheit liegenden untergeordneten Besonderheiten, in Bezug auf die obige Besonderheit in Trennung, frei bleiben.

Dieses Ausgleichen ist der Grund, daß das Gleiche und Ungleiche auf diese Art in der Erscheinungswelt auftritt, daß es in Form von Allgemeinem und Besonderem in der unendlichen Ueber- und Unterordnung gesammelt werden kann. Man kann es getrennt nur im Nebeneinandersein oder Nacheinandersein allein nach Ausgeglichenem, Gleichem, zu Einem sammeln, und nach Unausgeglichenem, Ungleichem, zu Vielen trennen; es ist der Grund, daß es sich uns selbst auf diese Art sammelt und trennt.

Jedes Besondere geschieht durch das Allgemeine jeder also auch der höchsten Ueberordnung, wie auch umgekehrt das Allgemeine selbst durch das untergeordnete Besondere jeder Unterordnung geschieht; oder jedes geschieht durch die allgemeine Wechselbeziehung zwischen dem Besonderem und Allgemeinen.

Die Form dieser Wechselbeziehung ist die Vereinigung, welche Trennung von anderem ist, und Trennung, welche Vereinigung mit anderem ist (Aufheben und Herausgehen aus dem Aufgehobensein), u. z. eine allgemeine Vereinigung, welche eine Trennung ist, die zugleich eine Einheit ist, von untergeordneten Vereinigungen und Trennungen jeder Unterordnung.

Geht man von den untergeordnetsten Verbindungen und Trennungen heraus und läßt alle übergeordneten unberücksichtigt, so erscheint diese Wechselbeziehung nur in nacheinander-nebeneinanderwerdenden einzelnen Verbindungen, welche Trennungen von Anderem sind, und Trennungen, welche Verbindungen mit Anderem sind, und dadurch das Entstehen und Vergehen von einzelnen Besonderheiten nebeneinander. Nichts erscheint da in einem anderen, sondern jedes neben dem anderen.

Ebenso kann man von den Verbindungen und Trennungen beliebiger mittlerer Ordnung herausgehen. Diese sind schon Einheiten von anderen untergeordneten Verbindungen und Trennungen, welche letztere nicht mehr als für sich geschehend erscheinen, sondern nur darum, daß durch sie die übergeordneten Verbiudungen und Trennungen, die übergeordneten Besonderheiten entstehen. Alle Unterordnungen geschehen zugleich und alle sind auf gleiche Weise objektiv wirklich.

Nimmt man etwas nur nach seinem allgemeinsten inneren und äußeren Unterschiede, durch dessen Ausgleichung es zu einem allgemeinen in sich ausgeglichenen und nach Außen als eine Einheit auftretenden Ganzen wird, indem man die untergeordneten Unterschiede unberücksichtigt; so nimmt man es nur als gewisses Eines. Das, wornach das Besprochene genommen wurde, erscheint als dasselbe zu dem machend, was es ist. Man nennt es in Bezug auf das Genommene das Wesentliche desselben, das Umgangene,

Unberücksichtigte, oder die untergeordneten sich ausgleichenden Unterschiede, das Unwesentliche.

Die durch die unberücksichtigten sich ausgleichenden Unterschiede entstehenden Einheiten sind aber wiederum Allgemeinheiten von untergeordneten Besonderheiten. Dieser Unterschied und das durch dessen Ausgleichung entstehende Gleiche ist also wiederum in Bezug auf diese Allgemeinheit das Wesentliche derselben, während das Untergeordnete das Unwesentliche ist u. s. w.

Das Wesentliche also in Bezug auf Etwas ist in Bezug auf ein anderes unwesentlich.

Jede Veränderung geschieht durch Vereinigung, welche Trennung ist, und Trennung, welche Vereinigung ist.

Ein absolut Einzelnes, das keine Einheit ist von einem Getrennten, ist also nicht im Stande von selbst sich zu ändern oder ein anderes hervorzubringen. Alle Veränderung geschieht durch Wechselwirkung.

Hier ist aber nicht der reine Begriff der auf einander Wirkung von zweien oder mehren, es ist in ihm zugleich der Begriff enthalten, warum dieselben auf einander wirken, und was das Resultat dieser auf einander Wirkung ist.

Sie treten nämlich in Wechselwirkung als Entgegengesetzte, welche sich vereinigen müssen, und das Resultat ist die Vereinigung. Die Entgegengesetzten heben sich nach Maß ihres Entgegengesetztseins auf, und werden ein Gleichartiges, Mittleres.

Nimmt man das Entstandene im Verhältnisse zu dem, woraus es unmittelbar entstanden ist, ohne Rücksicht auf die obige Art des Entstehens, und dabei das letzte als hinlänglichen Grund des ersteren, so sagt man, daß das eine durch das andere entstanden ist; das eine ist die Ursache des anderen, das andere dessen Wirkung.

Der Begriff der Ursache und Wirkung ist also unvollständig, indem hier die Art, wie etwas entsteht nicht erklärt wird, wie auch der absolute Grund von Allem die absolute Allgemeinheit selbst ist, und jener nur der unmittelbare.

Nimmt man Etwas nur von der Seite, daß es etwas Anderes ist von dem was war, ohne jede andere Seite des Entstehens des Anderen zu berücksichtigen, so nimmt man nur den reinen Begriff der Veränderung. Dieser Begriff also aus dem nämlichen Grunde wie der vorige unvollständig.

Jedes ist ein Allgemeines, hat diese Bedeutung, daß es die Einheit ist von Besonderheiten, welche nach Maß des Entgegengesetztseins entweder mit einander sich aufhebend, gegenseitig sich ausgleichen, ein Gleiches, Stetiges, werden, oder mit Anderen sich aufhebend in Trennung, Diskretes, übergehen.

Dieses Wechselverhältniß der Besonderheiten der Allgemeinheit mit anderen ist der Grund aller Veränderung der Allgemeinheit.

Indem man also einer Allgemeinheit, einem als Ausgeglichenes, Stetiges, Erscheinenden, dieses innere und äußere Verhältniß ihrer Besonderheiten benimmt, so benimmt man derselben allen Grund der inneren Veränderung.

Der Begriff eines absolut Stetigen ist also ebenfalls ein unvollständiger, dem keine Wirklichkeit entspricht.

Ebenso hat die Aussage: „jedes ist ein Besonderes“ diese Bedeutung, daß es ein getrenntes Ganzes ist, das in einem Verhältnisse des Entgegengesetztseins und der Gleichheit zu anderem Besonderen steht, nach Maß des Entgegengesetztseins mit Anderem sich aufhebend ausgleicht, und nach Maß der Gleichheit als Ausgeglichenes mit einem solchen ausgeglichenen Anderen im obigen Verhältnisse sich befindet.

Benimmt man den Besonderheiten dieses Verhältniß des relativen Entgegengesetztseins, so benimmt man ihnen jedes Verhältniß zu einander. Sie stehen damals als abgeschlossene Einzelnheiten neben einander, und können, da sie auf einander keinen Einfluß üben, keine Quelle der Veränderung sein.

Der Begriff solcher Einzelnheiten ist also ebenfalls unvollständig, und nicht objektiv.*)

---

*) Bis jetzt ist in den Systemen der Wissenschaften von dem Begriffe der Einzelnheiten herausgegangen worden, so z. B. Atomen, Molekulen, Körpern 2c. — Da aber die Erfahrung diese in einem Wechselverhältnisse zu einander zeigte, und namentlich ein immerwährendes Aneinandernähern und Auseinandergehen also Vereinigen und Trennen derselben, eine immerwährende Bewegung nachwies, mußten den verschiedenen Arten der Bewegungen, entsprechende bewegende Eigenschaften oder Kräfte beigegeben werden, — so chemische Kräfte — Molekular-Anziehungs- und Abstoßungskräfte, elektrische, Wärmekräfte, Schwere, in dem Pflanzen- und Thierleben verschiedene physiologische Kräfte u. s. w.

Man ging also nur aus dem Begriffe der Einzelnheiten heraus, konstruirte sie aber auf synthetische Art zu Besonderheiten, indem man ihnen trennende und vereinigende Eigenschaften hinzugab.

Der Unterschied unseres Systems besteht also nur darin, daß wir schon im Voraus den Besonderheiten die vereinigende und trennende Wechselbeziehung als inhärent nachweisen.

Eben so müssen die in der Erfahrung erscheinenden verschiedenen Bewegungsarten, zu deren Erklärung man zur Adoption verschiedener Kräfte Zuflucht nimmt, aus der Grundidee sich entwickeln lassen, und die Adoption der Kräfte überflüßig machen.

In Folge Herausgehens von den Einzelheiten und nothwendiger Adoption der Kräfte, um ihre Bewegung (Vereinigung und Trennung) zu erklären, bestand in den Wissenschaften der Dualismus des Trägen, Unbeweglichen, der Materie, und des Bewegenden, der Kraft.

Begriffen hat man also nicht damals etwas, wenn man es nach den äußeren Merkmalen von andern unterschieden oder getrennt hat, sondern wenn man erkannt hat, durch was für Besonderheiten und was für eine Art der Ausgleichung, etwas nach Innen und Außen sich aufhebend entsteht und vergeht.

Indem aber, wegen Wechselbeziehung zwischen dem Besonderen und Allgemeinen, das Entstehen und Vergehen einer beliebigen Besonderheit durch die ganze absolute Allgemeinheit geschieht. so hat man etwas begriffen, wenn man dessen nothwendiges Entstehen und Vergehen in der absoluten Allgemeinheit, in dem absoluten Entstehen und Vergehen der ganzen Allgemeinheit erkannt hat.

Der Begriff also von einem jeden Besonderen kann nur geschichtlich gegeben werden, und die Wissenschaft im Allgemeinen muß eine Geschichte

---

Dieser Dualismus ist in allen Wissenschaften verbreitet und die Lösung desselben auf dem vorigen Standpunkt unmöglich.

Hier sehen wir, daß in dem Begriffe der Besonderheit, als einer nothwendig in Trennung und Vereinigung begriffenen Ganzheit, die vollkommene Einheit des Beweglichen und Bewegenden stattfindet.

Der vorige Dualismus besteht hier nicht mehr.

Derselbe Dualismus bestand allgemein in dem Begriffe der Ursache und ihrer Wirkung.

In diesem Begriffe war auch ein unausfüllbarer Gegensatz, der auf dem vorigen Standpunkte nicht zu lösen war. — So wie die Kraft was Anders als die Materie, so war die Ursache was Anders als die Wirkung.

In dem Begriffe der Wechselwirkung ist diese Kluft ausgefüllt, diese Frage gelöst. — Das, was entsteht, ist das Nämliche, was vor dem Entstehen war, nur anders aufgehoben, anders vereinigt oder getrennt.

Es war nicht bekannt, wie die Ursache wirkt, so konnte man auch nicht im Vorhinein wissen, was sie hervorbringen soll. — Man mußte rückgängig verfahren, — die Wirkung mußte früher gesehen werden, und aus ihr wurde erst auf die Ursache und ihre Qualität geschlossen. — Was die Ursache ist, wurde erst aus der Wirkung festgestellt, der Begriff derselben sowol im Allgemeinen als Besonderen durch ihre Wirkung gegeben.

Traten nun ähnliche Erscheinungen hervor, so schloß man auf eine ähnliche hinter diesen steckende Ursache oder Kraft zurück. — Also wiederum der Rückgang. — Der einzige Vortheil war dieser, daß man aus einigen Erscheinungen schon die hinter denselben steckende Ursache errieth, und aus derselben auf die übrigen Wirkungen schloß. — Dieser Schluß war aber nichts Anders, als der Schluß aus dem Einzelnen auf das Allgemeine, daß man durch Erfahrung mit dem besprochenen Einzelnen zusammenerscheinend erkannte.

Es ist aber einleuchtend, daß man aus diesem Begriffe die systematische Entwickelung der Erscheinungswelt keineswegs vornehmen konnte.

So erscheinen also in dieser Entwickelung die wichtigsten bisher in den Wissenschaften vorkommenden und auf dem vorigen Standpunkte nicht zu lösenden Gegensätze: der subjektiven Erkenntniß und des Objektiven, des Nacheinander und Nebeneinanderseins (Zeit und Raum), des Allgemeinen und Besonderen, des Unvergänglichen und des Vergänglichen — der Kraft und Materie, Ursache und Wirkung, gelöst.

sein. Es muß von dem Gleichartigen, das die Einheit aller Unterschiede ist, als Grenze, und dem Entstehen der untergeordnetsten Unterschiede, also der untergeordnetsten unterschiedenen Besonderheiten, herausgegangen, und durch das allgemeine Gesetz der Vereinigung und Trennung die Bildung eines immer höheren Allgemeinen, in welchem das Besondere sich immer mehr heraustrennt, daher auch jene Art der Vereinigung, welche der größeren Heraustrennung des Besonderen entspricht, immer mehr zunimmt, entwickelt werden.

Diese Entwickelung muß aber ganz objektiv d. i. mit der Erscheinung ganz übereinstimmend, erfahrungsgemäß, wo der Allgemeinbegriff nur den ordnenden Gedanken der Erfahrung gibt, geschehen.

Uebertragung des Allgemeinbegriffes auf sinnliche Formen.

§. 10. Das Verhältniß einer jeden Besonderheit zur absoluten Allgemeinheit ist die Wechselbeziehung der Besonderheit mit der Allgemeinheit durch die zunächst liegenden untergeordneten Besonderheiten, also Wechselvereinigung der Besonderheit mit den zunächst liegenden, was eine Trennung derselben von anderen und der absoluten Allgemeinheit ist, und Wechseltrennung der Besonderheit von anderen, was eine Vereinigung derselben mit anderen und der Allgemeinheit ist.

Der Mensch, als eine Besonderheit der absoluten Allgemeinheit, steht also in einer Wechselbeziehung mit der Allgemeinheit und zwar mittelbar durch die ihm zunächst liegenden Besonderheiten. Er vereinigt sich also immer durch die ihm zunächst liegenden Besonderheiten mit der ganzen Allgemeinheit, was eine Trennung dieser Besonderheiten von der Allgemeinheit ist, und trennt sich auch durch die zunächst liegenden Besonderheiten von der Allgemeinheit, was eine Vereinigung dieser Besonderheiten mit der Allgemeinheit ist. Beide, die Vereinigung, welche Trennung ist, und die Trennung, welche Vereinigung ist, geschehen zugleich.

Diese Wechselbeziehung macht sein Entstehen und Vergehen aus, sie ist das eigentliche Leben des Menschen, sein ganzer Inhalt.

Der Mensch ist keine absolute Besonderheit, sondern eine nacheinander-nebeneinanderseiende und zwar eine auf der höchsten Stufe der Vereinigung in sich, also Heraustrennung aus dem Stetigen, Einen, stehende Allgemeinheit.

Der Ausdruck, der Mensch sei eine nacheinander-nebeneinanderseiende Allgemeinheit, bedeutet, daß sein Bestehen eine Einheit ist einer Vereinigung, welche Trennung, und einer Trennung, welche Vereinigung ist, die eine seiner ganzen Stelle des Nacheinander- und Nebeneinanderseins entsprechende Allgemeinheit ist, von immerwährend nacheinanderfolgenden Vereinigungen und Trennungen mit der absoluten Allgemeinheit durch die ihr zunächst liegenden untergeordneten Besonderheiten.

Indem der Mensch auf der höchsten Stufe der Heraustrennung aus dem absoluten Allgemeinen ist, so geschieht in ihm ein vollständiges sich in sich Aufheben seiner untergeordneten Besonderheiten zur Einheit, das zugleich sein Auftreten als Ganzheit nach Außen ist.

Die größere Heraustrennung aus dem absoluten Allgemeinen, und Vereinigung in sich ist die größere innere Concentration zur nacheinander-nebeneinanderseienden Einheit, zu einem Individuum, das als Ganzheit nach Außen auftritt. Wärend seine untergeordneten Besonderheiten einerseits mit der Allgemeinheit, durch deren untergeordnete Besonderheiten in einer vereinigenden und trennenden Verbindung stehen, so sind sie anderseits so insich vereinigt, so concentrirt, als wenn im ganzen keine Theile wären, sondern nur das ungetheilte Eine.

Die Veränderung durch Wechselvereinigung und Wechseltrennung der Besonderheiten concentrirt sich so zu Einem, als wenn das Individuum nicht mittelbar durch seine Besonderheiten, sondern unmittelbar verändert würde. — Die Wechselvereinigung und Wechseltrennung geschieht also durch das Individuum, das Individuum hat es gleichsam auf sich übernommen. Der Einfluß auf einen Theil des Individuums ist daher strenger als bei allen anderen Allgemeinheiten Einfluß auf das ganze Individuum, das Individuum übernimmt es auf sich, die Zurückwirkung geschieht auch durch Besonderheiten, geht aber ebenfalls vom ganzen Individuum heraus.

Diese größte Concentration zu Einem und größte Abtrennung vom Anderen ist der Grundcharakter der zur höchsten Stufe herausgetrennten Besonderheiten. Das Aufnehmen concentrirt sich immer zur Einheit, und das Zurückgeben, Abtrennen, geht immer aus der Einheit heraus, und beide geschehen zugleich.

Da die absolute Allgemeinheit eine Einheit unendlich vieler verschiedener Besonderheiten ist, so ist auch ihre Wechselwirkung mit der Besonderheit, also auch der Inhalt der letzteren, eine Einheit von unendlich vielen besonderen Wirkungen.

Indem durch diese Wechselwirkung die Besonderheit, respective der Mensch entsteht und vergeht, so zerfällt die unendliche Allgemeinheit der besonderen Wirkungen, die seinen Inhalt bilden, in solche, welche das Entstehen des Individuums bewirken, also das Bestehen fördern, und solche, welche das Vergehen bewirken, also das Bestehen stören.

Abstrahiren wir von den durch diese Wechselvereinigung, welche zugleich eine Trennung ist, und Wechseltrennung, welche zugleich eine Vereinigung ist, bewirkten wirklichen Veränderungen des Menschen.

Der Mensch concentrirt diese fördernden und störenden Einwirkungen immer in eine Einheit, — alle besonderen mit seinen nebeneinanderseienden Theilen nacheindergeschehenden Wechselvereinigungen und Trennungen nimmt er in eine Einheit auf. —

Dieses Aufnehmen der besonderen Einwirkungen, Wechselvereinigungen und Wechseltrennungen, in eine Einheit ist, wenn man die dadurch entstehenden Veränderungen unberücksichtigt läßt, das Empfinden derselben (im weiteren Sinne des Wortes).

Der Mensch empfindet sich in seiner Ganzheit und seinen nacheinander-nebeneinanderseienden, also sich verändernden, Besonderheiten, wie auch in seiner Abtrennung von der Allgemeinheit, und inwiefern diese Wechselbeziehung das Bestehen desselben fördert oder stört, sind seine Empfindungen angenehm oder unangenehm.

Als durch Wechselwirkung entstanden, ist also der Inhalt des Menschen das Produkt desselben und der Allgemeinheit, er gehört beiden zugleich.

Indem aber die Wechselwirkung eine Wechselvereinigung, welche zugleich eine Trennung des Vereinigten von Anderem, und eine Wechseltrennung des Vereinigten ist, was eine Vereinigung des Getrennten mit Anderem ist; so ist der durch Wechselwirkung des Menschen mit der Allgemeinheit entstehende Inhalt desselben die Einheit einer Duplicität, des fortwährenden Aufnehmens in sich und Zurückversetzung des Aufgenommenen außer sich in die Allgemeinheit.

Man berücksichtige dabei immer, daß die Wirkung der Allgemeinheit auf die Besonderheit, hier auf den Menschen, durch die untergeordneten bis zu den untergeordnetsten unmittelbar neben dem Menschen sich befindenden Besonderheiten geschieht. Die durch Veränderung der Allgemeinheit veränderten unmittelbarsten Besonderheiten treten mit dem Menschen in Wechselwirkung, verändern ihn und werden dadurch auch selbst verändert, welche Veränderung sich zurück auf die Allgemeinheit verpflanzt. — Diese Veränderung empfindet der Mensch als seinen Inhalt, den er aufnimmt, aber auch zurückgibt. — Mit dem Aufnehmen erhält er die Empfindung, mit dem Zurückgeben versetzt er die erhaltene Empfindung außer sich.

Der Mensch ist aber nur eine Besonderheit in der absoluten Allgemeinheit, er nimmt also nicht die ganze Allgemeinheit in sich auf. — Die ganze Allgemeinheit steht aber mit ihm durch die unmittelbarsten Besonderheiten in Wechselbeziehung. — Wie nun diese Wechselbeziehung immer eine Wechselvereinigung des Menschen mit den unmittelbarsten Besonderheiten, was eine Trennung dieser Besonderheiten von den anderen und der Allgemeinheit ist; und wiederum eine Trennung der Vereinigten, was eine Zurückvereinigung derselben mit der Allgemeinheit ist: so muß man doch in dieser Wechselbeziehung eine vorwiegende Vereinigung gewisser Besonderheiten der Allgemeinheit mit dem Menschen und Trennung derselben von der Allgemeinheit, wo nämlich die Besonderheiten der Allgemeinheit mehr in den Inhalt des Menschen hineingehen, von der minder eingehenden Vereinigung, wo nämlich die Trennung vorwiegt, unterscheiden.

Jede einzelne Wechselwirkung des Menschen mit der Allgemeinheit ist also eine Wechselvereinigung durch die untergeordnetsten Besonderheiten, was eine Trennung dieser von der Allgemeinheit ist, und zugleich eine Zurücktrennung des Vereinigten, was eine Zurückvereinigung mit der Allgemeinheit ist, — weil dies das allgemeine Gesetz jeder Veränderung ist. — Indem man aber darauf Rücksicht nimmt, daß jede Vereinigung und Trennung eine relative nach gewissem Maße ist, das Relative aber die unendliche Mitte zwischen den beiden absoluten Gränzen, hier zwischen den Gränzen der absoluten Vereinigung und absoluten Trennung ausfüllt; so muß man nach dem gegen die beiden absoluten Gränzen hingehenden Unterschiede ein vorwiegendes Vereinigen, was ein Trennen von der Allgemeinheit ist, von dem vorwiegenden Trennen, was ein Vereinigen mit der Allgemeinheit ist, unterscheiden.

Nimmt man wiederum nicht auf die durch diese Wechselbeziehung geschehende Veränderung des Menschen und der Allgemeinheit durch die dem Menschen unmittelbar anliegenden Besonderheiten Rücksicht, sondern nur auf die Empfindung derselben allein, so muß man diese Empfindung, welche durch die auf den Menschen, auf sein Entstehen und Vergehen, vorwiegend Einfluß nehmende Wechselbeziehung, die also mehr zu seinem Innesein, zu seinem Inhalte, wird, den er außer sich versetzt, entsteht, von jener unterscheiden, welche durch die auf das Entstehen und Vergehen des Menschen weniger Einfluß nehmende Wechselbeziehung, die also mehr in Trennung von ihm, außer ihm bleibt, entsteht.

Man muß also die in dem Menschen werdende, seinen inneren Inhalt vorzüglich ausmachende, Empfindung, die er außer sich versetzen muß, von jener unterscheiden, wo das in Wechselbeziehung Tretende außer ihm bleibt, und nur wegen dieser Wechselbeziehung dem Menschen inne wird, also:

1. die in ihm werdende Empfindung, die er außer sich versetzt, und

2. das außer ihm Werdende, dessen er inne wird, von einander unterscheiden. Die erste ist vorzugsweise Empfindung oder das sinnliche Fühlen, das der Mensch stets außer sich versetzt, — nämlich durch Laut, Geberden und andere Bewegung. Die zweite ist vorzugsweise nur eine Anschauung des außer ihm Werdenden.

Je größer der Einfluß des außer uns Werdenden auf uns ist, desto mehr wird er zu uns selbst, er macht uns mehr, wird mehr unsere Persönlichkeit, ist daher auch mehr in uns, unser Inhalt, den wir als solchen empfinden. — Je kleiner dieser Einfluß, desto weniger wird er zu uns selbst, er verbleibt mehr ein Etwas außer uns Seiendes. — Der Einfluß wird eine weniger eingeprägte Empfindung, nur ein Wahrnehmen, eine Anschauung eines außer uns Werdenden.

Der nämliche Einfluß wird also, verstärkt, eine Empfindung; und geschwächt eine Anschauung. Die Erfahrung bestätigt dieß vollständig.

Ist die Einwirkung des außer uns Werdenden auf uns verschwindend, so verschwindet auch die Wahrnehmung des Einwirkenden, es verschwindet die Anschauung desselben, es wird uns nicht vorhanden. Von dem Absoluten kann also in der Anschauung eines Menschen nur das sein, was mit ihm zusammen entsteht und vergeht, und ist fortwährend nur dieses in seiner Anschauung, was auf ihn eine bemerkbare Einwirkung macht. — Es ist also immer nur eine gewisse Sphäre des Absoluten in der Anschauung des Menschen, das Uebrige verschwindet ihm, als wenn es gar nicht vorhanden wäre.

Ist die Einwirkung größer, macht es das Entstehen und Vergehen desselben mehr aus, so wird sie mehr dessen Innesein, dessen Empfindung.

Ueberschreitet diese ein gewisses Maß, so ist das Uebergewicht der Allgemeinheit ersichtlich; — der Mensch tritt in der Allgemeinheit als solcher aus der Erscheinung. — So wirkt also auch nur eine gewisse Sphäre des Absoluten auf die Empfindung des Menschen.

Offenbar hängt diese Sphäre der Anschauung und Empfindung, da sie durch Wechselwirkung entsteht, nicht nur von dem Maße der äußeren Einwirkung, sondern auch von dem Maße der Empfänglichkeit, von dem Maße der Rezeptivität und Spontanäität des Menschen ab.

Ist die Rezeptivität größer als in einem anderen Falle, so kann das, was früher nicht in der Anschauung war, zur Anschauung werden; während die vorige Anschauung zur Empfindung wird — und das, was früher eine starke Empfindung bewirkte, kann jetzt das Vergehen der Besonderheit nach sich ziehen.

Ist die Rezeptivität kleiner, also die Spontanäität größer als in einem anderen Falle, so geschieht Alles umgekehrt. — Die Erfahrung bestättigt dieß gänzlich.

Eine Anschauung vergeht durch das sich Verändern des Angeschauten oder durch die Verminderung der angeschauten Sphäre, was das Entstehen einer anderen Anschauung ist. — Der ganze nacheinanderfolgende von dem Menschen angeschaute äußere und innere Inhalt seiner Wechselbeziehung mit der Allgemeinheit ist aber ein einzelnes Angeschautes, das die Einheit ist von nacheinanderfolgenden äußeren und inneren Anschauungen.

Das einzelne außer uns oder in uns Angeschaute bleibt also in unserem Anschauen, wenn auch das erste außer uns, das letzte in uns in ein anderes überging.

Dieß muß vorzüglich damals geschehen, wenn die einzelne Anschauung und Empfindung durch eine stärkere Einwirkung mehr zu unserem Innesein

wurde, sich uns mehr einprägte, und wir für die nachfolgenden schwächeren Einwirkungen weniger empfänglich wurden.

Das Innesein der Anschauung und Empfindung bleibt also, wenn auch dieselben sich in andere veränderten. — Das Außerunssetzen dieses Inneseins ist das vor uns Stellen desselben, die Vorstellung der gewesenen Anschauung und Empfindung.

Die Entäußerung einer dauernden Empfindung ist auch gewissermaßen eine Vorstellung, nur ist diese eine mehr äußere und jene eine mehr innere.

Die Besonderheit entsteht und vergeht durch Wechselwirkung mit der Allgemeinheit, d. i. durch Wechselvereinigung und Wechseltrennung. Das Wechselvereinigen mit der Allgemeinheit ist also ebenso die Bedingung des Bestehens der Besonderheit, wie das Wechseltrennen. Vereinigen wir uns also mit dem außer uns Seienden entweder nicht entsprechend, oder nicht hinlänglich, oder zu viel d. h. zusammen: vereinigen wir uns nicht qualitativ-quantitativ entsprechend, so treten wir als Besondere in der Allgemeinheit aus der Erscheinung.

Das Nicht-Vereinigen also, so wie das zu viel Vereinigen, erregen eine unangenehme Empfindung, — in beiden Fällen treten wir als Ganzheiten sich vereinigend oder trennend spontan aus.

Unsere Empfindungen rufen also unsere Spontanäität hervor, und diese ist auf die Vereinigung mit dem Außerunsseienden, Begehrungsvermögen, und auf die Trennung von demselben, Verabscheuungsvermögen, gerichtet.

Da solche Empfindungen in Folge Ueberhandnehmen der Einwirkung des außer uns Seienden auf uns entstehen, also vorzüglich zu unserem Inhalte werden, so müssen sie vor anderen mehr entäußert werden. Diese Entäußerung ist eine Nothwendigkeit, sie ist ein Zurückgeben einer überhandnehmenden Einwirkung der Allgemeinheit, und hilft theilweise der Störung des Bestehens der Besonderheit ab.

Die Anschauung, welche die Einheit des Inneseins eines außer uns Seienden ist, und die Empfindung mit ihrer Entäußerung, wie auch die Vorstellung des Angeschauten und Empfundenen, sind also Folgen unserer Wechselwirkung mit der Allgemeinheit, sind diese Wechselwirkung selbst, und machen alles uns Erscheinende aus.

Alles also, was uns äußerlich als so genannte Welt erscheint, was wir sehen, tasten, hören, empfinden; und das Sehen, Tasten, Hören, Empfinden selbst, sind eins und das nämliche in der Trennung, sind das Produkt der Wechselwirkung, und bilden unsere äußere und innere Erscheinungswelt, welche also ganz richtig die sinnliche Welt, — Sinnenwelt, genannt wird.

Indem aber das Angeschaute und Empfundene, die Sinnenwelt, nichts Anderes als die Wechselwirkung zwischen uns und dem Allgemeinen ist, so ist sie nicht das reine ohne unser Zuthun Seiende. Sie ist aber gar nicht der Schein an dem Wirklichen, wie einige nennen, sondern die wirklich bestehende Wechselwirkung zwischen uns und der Allgemeinheit außer uns.

Noch weniger ist aber die Sinnenwelt, wie sie erscheint (also in Farben, Geschmack ꝛc. — in der uns erscheinenden Ordnung des Nach- und Nebeneinanderseins, Raum und Zeit, wie wir gleich weiter sehen werden) die absolute Wirklichkeit selbst — wie es die gewöhnlichen Materialisten haben wollen. Noch einmal gesagt: Die ganze außer uns und in uns erscheinende Pracht ist unsere Wechselwirkung mit der Allgemeinheit, sie kann für gar nichts anderes genommen, nicht anders ausgesprochen oder definirt werden.

Der sinnlichen Anschauung, Empfindung und Vorstellung ist aber auch das Thier in Folge seiner bedeutenden Concentrirung in sich und Abtrennung von Aeußerem fähig. — Indem es nämlich zur Vereinigung und Trennung mit dem außer ihm Seienden aus sich selbst heraustrittt, muß es das sinnliche Begehrungsvermögen, also auch die sinnliche Empfindung, Anschauung und Vorstellung haben.

Das aber in Wechselwirkung mit der Besonderheit Tretende ist das nacheinander-nebeneinanderseiende Allgemeine von Besonderem, nacheinander-nebeneinanderwerdende Einheit des Getrennten in den unendlichen Unter- und Ueberordnungen.

Das Eine, Gleiche, Stetige, dieser Allgemeinheit ruft eine in sich gleiche stetige Wechselwirkung mit der Besonderheit hervor, von der Besonderheit wird durch das außer ihr Werden eines mit ihr in bemerkbare Wechselbeziehung tretenden Gleichen, ein in sich Gleiches, Stetiges, angeschaut und empfunden.

Das Diskrete, Getrennte, der Allgemeinheit tritt als verschiedenes in verschiedene Wechselwirkung mit der Besonderheit, von der Besonderheit wird durch das außer ihr Werden des mit ihr in bemerkbare Wechselwirkung tretenden in sich Ungleichen, Diskreten, ein in sich Ungleiches, Diskretes, angeschaut und empfunden.

Die in bemerkbare Wechselbeziehung mit der Besonderheit tretende Einheit des Einen, Stetigen, und des Vielen, Diskreten, oder Allgemeinheit von Besonderem, hat also die Anschauung und Empfindung eines Allgemeinen von Besonderem zur Folge.

Da das allgemein in Wechselbeziehung mit der Besonderheit Tretende ein nacheinander-nebeneinanderseiendes Allgemeines von Besonderem in den unendlichen Unterordnungen ist, so ist das von der Besonderheit Angeschaute und Empfundene ein ihrer Sphäre der Anschauung und Empfindung entsprechendes Allgemeines von besonderen Anschauungen und Empfindungen.

Weil den Thieren die Fähigkeit des Begriffes des Allgemeinen von Besonderem mangelt, so ist ihnen das Angeschaute und Empfundene nur ein in sich Gleiches oder Unterschiedenes.

Der Mensch ist aber des Begriffes des Allgemeinen von Besonderem fähig, seine Erkenntnißthätigkeit ist das Trennen und Vereinigen nach dem Begriffe des Allgemeinen von Besonderem, wie wir es im 1. Abschnitte erkannt haben. — Sein ihm unbewußter, und nur allmälig (in Folge des Allgemeinbegriffes selbst) zum Bewußtsein ihm gelangender Allgemeinbegriff findet sich in Einheit, Uebereinstimmung, mit dem Außerihmseienden, er findet sich objektiv. — Sein Objektives ist aber sein durch Wechselwirkung des Allgemeinen mit ihm entstandener Inhalt, seine Anschauung und Empfindung.

So wie sein Angeschautes und Empfundenes die Einheit ist von ihm und der außer ihm seienden Allgemeinheit, so ist auch sein Allgemeinbegriff die Einheit des objektiven Allgemeinbegriffes mit seinem Allgemeinbegriff. — Beide sind Eines in Trennung.

Die Anschauung des Menschen ist also anders als die eines Thieres, indem er nämlich das Objekt seiner Anschauung nach dem Allgemeinbegriffe des nacheinander-nebeneinanderseienden Allgemeinen von Besonderem trennt und vereinigt, so ist seine Anschauung begrifflich. — Sie ist ein deutlicheres, größeres Trennen des Angeschauten nach dem Ungleichen und Vereinigen nach dem Gleichen zu Einem, und ein Fortschritt in dieser Trennung und Vereinigung durch alle Ordnungen bis zur unendlichen Unter- und Ueberordnung.

Wie nun die sinnliche Empfindung und Anschauung das sinnliche Begehren und Verabscheuen und aus sich Heraustreten eines Thieres zur Vereinigung mit dem Begehrten und Trennung von dem Verabscheuten nach sich zieht; so hat das begriffliche Empfinden und Anschauen, nämlich die begriffliche Unterscheidung des Empfundenen und Angeschauten bei dem Menschen ein begriffliches, vernünftiges, Begehren und Verabscheuen, also ein begriffliches, vernünftiges, sich Bestimmen zur Vereinigung und Trennung mit dem außer ihm und in ihm Werdenden zur Folge.

Das Leben des Menschen ist also theoretisch und praktisch begrifflich, d. i. durch seinen, seiner Entwickelungsstufe entsprechenden, Allgemeinbegriff bestimmt.

Da keine Besonderheit der anderen weder absolut gleich, noch absolut ungleich ist, also auch kein Mensch dem anderen; so ist schon aus diesem Grunde die Anschauung keines Menschen jener des anderen absolut gleich. Außerdem nimmt aber noch jede Besonderheit in der Entwickelung des nacheinanderwerdenden Nebeneinanderseins eine andere Stelle ein, tritt also durch andere neben ihm entstehende und vergehende Besonderheiten mit der

Allgemeinheit in Wechselbeziehung, folglich ist auch aus diesem Grunde die Anschauung eines jeden Menschen jener des anderen ungleich.

Das sind die Gründe der Unterschiede in den sinnlichen Anschauungen der Menschen, der erste ist der subjektive, der zweite der objektive Grund.

Ein anderer ist der subjektiv-objektive begriffliche Unterschied der Anschauung, welcher von den besonderen Begriffen abhängt, auf welchen der Mensch in seiner Entwickelung der subjektiv-objektiven Erkenntniß stehen bleibt. —

Die Anschauungen, oder die sinnlichen Erscheinungswelten, zweier Menschen nähern sich desto mehr der Gleichheit, je mehr beide einander gleich und die nämliche Stelle des nacheinanderwerdenden Nebeneinanderseins einnehmen.

Sind zwei Menschen an einer Stelle, so sind noch in Folge ihrer nicht absoluten Gleichheit, ihre Anschauungen zum Theile ungleich. — Inwiefern wir ihre Verschiedenheit begreifen, insofern sind wir im Stande den Unterschied in ihren Anschauungen zu bestimmen.

Da aber beide mit dem Nämlichen und auf die nämliche Art in Wechselwirkung treten, so ist der Grund des Unterschiedes ihrer Anschauungen nur subjektiv und geht auf die ganze Anschauung über. — Das Objektive, also die Verhältnisse der besonderen Erscheinungen in demselben, sind in beiden Fällen die nämlichen, daher kommt die scheinbar totale Uebereinstimmung in den Anschauungen.

Das Objektive ohne Rücksicht auf die Anschauung ist das nacheinandernebeneinanderseiende Allgemeine von Besonderem in den unendlichen Ordnungen.

Aber selbst die Ordnung des nacheinanderwerdenden Nebeneinanderseins muß in unserer Anschauung anders erscheinen, als sie ohne der Anschauung in der Wirklichkeit ist. Denn die Anschauung geschieht durch Wechselwirkung, und tritt desto deutlicher hervor, je größer die Einwirkung des außer uns Geschehenden auf uns ist.

Nach Ueberschreitung einer gewissen Gränze wird sie zur Empfindung, und kann, noch verstärkt, das Vergehen eines Sinnes und das Vergehen, aus der Erscheinung Treten, des Menschen selbst bewirken. — So zerstört z. B. intensives Licht die Augen, wirkt auf das Gehirn und kann auch den Tod nach sich ziehen. Starker Schall zerstört das Gehörorgan, eine große Erschütterung tödtet auch.

Da die Anschauung das Innesein eines mehr außer uns Werdenden, die Empfindung aber das Innesein eines mehr in uns Werdenden ist, die Anschauung aber durch Verstärkung der Einwirkung zur Empfindung wird, so wird sie aus einem Außerunswerdenden ein Innunswerdendes.

Wird also die Einwirkung, welche eine Anschauung zur Folge hat, durch erfolgte innere Veränderung des Einwirkenden oder des die Einwirkung Empfangenden stärker als in einem anderen Falle, ohne jedoch zur eigentlichen Empfindung eines Innunsseins zu werden; so muß das Angeschaute uns näher erscheinen als im vorigen Falle.

Von zwei verschiedenen uns gleich entfernten Besonderheiten muß also auch jene näher uns erscheinen, deren Einwirkung auf uns größer ist.

Da die Wechselwirkung einer außer uns werdenden Besonderheit mit uns durch die dazwischen sich befindenden Besonderheiten geschieht, so wird offenbar die Art unserer Anschauung also auch die uns erscheinende Lage der außer uns werdenden Besonderheiten auch durch dieses Medium bestimmt.

Die außer uns werdenden Besonderheiten erscheinen uns also nicht in der nämlichen Ordnung des Nebeneinander- und Nacheinanderseins in der sie wirklich sind, wodurch die sogenannten optischen, akustischen, und andere Täuschungen über die Entfernungen des Nebeneinanderseins, ebenso Täuschungen über die Entfernungen des Nacheinanderseins (das stärker auf unsere Empfindung Einwirkende, Angenehme oder Unangenehme, erscheint uns immer näher als das weniger Einwirkende) herrühren.

Wir müssen also das nacheinanderwerdende Nebeneinandersein, wie es ohne unsere Wechselwirkung mit der Allgemeinheit ist, von dem durch Wechselwirkung uns erscheinenden wohl unterscheiden.

Ueber das Bestehende, unsere Wechselwirkung mit demselben unberücksichtigt gelassen, können wir in dieser Hinsicht nur sagen, daß es ein nacheinanderwerdendes Nebeneinandersein ist.

Die Form aber, in der uns dieses nacheinanderwerdende Nebeneinandersein in der Anschauung erscheint, nennen wir Ausdehnung. Die Ausdehnung des Nacheinanderseins wird Zeit, die Ausdehnung des Nebeneinanderseins Raum genannt.

Zeit und Raum sind also die durch Wechselwirkung erhaltenen Formen des Nach- und Nebeneinanderseins.

So haben wir aus dem Allgemeinbegriffe die Nothwendigkeit unseres Innenseins eines zeitlich-räumlich außer uns und in uns Werdenden, oder unserer Anschauung und Empfindung, und was diese sind gezeigt. Uebertragen wir nun den Allgemeinbegriff selbst auf die Form unserer Anschauung, d. i. auf die Form der zeitlich-räumlichen Ausdehnung.

§. 11. Der Begriff des Nacheinanderwerdens ist nichts Anderes als der Begriff des Anderswerdens der Veränderung. — Nacheinanderwerdendes Nebeneinandersein bedeutet also ein sich veränderndes Nebeneinandersein, ein Nebeneinandersein, das in ein anderes übergeht. Zeitlich-räumlich erfaßt, bedeutet es daher eine in der Zeit erfolgende Aenderung der Nebeneinanderlage im Raume, eine Ortsveränderung in der Zeit, was man Bewegung nennt.

Das Bestehende muß also in der Anschauung als eine durch fortwährende Veränderung der Nebeneinanderlage im Raume d. i. durch Bewegung werdende Allgemeinheit von Besonderheiten unendlicher Unter- und Ueberordnungen erscheinen, und als solche begriffen werden. Alle Veränderung, alles Entstehen und Vergehen des Besonderen, und alles Bestehende, wie es entstand, und was es ist, muß daher durch Bewegung begriffen und erklärt werden.

Die Veränderung haben wir aber in der Entwickelung des reinen Allgemeinbegriffes überhaupt als Trennung und Vereinigung erkannt; folglich müssen wir in der Veränderung der Nebeneinanderlage im Raume den Uebergang in die räumliche Trennung d. i. die Auseinanderbewegung, und den Uebergang in die räumliche Vereinigung, Aneinanderbewegung unterscheiden. Da jede Trennung eine Vereinigung mit Anderem ist und umgekehrt, so ist jede Auseinanderbewegung zugleich eine Bewegung an ein Anderes und umgekehrt.

Die Trennung ist aber das Vergehen, aus der Erscheinung Treten des Gleichartigen und das Entstehen, in Erscheinung Treten, des Unterschiedenen, Besonderen; folglich ist die Auseinanderbewegung ein Vergehen, aus der Erscheinung Treten, des Gleichartigen und ein Entstehen in Erscheinung Treten des Besonderen.

Das Gleichartige erscheint hier also nur als ein bewegungsloses unmittelbares Nebeneinandersein; der Uebergang in das Unterschiedene, Besondere, als ein Uebergang des einfachen unmittelbaren Nebeneinderseins in Auseinanderbewegung und dadurch Diskretsein. — Dieser Uebergang muß ein Vergehen, aus der Erscheinung Treten, des Besonderen sein; das aber, was hier aus der Erscheinung tritt, ist offenbar nur die Ruhe und damit das unmittelbare Nebeneinandersein; das, was in die Erscheinung tritt, nur offenbar die Auseinanderbewegung und damit Diskretsein.

Umgekehrt ist die Vereinigung das Vergehen, aus der Erscheinung Treten, Aufheben, des Besonderen und ein Entstehen, in Erscheinung Treten des Gleichartigen; folglich ist die Aneinanderbewegung, da hier das Gleichartig-Sein nur als einfaches, bewegungsloses, unmittelbares Nebeneinandersein, und das Besonders-Sein als ein Uebergang in Auseinanderbewegung und dadurch Diskretsein begriffen ist, — ein Uebergang in bewegungsloses unmittelbares Nebeneinandersein.

Diese Aneinanderbewegung muß ein Vergehen, aus der Erscheinung Treten, Aufheben des Besonderen, und ein in Erscheinung Treten des Gleichartigen sein.

Das aber, was sich hier aus der Erscheinung tretend nachweist, was sich nur aufhebt, ist offenbar nur die Aneinanderbewegung und damit das räumliche Diskretsein; und das, was in die Erscheinung tritt, die Ruhe und das unmittelbare Nebeneinandersein. Die Aneinanderbewegung hat also

offenbar ihr eigenes sich Aufheben, aus der Erscheinung Treten, zur Folge, weil sie ein in die Erscheinung Treten des ruhigen unmittelbaren Nebeneinanderseins ist.

Das Entstehen, in Erscheinung Treten des Besonderen zeigt sich hier also nur als Uebergang der Ruhe in Bewegung, und das in Erscheinung Treten des Gleichartigen nur als das Vergehen, aus der Erscheinung Treten, sich Aufheben, der Bewegungen, ein Uebergang der Bewegung in Ruhe.

Die Besonderheiten werden also dadurch, daß sie eigene besondere Bewegungen erhalten, zu Besonderheiten. Ihr aus der Erscheinung Treten, Vergehen, als Besonderheiten, Aufheben, ist also am allerersten nichts Anderes, als das aus der Erscheinung Treten, Vergehen, Aufheben, ihrer besonderen Bewegungen. Es zeigt sich hier das Herausgehen aus dem Aufgehobensein und das sich Aufheben der Besonderheiten nichts anderes, als das Herausgehen aus dem Aufgehobensein und das sich Aufheben der Bewegungen.

Indem hier in der Vereinigung der Besonderheiten nur ihre aneinandergeschehenden Bewegungen aus der Erscheinung treten, sich aufheben, die Besonderheiten aber nach dem vorigen Abschnitte nach ihrem Unterschiedensein, Entgegengesetztsein, sich aufheben; so erscheint hier das Entgegengesetztsein der Besonderheiten lediglich in dem Entgegengesetztsein ihrer Bewegungen. Auseinandergehende Bewegungen sind daher entgegengesetzte Bewegungen, weil sie sich aufheben und nur Entgegengesetztes sich aufhebt. Auseinandergehende werden also ebenfalls entgegengesetzte, aber aus dem Aufgehobensein herausgehende Bewegungen. Uebereinstimmende Bewegungen werden also jene sein, in welchen weder die Aneinander- noch die Auseinanderbewegung stattfindet, die sich bewegenden Besonderheiten also fortwährend in der nämlichen Entfernung von einander bleiben. Relativ entgegengesetzte Bewegungen sind daher solche, welche zum Theile aneinander oder auseinander und zum Theile übereinstimmend sich bewegen.

Die zum Theile aneinandergehenden sind die sich relativ aufhebenden, und die zum Theile auseinandergehenden sind die zum Theile aus dem Aufgehobensein herausgehenden Bewegungen.

Es erscheinen hier also relativ an einander sich bewegende Besonderheiten als relativ entgegengesetzte Besonderheiten. Da nun relativ Entgegengesetztes sich nach Maß des Entgegengesetztseins gegen einander aufhebt, und nach Maß der Uebereinstimmung vereinigt als Ausgeglichenes übereinstimmend nach Außen auftritt; so heben sich die relativ aneinandergehenden Bewegungen der Besonderheiten nach Maß ihrer Aneinanderbewegung gegen einander auf (sie treten nach Maß der Aneinanderbewegung aus der Erscheinung) und die Besonderheiten bewegen sich nach Maß der Uebereinstimmung ihrer Bewegung als Vereinigtes, Ausgeglichenes, gemeinschaftlich: oder relativ entgegengesetzte Bewegungen heben sich nach

Maß ihres Entgegengesetztseins gegeneinander auf, und treten nach Maß der Uebereinstimmung aufhebend gegen Anderes auf.

Die hier entwickelten Begriffe sind aber offenbar noch nicht vollständig. Sie entsprechen den im §. 1 III. entwickelten Begriffen des sich Aufhebens und Herausgehens aus dem Aufgehobensein der Besonderheiten, inwiefern sie als absolute Besonderheiten, die keine Allgemeinheiten von untergeordneten Besonderheiten sind (§. 4), betrachtet werden können. Das sich Aufheben und Herausgehen aus dem Aufgehobensein erscheint hier als das sich Aufheben und Herausgehen aus dem Aufgehobensein der Bewegungen, nicht aber der Besonderheiten selbst, weil das unmittelbare Nebeneinandersein kein wirkliches aus der Erscheinung Treten ist.

Diese Unvollständigkeit kommt nun daher, daß die Besonderheiten hier noch nicht als Allgemeinheiten von untergeordneten Besonderheiten, und ihr Aufheben noch nicht als Trennung derselben in ihre untergeordneten Besonderheiten (§. 4) betrachtet wurden.

In dem vorigen Abschnitte (§. 4) haben wir das sich Vereinigen des Unterschiedenen, oder der relativ entgegengesetzten Besonderheiten:

1. nach Maß des in Wirksamkeit tretenden Entgegengesetztseins als das sich Aufheben derselben, aus der Erscheinung Treten als solcher, was ein in Erscheinung Treten, Herausgehen aus dem Aufgehobensein, Trennung, ihrer untergeordneten Besonderheiten, die wiederum eine andere Vereinigung derselben ist, und

2. nach Maß der Uebereinstimmung; als das Auftreten nach Außen als Ausgeglichenes, übergeordnetes Allgemeines, aufhebend gegen ein Anderes erkannt.

Die Vereinigung der Besonderheiten, die Aneinanderbewegung, ist also:

1. nicht nur ein aus der Erscheinung Treten, Aufheben ihrer ihnen als Ganzheiten zukommenden Bewegungen, sondern auch, da diese Vereinigung zugleich eine Trennung, Auseinanderbewegung derselben in untergeordnete Besonderheiten ist, ein aus der Erscheinung Treten, Aufheben, ihrer selbst.

Die Vereinigung ist das aus der Erscheinung Treten, Aufheben, der sich vereinigenden Besonderheiten und ihrer Bewegungen, was ein Herausgehen aus dem Aufgehobensein, in Erscheinung Treten, ihrer untergeordneten Besonderheiten und ihrer Bewegungen ist. Das aus der Erscheinung Treten der sich aneinanderbewegenden übergeordneten Besonderheiten und ihrer Bewegungen ist eben dieses in Erscheinung Treten der untergeordneten.

Durch das in Erscheinung Treten der letzteren treten die vorigen aus der Erscheinung.

Das sich Aufheben der Besonderheiten ist also ein Herausgehen ihrer untergeordneten Besonderheiten aus dem Aufgehobensein; Auseinanderbewegung derselben; folglich auch umgekehrt das Herausgehen aus dem Aufgehobensein eine Vereinigung der Herausgehenden in ihren untergeordneten Besonderheiten.

Diese durch das sich Aufheben der übergeordneten Besonderheiten entstehende Trennung muß wiederum eine andere Vereinigung derselben sein, indem jede Trennung zugleich eine andere Vereinigung ist. (§. 1. III. 2. a)

Nach §. 4 müssen wir hier aber den Fall des vollständigen sich Aufhebens, also der vollständigen Trennung der sich Vereinigenden in ihre untergeordneten Besonderheiten, von dem unvollständigen relativen Aufheben, unvollständiger relativer Trennung in ihre untergeordneten Besonderheiten unterscheiden.

Im Falle des vollständigen sich Aufhebens, der vollständigen Trennung, der sich Aufhebenden in ihre untergeordneten Besonderheiten, müssen entweder die getrennten untergeordneten Besonderheiten der einen, mit jenen der anderen sich aufhebenden übergeordneten Besonderheit, oder die getrennten Besonderheiten beider mit anderen danebenseienden außer ihnen beiden befindlichen sich verbinden.

Welcher von diesen Fällen der Verbindung eintritt, und in welchem Maße sie geschieht, wird nach dem Vorhergehenden durch das innere und äußere Verhältniß der in Trennung übergehenden Besonderheiten bestimmt.

Ist die Vereinigung, Aufhebung der Besonderheiten, also die Trennung, Auseinanderbewegung, ihrer untergeordneten Besonderheiten, nicht vollständig, so muß die Zurückvereinigung einer jeden in Trennung, Auseinanderbewegung, übergangenen Besonderheit innerhalb ihrer selbst geschehen. Inwiefern nun diese Zurückvereinigung die Wiederherstellung ihres vorigen Zustandes ist, insofern gehen sie, folglich auch ihre Bewegungen aus dem gewesenen theilweisen Aufgehobensein heraus, sie gehen als ganze in Trennung auseinander über, welche Eigenschaft man Elastizität nennt.

Inwiefern aber der durch das Aufheben beigebrachte Zustand durch Eingehen entsprechender Verbindungen sich erhält, zum festen wird, insofern treten sie und ihre Bewegungen aus ihrem theilweisen Aufgehobensein nicht heraus.

In den beiden Fällen treten die sich aufhebenden Besonderheiten, wegen nur theilweisem sich Aufheben derselben als solcher, nicht vollständig aus der Erscheinung, sie haben sich nur verändert, bleiben aber als Ganzheiten in der Erscheinung: ihre Bewegungen treten aber im 1. Falle aus der Erscheinung, und kommen in entgegengesetzten Richtungen wieder in Erscheinung, sie gingen also in Ruhe über, und von dieser wieder in Bewegung nach entgegengesetzten Richtungen; im 2. Falle traten sie aus der Erschei-

nung, ohne wieder in die Erscheinung zu treten, sie gingen einfach in Ruhe über.

Dieses ist über das Aufheben der relativ entgegengesetzten Besonderheiten, über das Aufheben der Besonderheiten, welche sich relativ aneinander bewegen. Das Aufheben der Bewegungen der Besonderheiten zeigt sich hier überhaupt als das Aufheben der Besonderheiten selbst, das Herausgehen der Bewegungen aus dem Aufgehobensein, das Herausgehen der Besonderheiten selbst aus dem Aufgehobensein. Es ist nichts als Aufheben und Herausgehen aus dem Aufgehobensein der Bewegungen, denn dieses ist zugleich das Aufheben und Herausgehen der Besonderheiten aus dem Aufgehobensein.

2. Treten die sich vereinigenden Besonderheiten nach Maß der Uebereinstimmung ihrer Aneinanderbewegungen aufhebend nach Außen auf, d. h. sie bewegen sich nach Maß der Uebereinstimmung ihrer Aneinanderbewegungen gemeinschaftlich gegen anderes.

Hier müssen wiederum die verschiedenen Fälle des Sich-Aufhebens berücksichtigt werden.

Bei dem vollständigen sich Aufheben der Besonderheiten, in welchem die in Trennung übergangenen untergeordneten Besonderheiten der einen mit jenen der anderen, oder der beiden mit anderen außer ihnen sich befindenden Besonderheiten, sich verbinden, findet eigentlich das Aufheben in diesen untergeordneten Besonderheiten Statt, sie heben sich nach Maß des Entgegengesetztseins gegen einander auf, und bewegen sich nach Maß der Uebereinstimmung gegen anderes.

Beim unvollständigen sich Aufheben der Besonderheiten inwiefern diese nicht elastisch sind, erscheint das sich Aufheben derselben nach Maß des Entgegengesetztseins ihrer Bewegungen gegen einander als Nebeneinandersein derselben, sie bewegen sich also nach Maß der Uebereinstimmung ihrer Bewegungen gemeinschaftlich gegen anderes.

Inwiefern sie aber elastisch sind, und aus dem Aufgehobensein heraustreten, bekommen sie außer der übereinstimmenden gemeinschaftlichen Bewegung gegen anderes, noch die Auseinanderbewegung, sie bewegen sich also relativ auseinander. Ihre relative Aneinanderbewegung ist also in relative Auseinanderbewegung übergangen.

So ist überhaupt die Vereinigung und Trennung der Besonderheiten nichts Anderes als die Vereinigung und Trennung, Aufheben und Herausgehen aus dem Aufgehobensein, ihrer Bewegungen.

Das sich Aufheben der Bewegungen ist nicht absoluter Uebergang derselben in Ruhe, was kein Aufheben, sondern ein Vernichten derselben wäre, sondern es ist ein Uebergang derselben zum Theile in untergeordnete, zum Theile in übergeordnete Bewegungen. Das sich Aufheben der Bewegungen ist nur ein aus der Erscheinung Treten derselben als solcher, nur ein Ueber-

gang derselben in Ruhe als solcher, durch ihren Uebergang in untergeordnete und übergeordnete Bewegungen.

Ebenso ist das Herausgehen aus dem Aufgehobensein nicht ein absolutes Herausgehen derselben aus der Ruhe, sondern ein Uebergang der unter- und übergeordneten Bewegungen in mittlere; es ist ein Herausgehen aus der Ruhe derselben als solcher, durch den Uebergang der unter- und übergeordneten Bewegungen in dieselbe.

So ist das sich Aufheben und Herausgehen aus dem Aufgehobensein der Besonderheiten kein einfacher Uebergang aus dem Diskretsein und selbstständiger Bewegung in ruhiges Nebeneinandersein, sondern auch ein Uebergang nach verschiedenem Maße des sich Aufhebens in eine verschiedene Trennung in untergeordnete Besonderheiten, und Rückgang aus dieser Trennung in Vereinigung.

§. 12. Daraus entnehmen wir, wie jedes Bestehende im Allgemeinen durch Bewegung begriffen werden muß.

Jedes Bestehende ist eine Besonderheit einer höheren Allgemeinheit, und zugleich eine Allgemeinheit von untergeordneten Besonderheiten verschiedener Ordnungen.

Als absolute Besonderheit allein genommen, müßte es als eine einzelne, einfache Bewegung, welche in Ruhe übergeht, und als Ruhe, welche in eine einfache Bewegung übergeht, angesehen werden.

Indem es eine Allgemeinheit von Besonderheiten ist, so ist es eine durch eine theilweise Ausgleichung, Aufhebung, der einzelnen untergeordneten Bewegungsganzheiten unter einander entstehende Einheit der Bewegung, eine Bewegungsganzheit, welche aufhebend nach Außen auftritt.

Die Bewegungen der obigen untergeordneten Besonderheiten sind relativ entgegengesetzt, und zwar so beschaffen, daß sie theilweise mit einander und theilweise mit anderen danebenseienden Besonderheiten nach Maß des in Wirksamkeit tretenden Entgegengesetztseins sich aufheben, und nach Maß des Gleichseins nach Außen zusammen als eine einzelne einfache Bewegung auftreten. Daraus ist ersichtlich, daß die Bewegung einer jeden untergeordneten Besonderheit zum Theile im Sinne der Bewegung der ganzen Allgemeinheit geschieht, zum Theile aber nicht in diesem, sondern in ihrem eigenen Sinne, die Bewegung der Besonderheit selbst bleibt. Die Bewegungen der Besonderheiten im gemeinschaftlichen Sinne, machen eben die nach Außen auftretende Bewegung der aus ihnen vereinigten Allgemeinheit als Ganzheit aus.

Da die obigen untergeordneten Besonderheiten für sich wiederum Allgemeinheiten von ihren untergeordneten Besonderheiten sind; so sind ihre Bewegungen ebenso als Einheiten der Bewegungen zu fassen, welche durch theilweise Uebereinstimmung der Bewegungen der ihnen untergeordneten Besonderheiten entstehen, diese übereinstimmenden Bewegungen der

ihnen untergeordneten Besonderheiten selbst sind. Nach Maß der nicht Uebereinstimmung dieser Bewegungen, also des Entgegengesetztseins, haben die Besonderheiten ihre eigene Bewegungen, durch deren Aufhebung sie sich zum Theile untereinander, zum Theile mit anderen danebenseienden ihnen nebengeordneten Besonderheiten vereinigen, also mit beiden zum Theile in Trennung bleiben.

So geht diese Vereinigung in das Allgemeine und Trennung in das Besondere ebenso unter- wie überordnend ins Unendliche fort.

Jede auch die untergeordnetste erscheinende Besonderheit ist eine solche Bewegungsganzheit von untergeordneten Bewegungsganzheiten.

Der letzte Gränzbegriff ist aber der Begriff der absolut einfachen oder reinen Bewegung.

Alles bestehende Besondere muß aus dem absolut in sich ununterschiedenen Einen, durch dessen Uebergang in sich in reine einfache einander entgegengesetzte Bewegungen, und Vereinigung dieser Bewegungen zu zusammengesetzten Bewegungen, Bewegungsganzheiten von untergeordneten Bewegungsganzheiten, fortwährend entstehend und in dasselbe fortwährend vergehend betrachtet werden.

Das allgemeine Gesetz dieses fortwährenden Entstehens und Vergehens ist nach dem vorigen Abschnitte das Allgemeingesetz der Trennung ins Entgegengesetzte, welche eine Vereinigung eines jeden Getrennten in sich und mit einem anderen ist, und Zurückvereinigung dieser Vereinigten, welche eine theilweise Trennung derselben von anderen und in sich ist, welches Gesetz die Einheit ist von solchen untergeordneten Gesetzen der ins unendliche gehenden Unterordnungen. *)

---

*) Die Naturlehre hat durch Erfahrung geleitet die Erscheinungen immer mehr durch Bewegungen erklärt, bis jetzt hatte sie aber noch nicht die Kühnheit apodiktisch und allgemein zu erklären, daß alles durch Bewegung geschieht, und jedes besonders Bestehende, jeder Körper, eine durch eine andere Art von Bewegung entstandene Ruhe ist, und nur durch Bewegung wirklich begriffen werden kann.

Die Naturlehre konnte aus ihrem Grundgedanken herausgehend, auf keinen Fall zur apodiktischen Gewißheit der Richtigkeit ihrer Erklärungsarten gelangen, sie nannte dieselben Hypothesen, deren sie unzählige hatte.

Hier kommen wir zur apodiktischen Gewißheit, daß alles durch Bewegung entsteht, und durch dieselbe begriffen werden muß, und vereinigen auf diese Art alle Erklärungen der besonderen Erscheinungen in ein Prinzip, einen Allgemeinbegriff, aus dem wir die besonderen für die besonderen Erscheinungen entwickeln werden.

Trennen wir von unserem äußeren und inneren Inhalte das subjektive Anschauen und Empfinden wie Farbe, Ton, Geruch, Geschmack, Wärme 2c., so zeigt uns die Erfahrung selbst, daß in der Erscheinungswelt nichts als die Vereinigung und Trennung durch Bewegung übrig bleibt; so in Schwere, Chemismus, Magnetismus, Elektrizität, Wärme, Licht. — Die Na-

§. 13. Jede Besonderheit nimmt als eine solche allgemeine Bewegungsganzheit von untergeordneten Bewegungsganzheiten eine Stelle in der Zeit und im Raume ein, außerhalb welcher sie nicht vorkommt.

Inwiefern die Bewegungsganzheit übergeordnet ist, insofern nimmt sie eine größere Stelle in der Zeit und im Raume ein; inwiefern sie untergeordnet ist, insofern nimmt sie eine kleinere Stelle in der Zeit und im Raume ein.

Eine in einer gewissen Zeit einen gewissen Raum einnehmende Bewegungsganzheit wird im Allgemeinen ein Körper genannt.

Wegen begränzter Sphäre unserer Anschauung sind nur Besonderheiten gewisser Ordnungen, ihre sich vereinigenden und trennenden Bewegungen und die dadurch erfolgenden Veränderungen als Anschauungen und Empfindungen uns wahrnehmbar. Ueber diese Gränze sind uns, ebenso die übergeordnetsten Allgemeinheiten, wie auch die untergeordnetsten Besonderheiten, nicht wahrnehmbar, sie verschwinden für uns.

Indem das mit uns in Wechselbeziehung Tretende die Bewegungen sind, so müßten, damit eine Besonderheit als solche in unserer Anschauung sei, nicht nur die ihr als Ganzheit entsprechende Bewegung, sondern auch die einzelnen sich auf mannigfaltige Art untereinander aufhebenden Bewegungen der untergeordneten Besonderheiten auf uns eine merkliche Einwirkung machen.

Fliehen wir also zur Grenze der untergeordnetsten Besonderheiten, welche noch als solche in unserer Anschauung vorkommen, so machen nicht nur die Bewegungen derselben als Ganzer, sondern auch noch die Bewegungen der ihnen unmittelbar untergeordneten Besonderheiten als Ganzheiten auf uns eine bemerkbare Einwirkung.

Diese untergeordneten Besonderheiten selbst erscheinen aber nicht mehr in unserer Anschauung, weil die Bewegungen der ihnen untergeordneten Besonderheiten keine bemerkbare Einwirkung auf uns üben.

Als letzte unterste Grenze unserer Anschauung sind also diejenigen Besonderheiten zu betrachten, die als solche unserer Anschauung ganz verschwinden, ihre sich aufhebenden Bewegungen aber uns noch bemerkbar sind.

---

turlehre mußte nach gemachtem obigen Unterschiede darauf kommen, alle Erscheinungen durch Bewegung zu erklären.

Die Hypothesen der Fluiden sind sämmtlich ohne Bedeutung. Indem man solchen Fluiden die Eigenschaften der Flüssigkeiten benimmt, so bleibt das Wort Fluidum ein Wort ohne Bedeutung.

Nimmt man sie als Flüssigkeiten, so sind sie, so wie andere Flüssigkeiten, nur ein anderer Modus der Vereinigung und Trennung der besonderen Theile, also ein anderer Modus der Bewegung, und sind nicht ein Letztes keiner Erklärung Bedürfendes.

Dieser Modus der Vereinigung und Trennung muß begriffen werden, wodurch die mit der Annahme scheinbar gelöste Frage, noch zu lösen bleibt.

Solche für uns ganz verschwindende Besonderheiten, also verschwindende Bewegungsganzheiten oder Körper werden Atome genannt.

Theoretisch sind also die Atome als allgemeine von besonderen Bewegungsganzheiten zu betrachten. Indem aber sowol ihre untergeordneten besonderen Bewegungsganzheiten, wie auch die sich aufhebenden Bewegungen dieser letzteren, uns ganz verschwinden; so müssen wir praktisch bei den Atomen zur Grenze des absolut Besonderen fliehen, und dieselben als ganz verschwindende in sich absolute Ganzheiten betrachten, welche absolut durch das allgemein Entstehende und Vergehende nach dem allgemeinen Gesetze der Vereinigung und Trennung bestimmt, in relativer Auseinander- und Aneinanderbewegung begriffen sind, und durch ihre gegenseitige Aufhebung, nach Maß des Entgegengesetztseins ihrer Bewegungen sich vereinigend, übergeordnete allgemeinere Bewegungsganzheiten bilden, die nach Maß der Gleichheit der sich aufhebenden Bewegungen der Atome in einer Bewegung als Ganzheiten begriffen sind.

Ebenso müssen wir theoretisch den verschiedenen Atomen verschiedene Qualität zusprechen, weil sie allgemeine von besonderen Bewegungsganzheiten sind, welche letzteren bei verschiedenen Atomen auf verschiedene Art nach Innen und nach Außen sich aufheben. Indem aber die Atome, also desto mehr ihre Qualitäten für uns ganz verschwinden, so können wir sie praktisch als gleich betrachten, und die verschiedenen Qualitäten der durch die Verbindung derselben entstehenden Allgemeinheiten, in der Verschiedenheit dieser Verbindungen, also in dem verschiedenen Aufheben der Bewegungen der Atome selbst suchen. Die Verschiedenheit der bestehenden Bewegungsganzheiten kann also praktisch nur in dem äußeren Verhältnisse der Atome zu einander gesucht werden.

Daß wir theoretisch die Atome als Allgemeinheiten von Besonderheiten betrachten müssen, folgt auch daraus, daß sonst die Aufhebung ihrer Bewegungen unmöglich wäre, weil das Aufheben Uebergang der Bewegungen in jene der untergeordneten Besonderheiten ist. (§. 4.)

Aus dem im vorigen Abschnitte entwickelten Allgemeinbegriffe folgt, daß alles Bestehende durch eine verschiedene Art der Vereinigung dieser untergeordnetsten Besonderheiten oder Atome und ihrer Verbindungen der ersten und zweiten Ordnung entstanden, erscheinen muß.

Ebenso müssen wir ein oberstes Allgemeines haben, das die obere Grenze unserer Anschauung ist. Dieses Allgemeine ist unser Planetensistem. Die Bewegungen der diesem Allgemeinen unmittelbar untergeordneten Bewegungsganzheiten, nämlich der Himmelskörper unseres Planetensistems, zu denen auch unsere Erde gehört, sind uns wahrnehmbar, weil wir wahrnehmen, daß sie ihre Lage in Bezug auf einander ändern. Zwar sind uns Himmelskörper, die außer unserem Planetensistem liegen, ebenfalls wahrnehmbar, aber die Bewegungen derselben zu einander und zu unserem Pla-

netensistem, wie auch umgekehrt, die Bewegung unseres Planetensistems als eines Ganzen, verschwinden unserer Wahrnehmung, weswegen wir auch die Bewegungen unserer Planeten, die sie mit dem Planetensistem als dem obersten Allgemeinen theilen, von ihren, ihnen als Besonderheiten zukommenden Bewegungen, nicht unterscheiden können. Das Wahrnehmen der außer unserem Planetensistem liegenden Körper hat also für uns vorzüglich nur negative Bedeutung, inwiefern wir nämlich unser Planetensistem von denselben absondern, und die Bewegungen der Himmelskörper desselben auf sich selbst beziehen können. Vom Beziehen unseres Planetensistems auf andere kann keine Rede sein, und darum betrachten wir unser Planetensistem als oberste Grenze unserer Anschauung.

Die wesentlichen Unterschiede der Bewegungsganzheiten oder Körper.

§. 14. Indem nun jedes, auch das untergeordnetste Besondere, nicht eine reine einfache Bewegung, sondern eine Bewegungsganzheit von untergeordneten besonderen Bewegungsganzheiten ist, so kann unter dem relativen Entgegengesetztsein des bestehenden Besonderen, nicht das relative Entgegengesetztsein der reinen einfachen Bewegungen verstanden werden, sondern allgemein das, wodurch sich überhaupt Allgemeinheiten von einander unterscheiden können, weil eben Unterschiedensein und relatives Entgegengesetztsein das Nämliche bedeuten. — Die allgemeinen Bewegungskomplexe können sich aber von einander unterscheiden:

1. Durch den Unterschied der ihnen als Ganzheiten zukommenden Bewegungen, indem diese eben absolut aneinander oder auseinandergehend, oder absolut übereinstimmend, oder relativ aneinander oder auseinandergehend, also relativ übereinstimmend geschehen können.

2. Durch den Unterschied der den untergeordneten Besonderheiten derselben u. z. jeder Unterordnung als Ganzheiten zukommenden Bewegungen.

3. Die Bewegung ist immer entweder das Herausgehen aus dem Aufgehobensein, aus dem Nicht-Erscheinen derselben, in die Erscheinung, also das Herausgehen aus der Ruhe in Bewegung, oder umgekehrt der Uebergang aus dem Erscheinen in das Nichterscheinen, also Uebergang der Bewegung in Ruhe.

Indem eine vollständige Veränderung durch Trennung, Uebergang aus dem Aufgehobensein in die Erscheinung, welche Vereinigung, Aufheben mit Anderem ist, und wiederum Vereinigung, welche Trennung von Anderem ist, geschieht; so ist die einer einzelnen vollständigen Veränderung entsprechende einzelne vollständige Bewegung immer ein Uebergang aus der Ruhe

in Bewegung, und dieser Bewegung in Ruhe, und Rückgang dieser Ruhe in Bewegung und wiederum dieser Bewegung in Ruhe.

Dieser Uebergang der Ruhe in Bewegung und Rückgang dieser Bewegung zur Ruhe deutet schon darauf hin, daß die Bewegung aus der Ruhe herausgehend zu einem gewissen Maximum gelangt, von welchem sie wiederum zu einem Minimum der Bewegung, also Maximum der Ruhe, zurückkehrt; daß also das Verhältniß der Aenderung der Zeit zur Aenderung des Raumes bei einer Bewegung nicht das Nämliche bleibt.

Die Aenderung dieses Verhältnisses bei einer Bewegung hängt aber nur davon ab, daß der Atom oder jede andere Bewegungsganzheit, eine besondere untergeordnete in einer allgemeineren übergeordneten Bewegungsganzheit, und auch selbst eine allgemeine von untergeordneten Bewegungsganzheiten ist.

Denn nach §. 4 entsteht das Sich-Vereinigen oder Trennen, also die Bewegung einer Allgemeinheit von Besonderheiten, die auch selbst eine Besonderheit einer höheren Allgemeinheit ist, allmählig durch nacheinanderfolgende Vereinigungen und Trennungen, also Aufhebungen, der Bewegungen ihrer untergeordneten und nebengeordneten Besonderheiten. Der Uebergang der Ruhe einer Besonderheit in Bewegung geschieht also allmälig durch nach einanderfolgende Aufhebungen der Bewegungen anderer Besonderheiten mit ihr, im Sinne der Bewegung nach einer gewissen Richtung. Der Uebergang der Bewegung in Ruhe geschieht ebenso durch nacheinanderfolgende Aufhebungen der Bewegungen im Sinne der Ruhe, auf welche Art ebenso die Ruhe in Bewegung, wie auch die Bewegung in Ruhe allmälig übergeht. Begrifflich ist also jede vollständige Bewegung derart, daß das Verhältniß der Dauer der Bewegung zu dem zurückgelegten Wege nicht fortwährend das nämliche bleibt. — Indem wir aber die Atome als absolute Besonderheiten betrachten, so ist es konsequent beim Beziehen zweier in unendlich kleiner Entfernung von einander sich befindenden Atome nur auf einander, ohne Berücksichtigung also auch dessen, daß sie besondere von allgemeineren übergeordneten Bewegungsganzheiten sind, ihre Aneinander- und Auseinanderbewegung so zu nehmen, als wenn bei denselben das Verhältniß der Zeit zu dem während derselben zurückgelegten Wege stets das nämliche bliebe.

Diese Annahme begründet noch der Umstand, daß solche Bewegungen der Atome, ebenso wie die Atome selbst, in ihrer Verschiedenbeit uns ganz verschwinden.

Der Begriff des Verhältnisses der Zeit, zu dem während derselben zurückgelegten Wege, gibt den Begriff der Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeiten zweier Bewegungen, oder der nämlichen Bewegung in nacheinanderfolgenden Zeiten, sind gleich, wenn die Bewegungen

in der nämlichen Zeit die nämlichen Wege zurücklegen; — im entgegengesetzten Falle sind die Geschwindigkeiten ungleich, größer oder kleiner.

Da dieses Verhältniß bei jeder Bewegung veränderlich ist, so ist die Geschwindigkeit einer jeden Bewegung veränderlich. Eine solche Bewegung wird eine veränderliche oder ungleichförmige Bewegung genannt.

Geht eine veränderliche Bewegung aus der Ruhe in die Bewegung, so wird sie eine beschleunigte, und geht sie aus der Bewegung in die Ruhe so wird sie eine verzögerte genannt.

Der Begriff der Unveränderlichkeit des Verhältnisses der Zeit, zu dem, während derselben zurückgelegten Wege, gibt den Begriff der konstanten Geschwindigkeit. Eine solche Bewegung wird eine gleichförmige genannt. Die Bewegungsganzheiten oder Körper unterscheiden sich also, oder sind auch einander relativ entgegengesetzt, durch die verschiedene Geschwindigkeit und Veränderlichkeit dieser Geschwindigkeit, ebenso der ihnen als Ganzheiten, wie auch der ihren untergeordneten Besonderheiten jeder Unterordnung zukommenden Bewegungen.

4. Unterscheiden sich zwei Bewegungsganzheiten von einander durch die Anzahl ihrer untergeordneten besonderen Bewegungsganzheiten und zwar jeder Ordnung insbesondere.

5. Durch den Unterschied in dem inneren und äußeren Verhältnisse der Vereinigung und Trennung ihrer untergeordneten Besonderheiten unter einander und mit den danebenseienden, und zwar ebenso der Besonderheiten jeder Unterordnung insbesondere, wie auch der untergeordneten mit übergeordneten, oder umgekehrt.

Dieser Unterschied bezieht sich erstens auf das Maß, zweitens auf die Art der Vereinigung,

a) Eine Bewegungsganzheit oder ein Körper entsteht durch Vereinigung, also Aneinanderbewegung und Aufhebung, der untergeordneten Bewegungsganzheiten oder Körper, wodurch ihre besonderen Bewegungen in Ruhe übergehen.

So nimmt die entstehende Bewegungsganzheit oder Körper, je mehr er sich in sich vereinigt, bei der nämlichen Anzahl der untergeordneten Besonderheiten jeder Ordnung eine kleinere Stelle im Raume, einen kleineren Raum ein.

Es unterscheiden sich also verschiedene Körper und auch der nämliche in verschiedenen Zeittheilen durch die Größe des Raumes, den er einnimmt.

Der Raum, den ein Körper einnimmt, nur in Hinsicht auf Größe betrachtet, heißt Volum. Das Verhältniß der Anzahl der einen Körper bildenden Atome zur Größe des Volums des Körpers gibt den Begriff der Dichte.

Sowol die Dichte der verschiedenen Körper, als auch des nämlichen Körpers in verschiedenen Zeiten, ist verschieden. — Indem aber auch die

untergeordneten Besonderheiten eines Körpers in dem nämlichen Augenblicke in verschiedenen inneren und äußeren Verhältnissen der Vereinigung und Trennung sich befinden müssen, so ist auch die Dichte eines Körpers in dem nämlichen Zeitaugenblicke an verschiedenen Stellen nicht die nämliche.

Der Begriff einer gleichförmigen Dichte ist also nur die Grenze, auf welche die Unterschiede in den Dichten bezogen werden müssen.

Der Begriff der Dichte ist aber nicht der Begriff der Verbindung des untergeordneten Besonderen selbst, — in ihm ist nur das Maß des Nebeneinanderseins der Atome, nicht aber die sich verbindende und trennende Beziehung derselben und der übergeordneten Besonderheiten zu einander ausgesprochen.

Diese Verbindung wird unmittelbar durch das innere und äußere Verhältniß des Entgegengesetztseins der sich verbindenden Bewegungsganzheiten, und mittelbar durch die ganze Wechselbestimmung zwischen diesen besonderen Bewegungsganzheiten und dem absoluten Allgemeinen bestimmt. Inwiefern dieses innere und äußere Verhältniß verschieden ist, insofern ist das Maß dieser Verbindung verschieden, ist also bei dem nämlichen inneren Verhältnisse der sich Verbindenden noch von dem äußeren, und bei dem nämlichen Aeußeren noch von dem inneren Verhältnisse abhängig.

Da dieses Verhältniß überall und fortwährend sich ändert, so ist dieses Maß der Verbindung und Trennung, das Maß des Aneinanderhaftens des Besonderen, ebenso in verschiedenen Körpern, wie auch in dem nämlichen Körper an verschiedenen Stellen des Raumes und der Zeit verschieden.

Das Maß der Verbindung wird in einem besonderen bestimmten Falle offenbar durch die Bewegung gegeben, welche dem sich Verbindenden in dem der Verbindung entgegengesetzten Sinne, also in trennender Richtung, mitgetheilt werden muß, damit die Verbindung in Trennung übergehe.

Umgekehrt wird das Maß der Trennung, des Auseinandergehens, Spannung, durch diejenige Bewegung gegeben, welche den sich Trennenden im entgegengesetzten Sinne, also in der vereinigenden Richtung mitgetheilt werden muß, damit die Trennung in Vereinigung übergehe.

Die verschiedenen Verbindungszustände der Körper zerfallen nach den besonderen Begriffen des Ueberganges der Trennung in Vereinigung und des Ueberganges der Vereinigung in Trennung im Allgemeinen in drei Zustände

1. Der Zustand, in welchem die Aneinanderbewegung der Besonderheiten vorherscht, oder der Verbindungszustand, der durch das Vorherrschen der Aneinanderbewegung seiner untergeordneten Besonderheiten entstanden ist.

Um einen solchen Körper zu trennen, ist eine in trennender Richtung mitgetheilte Bewegung nöthig, welche seine, sowohl aus dem inneren Verhältnisse seiner Besonderheiten, als auch dem äußeren Verhältnisse der Umgebung, fließende Aneinanderbewegung aufheben und die entgegengesetzte

trennende Bewegung ertheilen möchte. Zur Trennung einer solchen Verbindung ist also die Mittheilung einer merklichen trennenden Bewegung erforderlich.

Umgekehrt ist zur weiteren Vereinigung eines solchen in der Vereinigung, Aneinanderbewegung, begriffenen Körpers eine kleine in ihrem Sinne ertheilte Bewegung hinlänglich. Ist aber bereits der Körper diesen durch Aneinanderbewegung, also Aufhebung der Bewegungen seiner Besonderheiten, entstehenden Verbindungszustand eingegangen, so ist die Ertheilung einer großen Bewegung im vereinigenden Sinne erforderlich, um eine weitere Vereinigung zu bewirken, — und die Möglichkeit dieser weiteren Vereinigung reicht nur zu einer Grenze, nach deren Ueberschreitung der Körper in vollständige Trennung in seine Besonderheiten übergehen muß, weil die Vereinigung ein sich Aufheben der sich Vereinigenden ist, das Aufheben aber selbst, der Uebergang der untergeordneten Besonderheiten in Trennung. Diese geht nun, so lange die Trennung nicht vollständig ist, fortwährend zurück in die Vereinigung der Besonderheiten, also Trennung der Allgemeinheiten (Elastizität) über, welche der Vereinigung entgegenwirkt, bis endlich die Trennung vollständig wird.

2. Der Zustand, in welchem die Auseinanderbewegung vorherrscht, oder der Verbindungszustand, der aus dem Vorherrschen der Auseinanderbewegung entstanden ist.

In diesem Falle läßt sich jede Bewegung im Sinne der Trennung der Besonderheiten bewirken. Da aber das Auseinandergehen der Besonderheiten des Körpers auch das Auseinandergehen der Besonderheiten der Umgebung zur Folge haben muß, so ist die Größe der durch die mitgetheilte trennende Bewegung bewirkten wirklichen Trennung von der Größe der Bewegung abhängig, welche das Auseinandergehen der Umgebung erfordert.

Umgekehrt ist, so lange das aus der Verbindung-Treten der Besonderheiten eines Körpers noch stattfindet, immer eine merkliche Bewegung in entgegengesetztem Sinne erforderlich, um die Besonderheiten des Körpers aus der auseinandergehenden in die aneinandergehende Bewegung zu bringen. Ist aber bereits der aus der Auseinanderbewegung fließende Verbindungszustand eingetreten, so reicht wiederum eine geringe vereinigende Bewegung zur Aneinandernäherung der Besonderheiten aus, weil in dem zersetzten Besonderen selbst, das Streben zur Verbindung, sich Aufheben zum Allgemeinen, vorkommt.

In dem Verbindungszustande, in welchem die Vereinigung bedeutend vorherrschend wird, geht die Bildung des Allgemeinen ihrer Grenze entgegen, von der es in Trennung, Zersetzung übergeht; wie in der Bildung des Verbindungszustandes, in welchem die Trennung bedeutend vorherrschend wird, die Bildung des Besonderen seiner Grenze entgegengeht, von welcher sie in Vereinigung, Bildung des Allgemeinen, übergeht.

3. Der eigentliche lebendige Zustand, in dem die Veränderung, das Entstehen, geschieht, muß der mittlere Zustand sein, in welchem weder die Trennung, noch die Vereinigung besonders vorherrscht. In diesem Zustande können die Besonderheiten ebenso in Auseinander- wie Aneinanderbewegung übergehen. Es kann aber den in diesem Verbindungszustande sich befindenden Körpern nur durch die von uns mitgetheilte trennende Bewegung leicht die Trennung, nicht aber durch die vereinigende Bewegung die Aneinanderbewegung leicht mitgetheilt werden. Denn der Uebergang in die größere Verbindung ist Uebergang des Körpers in eine feste Form, welche diesem Körper noch nicht eigen ist, und nur durch die weitere Aufhebung der Bewegung seiner untergeordneten Besonderheiten geschehen kann. In einem jeden, in diesem Zustande sich befindenden Körper ist aber schon die Form bestimmt, in welche er nur übergehen kann; — nicht also eine beliebige, demselben mitgetheilte Bewegung kann ihn zu einer weiteren Vereinigung, Aufhebung der Bewegungen seiner Besonderheiten, bringen, sondern nur diese, welche im Sinne dieser Form wirken möchte.

Die Besonderheiten eines in diesem Verbindungszustande sich verbindenden Körpers haben, indem sie noch das Aufheben ihrer Bewegungen nicht eingegangen sind, eine große selbstständige Bewegung, welche durch Aufhebung gegen andere ihnen benommen werden muß, was durch Anwendung des Druckes eines festen sie allseitig umschließenden Körpers darum nicht leicht geschehen kann, weil das in dem festen Körper aufgehobene Besondere diese Bewegungen nicht leicht aufzunehmen im Stande ist. Diese Aufhebung bedürfte ebenso unaufgehobener besonderer Bewegungen, die da nicht vorkommen.

Endlich ist jedes Aufheben selbst ein Uebergang des untergeordneten Besonderen in Trennung, welche hier, so lange der Körper die ihm eigenthümliche Form nicht eingegangen ist, das einzige Resultat der gegen denselben angewandten vereinigenden Bewegung sein muß. Diese also, durch die vereinigende Bewegung angeregte Trennung der Besonderheiten leistet der Vereinigung einen nicht zu bekämpfenden Widerstand.

Haben aber die Besonderheiten des Körpers durch die auf denselben angewandte vereinigende Bewegung den nöthigen Verlust der selbstständigen Bewegung erlitten, und sind sie dadurch die dem Körper eigenthümliche Form eingegangen, so verändert der Körper seinen Verbindungszustand in den festen.

Diese drei Verbindungszustände muß man ebenso in den Verbindungen der ersten, wie auch jenen der zweiten Ordnung und den durch diese Verbindungen entstehenden Körpern besonders unterscheiden.

Wegen begrenzter Sphäre unserer Anschauung verschwinden uns diese Verbindungszustände in den untergeordnetsten Vereinigungen, wir sehen da

nur den Uebergang in Entgegengesetztes, Besonderes, und Uebergang dieses Entgegengesetzten, Getrennten, Besonderen, in die Vereinigung.

Nur an dem in die Sphäre unserer Anschauung gänzlich Fallenden, d. i. an den Körpern im engeren Sinne, können wir alle diese Verbindungszustände sehen.

Diese Verbindungszustände werden hier Aggregationszustände gegannt.

Der Aggregationszustand der Körper, in welchem das Auseinandergehen der Besonderheiten vorherrscht, das Besondere in gänzlicher Trennung erscheint, wird ausdehnsam.

Jener, in welchem die Aneinderbewegung vorherrscht, und die Bewegungen der Besonderheiten aufgehoben erscheinen, wird fest, — und jener, in welchem ein Gleichgewicht zwischen dem Auseinander- und Aneinandergehen der Besonderheiten, eine Mitte zwischen dem Aufgehoben- und Nichtaufgehobensein der selbstständigen Bewegungen der Besonderheiten stattfindet, wird flüssig genannt.

Ein fester Körper, zu dessen Trennung eine bedeutende Kraft erforderlich ist, heißt hart; jener, zu dessen Trennung eine unbedeutende Kraft genügt, heißt weich.

Jeder Körper geht in seinem Entstehen und Vergehen diese Verbindungszustände durch, oder kann sie durchgehen.

Da jede Vereinigung zurück in die entsprechende Trennung und umgekehrt die Trennung zurück in Vereinigung übergeht, und außerdem das Aufheben des Uebergeordneten eine Trennung desselben in das Untergeordnete oder umgekehrt ist, so geschieht die Aufhebung der Bewegungen der übergeordneten Bewegungsganzheiten, die immer durch untergeordnete Bewegungsganzheiten vorsichgeht, auf diese Art, daß dabei die untergeordneten Bewegungsganzheiten fortwährend in Trennung und von dieser wieder in Zurückvereinigung, welche eine Zurücktrennung der übergeordneten sich aufhebenden Bewegungsganzheiten ist, übergehen, was so lange geschieht, bis die aufhebende Bewegung der übergeordneten Bewegungsganzheiten nicht die vollständige Trennung derselben in die untergeordneten Bewegungsganzheiten nach sich zieht.

Der Rückgang der sich aufhebenden Bewegung in die entgegengesetzte wird Elastizität genannt.

Indem ebenso die einzelnen Körper für sich, wie auch jeder Körper in seinen verschiedenen Verbindungszuständen und seinen besonderen Theilen in einem anderen inneren Verhältnisse der Verbindung und Aufhebung der untergeordneten Bewegungsganzheiten sich befindet, so ist sowol bei verschiedenen Körpern, wie auch bei dem nämlichen in seinen besonderen Theilen und seinen besonderen Verbindungszuständen dieses Vermögen des Ueberganges der aufhebenden Bewegung in die entgegengesetzte, oder das Maß

der Elastizität verschieden, und zwischen den Grenzen des vollständigen Rückganges der sich aufhebenden Bewegungen in die entgegengesetzten, und des absolut keinen Rückganges, wenn nämlich durch die aufhebende Vereinigung die vollständige Trennung in die untergeordneten Besonderheiten der sich aufhebenden Bewegungen geschieht, eingeschlossen.

Gehen die durch die Vereinigung oder Trennung eines Körpers in Trennung übergangenen Besonderheiten ihre vorige Verbindung vollständig ein, so geht die vereinigende oder trennende Bewegung vollständig in die entgegengesetzte über, der Körper ist dann vollkommen elastisch.

Gehen die getrennten Besonderheiten nicht vollständig ihre vorige Verbindung ein, indem sie theilweise in Trennung verbleiben und andere Verbindungen untereinander eingehen, so ist der Körper unvollkommen elastisch. Behält der Körper durch das Eingehen anderer Verbindungen durch seine Besonderheiten die seiner Vereinigung oder Trennung entsprechende von der vorigen unterschiedene Form bei, so heißt er dehnbar.

Gerathen aber seine Theile vollständig in Trennung, ohne weder die vorige, noch eine andere Form einzugehen, so ist er weder elastisch noch dehnbar.

Es ist einleuchtend, daß jeder Körper in seinen verschiedenen Verbindungszuständen alle diese Grade der Elastizität besitzt, und ebenso, daß jeder für sehr geringe Veränderungen seines Zustandes vollkommen, für große, gar nicht elastisch noch dehnbar ist.

Uebergeht ein fester Körper schon bei kleiner Veränderung seines Verbindungszustandes vollständig in Trennung, so heißt er spröde.

Dieß im Allgemeinen über die Unterschiede in dem Maße der Vereinigung und Trennung der Bewegungsganzheiten oder Körper; das zweite sind die Unterschiede in der inneren und äußeren Form der Verbindungen derselben.

b) In dem durchgeführten reinen Allgemeinbegriffe haben wir gesehen, daß das Bestehende im Allgemeinen als ein fortwährendes Herausbilden aus dem Ununterschiedenen, Stetigen, Einen, eines immermehr herausgetrennten Allgemeinen von Besonderem, zu erfassen ist. Die immer größere Heraustrennung des Allgemeinen von Besonderem erscheint als der dem Bestehenden immanente Zweck, welchen es verfolgt.

So ist das Bestehende ein Nacheinander-Nebeneinanderwerden von unendlichen einander verschiedenen Allgemeinheiten von Besonderheiten, Bewegungsganzheiten oder Formen, deren jede ein Mittelglied einer weiteren, größeren Heraustrennung, Herausbildung, des Allgemeinen von Besonderem ist.

In dieser allgemeinen geschichtlichen Entwickelung des Bestehenden wurden nun, so wie in dem Entstehen eines jeden Allgemeinen von Besonderem, drei Epochen unterschieden, deren erste dem Gleichartigen und dem

aus demselben entstehenden Entgegengesetzten, die zweite der Einheit des Entgegengesetzten und dem aus demselben entstehenden Besonderen, — die dritte der Einheit des Besonderen, also dem Allgemeinen von Besonderem entspricht.

Die erste Epoche ist in dem entwickelten reinen Allgemeinbegriff als unmittelbarer einfacher Uebergang des Gleichartigen in das Entgegengesetzte, unmittelbare Vereinigung des Entgegengesetzten zu Besonderem, der Verbindung der ersten Ordnung, und Vereinigung des Besonderen zum Allgemeinen, zur einfachen Verbindung der zweiten Ordnung, bestimmt. Das innere Verhältniß des zum Besonderen vereinigten Entgegengesetzten, oder der Verbindung der ersten Ordnung, wie auch des zum Allgemeinen verbundenen Besonderen, oder der Verbindung der zweiten Ordnung, ist das nämliche, wie das äußere Verhältniß dieser sich verbindenden Entgegengesetzten oder Besonderen, mit anderem außer dem Besonderen, der Verbindung der 1. Ordnung, oder dem Allgemeinen, der Verbindung der zweiten Ordnung, bestehenden Entgegengesetzten oder Besonderen. Der Unterschied der inneren Verbindung von der äußeren liegt nur im Unterschiede des Maßes des sich Aufhebens, und wechselt darum fortwährend, die Verbindungen der ersten und zweiten Ordnung entstehen und vergeben allsogleich, daß andere entstehen. Das mehr Aufgehobene, Ausgeglichene, erscheint hier wegen der Gleichmäßigkeit der Aufhebung nur als Stetiges, das weniger Ausgeglichene als Diskretes: Allgemeinheit ist hier nichts mehr als innere und äußere durch Aufgehobensein entstehende Stetigkeit, — Besonderheit, nur Unterschiedensein, Diskretion, Trennung, welche sich nicht erhalten können, fortwährend wechseln, so daß diese Epoche vorwiegend nur das Bilden des Entgegengesetzten und die Vorbereitung des sich Erhaltens der Einheit des Entgegengesetzten ist. Offenbar ein Zustand, welcher unserer unorganischen Natur entspricht. — Die innere und äußere Verbindung der Bewegungsganzheiten, also der Verbindungen der ersten und zweiten Ordnung, ist die nämliche Auseinanderbewegung und Aneinanderbewegung ihrer untergeordneten Bewegungsganzheiten.

Beziehen wir nur zwei aus einer Trennung herausgehende und sich mit einander verbindende Besonderheiten rein aufeinander, so ist ihre Bewegung nur rein die Bewegung der beiden aneinander, jede bewegt sich gegen die andere, also gegen die Stelle, und wenn es verschwindende Besonderheiten sind, gegen den Punkt im Raume, welchen die andere einnimmt. Eine gegen den nämlichen Punkt im Raume geschehende Bewegung wird geradlinig, die gerade Linie, nach welcher die Bewegung geschieht, die Richtung der Bewegung, und der zurückgelegte Raum der Weg genannt.

Die Bewegung einer jeden wird nach dem vorigen, indem sie ein Uebergang aus der Ruhe in Bewegung und aus der Bewegung in Ruhe sein muß, eine beschleunigte, welche in eine verzögerte übergeht. Nehmen

wir nun diese Bewegung, so wie sie einer vollständigen Veränderung, welche ein Uebergang in Trennung und Vereinigung mit Anderem, und Rückgang in Trennung die Zurückvereinigung ist, entspricht, so ist sie eine beschleunigte, welche in eine verzögerte bis zur Ruhe übergeht und nach entgegengesetzter Richtung zurück eine beschleunigte, welche in eine verzögerte bis zur Ruhe übergeht. Eine solche Bewegung wird eine schwingende genannt. Die vollständige Bewegung einer Besonderheit, nur rein in Bezug auf eine andere genommen, ist also eine schwingende Bewegung.

Nehmen wir aber eine Besonderheit, eine Bewegungsganzheit, als Besonderheit einer übergeordneten Bewegungsganzheit, die wiederum für sich in einer selbständigen sich nach Richtung, Geschwindigkeit, Beschleunigung und den beschriebenen Weg von der vorigen relativ unterscheidenden Bewegung begriffen ist, und berücksichtigen wir, daß die untergeordnete Besonderheit außer ihrer eigenen auch diese Bewegung theilen muß, so sehen wir, daß die Bewegung dieser untergeordneten Besonderheit nach zwei Richtungen zugleich geschehen, und nach beiden auf verschiedene Art schwingend sein muß.

Geschieht eine Bewegung nach zwei Richtungen zugleich, so wird sie eine krummlinige der ersten Ordnung genannt. Die Bewegung der Besonderheit ist also krummlinig und nach zwei Richtungen auf verschiedene Art schwingend. Sollte die Besonderheit zu dem nämlichen Punkte im Raume zurückkehren, von dem sie herausgegangen war, so heißt ihre Bewegung eine krummlinige in sich selbst zurückkehrende.

Indem nun die hier besprochene übergeordnete Besonderheit wiederum eine untergeordnete einer weiter übergeordneten ist, welche letztere wiederum eine selbstständige nach Richtung, Geschwindigkeit, Beschleunigung und den beschriebenen Weg von jenen der vorigen sich unterscheidende Bewegung hat, — und ihre Richtung nicht nur nicht nothwendig innerhalb der Ebene der Krümmung der früher entwickelten Bewegung bleiben, sondern im Gegentheil außer derselben heraustreten muß, und die beiden untergeordneten Besonderheiten diese Bewegungen theilen müssen, so geschieht die Bewegung der untergeordnetsten Besonderheit nach drei Richtungen zugleich. Eine solche Bewegung wird eine krummlinige der zweiten Ordnung, oder von doppelter Krümmung genannt; sie ist zugleich in der Vollständigkeit genommen, nach drei Richtungen schwingend.

Ebenso theilt diese untergeordnetste Besonderheit, wie auch die übergeordneten, die Bewegungen der weiter übergeordneten. Dieß ändert die Richtung, Geschwindigkeit ihrer Bewegungen, die Bewegung der untergeordnetsten Besonderheit bleibt aber eine krummlinige Bewegung der zweiten Ordnung, oder von doppelter Krümmung, weil sie nicht mehr als zwei Krümmungen haben kann — u. s. w.

Daraus entnehmen wir, daß jede Bewegung, wie sie wirklich im Raume geschieht, von doppelter Krümmung und in ihrer Vollständigkeit nach drei Richtungen schwingend sein muß. Die Zeitpunkte aber, in welchen die Bewegungen nach den drei Richtungen des Raumes zum Maximum der Geschwindigkeit oder zur Ruhe gelangen, stimmen nicht miteinander überein, so daß während die Bewegung in einer Richtung sich ihrem Maximum nähert, sie in den anderen Richtungen auf einem anderen Standpunkte des Ueberganges der Ruhe in Bewegung oder der Bewegung in Ruhe, oder in Bezug auf eine Richtung ganz in Ruhe sich befindet.

Die Ruhe kann nur relativ bestehen, nämlich nur in Bezug auf gewisse Besonderheiten und gewisse Richtungen des Raumes. Ebenso sehen wir, daß wir keine wirklich bestehende Bewegung so bestimmen können, wie sie in der Wirklichkeit, d. i. absolut im Raume selbst besteht, indem nämlich jede Besonderheit außer ihrer, ihr als solcher zukommenden Bewegung, auch die Bewegungen aller übergeordneten Besonderheiten, also auch derjenigen, deren Bewegungen außer die Sphäre unserer Anschauung fallen, uns verschwinden, theilt. So ist z. B. die Bewegung bei einem vertikalen Wurf nach oben, die wir als eine geradlinige zuerst, d. i.: so lange das Geworfene noch in unserer Hand sich befindet, eine beschleunigte, hierauf eine verzögerte bis zur Ruhe, und dann wiederum eine beschleunigte und verzögerte Bewegung betrachten, nur in Bezug auf diese, dem Geworfenen als einem Besonderen allein eigene Bewegung geradlinig. Absolut aber ist sie nicht geradlinig, weil sie außer dieser ihrer eigenen Bewegung noch die Bewegung ihrer übergeordneten Allgemeinheit, nämlich die Bewegung der Erde theilt. Außer der vorigen Bewegung beschreibt das Geworfene also noch eine krummlinige Bewegung, welche nicht fortwährend in der nämlichen Ebene bleibt, und so ist sie eine Bewegung von doppelter Krümmung, welche nur für den Fall, daß die Abweichung der krummlinigen Bewegung aus der gemeinschaftlichen Ebene mit der vertikalen verschwindend klein ist, als einfach krummlinig betrachtet werden kann.

Die Erde theilt aber weiter die Bewegung des Planetensystems, die uns verschwindet, deren Antheil wir also nicht bestimmen können.

So können wir die Bewegung einer jeden Besonderheit nur in Bezug auf sie selbst, wenn sie uns nicht verschwindet, und auf die für uns nicht verschwindenden Bewegungen der übergeordneten Bewegungsganzheiten, nicht aber wie sie absolut im Raume geschieht, bestimmen. Auf diese Art entsteht nun die Bildung der entgegengesetzten Bewegungsganzheiten, welche nach allen oben bezeichneten Unterschieden einander immer mehr entgegengesetzt werden, die Bewegungen immer mehr krummlinig, veränderlich werden, jedoch innerhalb der ersten Entwickelungsepoche das innere Verhältniß der sich zum Besonderen und Allgemeinen verbindenden untergeordneten

Bewegungsganzheiten immer das nämliche wie das äußere Verhältniß, eine Aneinander- und Auseinanderbewegung ist.

In den Unterschieden der Aneinander- und Auseinanderbewegung und den verschiedenen äußeren Verhältnissen ist der Unterschied der verschiedenen inneren und äußeren Form der unorganischen Körper zu suchen.

2. Die zweite Epoche entspricht der Einheit des Entgegengesetzten, also dem durch die Einheit des Entgegengesetzten, entstehenden Besonderen. Die Besonderheit wird zu einer sich selbst aufhebenden Einheit des Entgegengesetzten, wodurch eben die einzelnen in derselben vorhandenen Entgegengesetzten nicht fortwährend nach Außen sich aufheben müssen, weil dieß Aufheben innerhalb der Besonderheit selbst geschehen kann, in Folge dessen die Besonderheit in Einheit mit sich und größerer Abtrennung von anderem außer ihr Seienden sich erhält. Das gleiche innere und äußere Verhältniß wird unterbrochen, das Besondere erscheint vorwiegend als Ganzes in sich, als Besonderes.

Die Besonderheit tritt noch als Ganzheit nach Außen mit anderen ihr nebengeordneten Besonderheiten sich ausgleichend nicht auf, wodurch sich diese Besonderheiten mit einander zum Allgemeinen, zum gemeinschaftlichen Auftreten nach Außen nicht verbinden, sondern jede für sich als Ganzheit in Trennung von der anderen besteht, keine aus sich als Ganzheit heraustritt, ihre Lage gegen die andere im Raume verändert.

Indem aber jedes Bestehende nur durch Wechselvereinigung und Wechseltrennung mit dem absoluten Allgemeinen durch das dasselbe zunächst Umgebende entsteht und vergeht; so kann auch dieses Besondere ohne diese Wechselvereinigung, welche eine Trennung von Anderem ist, und umgekehrt ohne Wechseltrennung, welche Vereinigung mit Anderem ist, nicht bestehen. Diese Wechselvereinigung und Wechseltrennung bildet ihr Entstehen und Vergehen, sowie das Entstehen und Vergehen von jedem Bestehenden.

Da die Besonderheit nach Außen als Ganzheit nicht auftritt, so muß diese ihre Wechselvereinigung, die Wechseltrennung ist, und Wechseltrennung die Wechselvereinigung ist, durch ihre untergeordnete Besonderheiten geschehen.

Inwiefern die Besonderheit durch ihre in sich Verbindung und Abtrennung von Anderem die Einheit, die in der Stetigkeit liegt, unterbrochen hat, insofern muß hier die Zurückverbindung mit Anderem stattfinden. Das Maß und die Art der Trennung bestimmen das Maß und die Art der Zurückvereinigung. Das gleichmäßige innere und äußere Verhältniß ist unterbrochen, die Besonderheit hat sich zu einer abgeschlossenen Ganzheit in sich abgetrennt, folglich kann die Zurückvereinigung ihrer untergeordneten Besonderheiten mit anderen nicht einfache Aneinaderbewegung sein, sondern durch die Aneinanderbewegung eine Aufnahme derselben in sich und

ebenso die Trennung durch die Auseinanderbewegung eine Ausscheidung aus sich.

Die Wechselvereinigung, welche eine Wechseltrennung ist und die Wechseltrennung, welche eine Wechselvereinigung ist, ist hier eine fortwährende Aufnahme von Anderem außer der Besonderheit Bestehenden durch die untergeordneten Besonderheiten und fortwährende Ausscheidung des Aufgenommenen.

Das Aufgenommene wird innerhalb der Besonderheit von derselben aufgehoben, ausgeglichen, in die Form der Besonderheit selbst verwandelt, assimilirt.

So lange die Aufnahme über die Ausscheidung, also die Assimilation vorherrscht, ist die Besonderheit im Entstehen begriffen, nimmt eine größere Stelle im Nebeneinandersein, im Raume, ein. Bekommt die Ausscheidung über die Aufnahme das Uebergewicht, so ist die Besonderheit im Vergehen begriffen, bis sie bei vollständiger in sich Trennung als solche gänzlich aus der Erscheinung tritt. Dieß ist offenbar das organische Leben der Pflanzenwelt. Die Pflanze, eigentlich die Pflanzenzelle, die den obigen Bestimmungen entsprechend, so wie die Pflanze, für sich eine Ganzheit, die Pflanze selbst ist, muß also als eine sich in sich aufhebende Einheit der Entgegengesetzten Bewegungen, folglich als eine sich in sich bewegende Ganzheit erfaßt werden.

Ihr inneres Verhältniß ist nicht die einfache Aneinander- und Auseinanderbewegung des untergeordneten Besonderen, wie in der unorganischen Natur, sondern eine Bewegung in sich herum; — das äußere Verhältniß ist ebenso keine einfache Aneinander- und Auseinanderbewegung, sondern in sich Aufnehmen und aus sich Ausscheiden.

Die Form dieser in sich Bewegung der Pflanzenzelle ist, in Einheit mit der Art des äußeren Verhältnisses derselben, die Form der Pflanzenzelle und damit auch die Form der Pflanze selbst. In dem Unterschiede dieser inneren Bewegung und des äußeren Verhältnisses liegt der Unterschied der einzelnen Pflanzen von einander. Das ganze Pflanzenreich ist ein geschichtlicher Fortschritt der größeren Herausbildung dieser Form, von der geringsten vom unorganischen am wenigsten unterschiedenen angefangen, bis zum Uebergang in die animalische Form, so wie das unorganische selbst ein geschichtlicher Fortschritt zum Organischen ist. Zwischen dem Unorganischen und Organischen ist kein Sprung, die Form des Unorganischen nähert sich in den letzten Gebilden desselben der Form des Organischen, dieß sehen wir im Großen in der Form der Einheit des ganzen Planetensystems, wo nicht die einfache Aneinander- und Auseinanderbewegung, sondern die, der sich in sich aufhebenden Einheit des entgegengesetzten Bewegungen entsprechende, sich in sich und um sich Bewegung stattfindet.

Das Entstehen der Pflanzenwelt bedingt das Vorhandensein dieser planetarischen Verbindung.

3. Die dritte Epoche entspricht der vollkommenen Herausbildung des Allgemeinen von Besonderem. Das Besondere tritt als Ganzes aus sich selbst heraus, um mit Anderem sich ausgleichend, mit demselben zum Allgemeinen, zum gemeinschaftlichen Auftreten nach Außen, sich zu verbinden. Die Besonderheit war in der zweiten Entwickelungsperiode an eine Stelle in Nebeneinandersein, im Raume, gebunden, und darum von der Stetigkeit nicht vollständig herausgetrennt, herausgeworfen. Indem sie in dieser Entwickelungsperiode als Ganzheit an eine Stelle im Raume nicht gebunden wird, sondern aus derselben heraustritt, vervollständigt sich erstens die Austrennung derselben aus der Stetigkeit, die Befreiung aus der unmittelbaren Verbindung mit dem außer derselben Seienden, und zweitens die gänzliche Vereinigung in sich zur Ganzheit, zu einer sich in sich Bewegung, die zugleich die Bewegung derselben als Ganzheit nach Außen ist.

Indem hier die sich in sich Bewegung zugleich ein Auftreten der Besonderheit als Ganzheit nach Außen ist, so ist sie von einer solchen Bewegung der Pflanze wesentlich unterschieden. Die sich in sich Bewegung koncentrirt sich hier fortwährend zur Einheit der aus sich Bewegung der Besonderheit als Ganzheit, oder die Besonderheit bewegt sich aus sich selbst, durch innere sich in sich Bewegung, als Ganzheit nach Außen. Die in sich Vereinigung ist hier zur Vollständigkeit gebracht. Das untergeordnete Besondere das in der Pflanze in Abtrennung für sich als Ganzheit da stand, ist von dieser Trennung in Vereinigung, sich Aufheben zur Ganzheit übergangen, das Besondere, welches vornehmlich ein Besonderes von Besonderem war ist hier erst vollständig zum Allgemeinen von Besonderem zum vollständigen Organismus geworden; das animalische Leben.

Indem aber die übergeordnete Vereinigung (die Vereinigung der zweiten Ordnung) zugleich eine Trennung der sich Vereinigenden, welche schon in sich die Einheit des Entgegengesetzten sind (Verbindungen der ersten Ordnung) in dieses Entgegengesetzte selbst ist; so geschieht bei diesem Uebergange des Besonderen in das Allgemeine, der Pflanzenwelt in die animalische, die Trennung desselben in das Entgegengesetzte, das Männliche und Weibliche.

In denjenigen Pflanzen selbst, welche den Uebergang in das Animalische vermitteln, beginnt schon diese Trennung.

In der animalischen Welt ist also schon das untergeordnetste Besondere, nämlich das ursprüngliche Entgegengesetzte, das Männliche für sich, und das Weibliche für sich, eine Allgemeinheit von untergeordneten Besonderheiten in einer Abtrennung von einander.

Entsprechend dieser Abtrennung des Thieres von dem absoluten Allgemeinen muß nun wiederum die Zurückvereinigung desselben mit dieser

Allgemeinheit durch die nächste Umgebung geschehen, durch welche Wechselvereinigung, die zugleich Wechseltrennung von Anderem ist, das Thier entsteht und vergeht. Das Thier vereinigt sich durch selbstständige Bewegung mit dem Außerihmseienden, nimmt das Außerihmseiende in sich auf, und scheidet ebenso verbrauchte Theile aus sich aus.

Indem aber im Vergehen ein fortwährender Rückgang bis zum Ursprünglichen geschieht, so muß im Thiere ein fortwährendes Entstehen aus dem Unorganischen des organischen Pflanzen- und Thierlebens, und Rückgang von diesem in das Unorganische stattfinden. So muß auch an den Thieren jede den vorigen entsprechende Art der Wechselvereinigung und Wechseltrennung mit dem außer ihnen Seienden stattfinden. Ihre besonderen Theile stehen auch im Verhältnisse der Vereinigung und Trennung durch einfache Aneinander- und Auseinanderbewegung wie im Unorganischen, wie auch im Verhältnisse der in sich Aufnahme und Ausscheidung nicht durch selbstständige sich aus sich Bewegung als Ganzheit, sondern, wie bei der Pflanze, durch ihre untergeordneten Besonderheiten.

Eben so muß das Thier, das Männliche, mit seinem ursprünglich Entgegengesetzten, dem Weiblichen, durch selbstständige Bewegung als Ganzheit sich vereinigen, wodurch die Fortbildung des Allgemeinen, der Gattung, des ganzen Thierreiches geschieht.

Auf diese Art entwickelt sich die unendliche Anzahl der Thiere, die sich von einander durch innere Art der in sich Vereinigung und die äußere der Vereinigung mit dem außer ihnen Seienden, und dadurch überhaupt durch die innere und äußere Form, unterscheiden.

In ihrer unmittelbaren Herausbildung aus dem Pflanzenleben unterscheiden sie sich von jenem am wenigsten. Die innere Vereinigung zur Ganzheit, und das Abtrennen von dem Außerihnenseienden, also die Selbstständigkeit, die selbstständige sich aus sich Bewegung, ist da noch verschwindend. In der weiteren Herausbildung der Thiere bildet sich fortwährend die größere Abtrennung aus der unmittelbaren Verbindung, die größere in sich Vereinigung zur Selbstständigkeit, zur selbstständigen sich aus sich Bewegung als Ganzheit, — sich aus sich selbst Bestimmung zur Bewegung, zur Vereinigung und Trennung, welche Selbstbestimmung in ihrer Vollständigkeit als Freiheit bei den Menschen erst stattfindet.

Da aber das Entstehen von jedem Allgemeinen von Besonderem durch fortwährendes Vergehen, fortwährenden Rückgang zum Ursprünglichen, Einen, geschieht; so sind in jedem Momente der Entwickelungsgeschichte des Allgemeinen von Besonderem nicht nur die jenem Momente entsprechenden Gebilde vorhanden, sondern auch diejenigen, welche den vorhergehenden Entwickelungsstufen entsprechen.

So finden wir jetzt ebenso das unorganische, wie auch das Pflanzen- und Thierreich, in unendlicher Mannigfaltigkeit, unendlich mannichfaltigen Stufen der Ausbildung.

§. 15. So haben wir die wesentlichen Unterschiede der Bewegungsganzheiten von einander, also das, wodurch sie einander relativ entgegengesetzt sind (weil Unterschiedensein und relatives Entgegengesetztsein das Nämliche bedeuten) entwickelt. Die Bewegungsganzheiten sind daher einander relativ entgegengesetzt:

I. 1) Durch die relativ entgegengesetzten Richtungen der ihnen als Ganzen zukommenden Bewegungen.

Die absoluten Grenzbegriffe des Entgegengesetztseins der Richtungen sind:

a. Die absolut übereinstimmenden Richtungen der Bewegungen.

b. Die absolut entgegengesetzten Richtungen.

2) Durch die Größe der Geschwindigkeit der Bewegungen.

Die absoluten Grenzbegriffe sind:

a. Die absolute Ruhe,

b. die unendlich große Geschwindigkeit.

3) Durch die Veränderlichkeit ihrer Geschwindigkeiten.

Die Grenzbegriffe sind:

a. die absolut gleichförmige Geschwindigkeit,

b. die absolut veränderliche Geschwindigkeit, in welcher selbst in den geringsten Theilen derselben keine Gleichförmigkeit stattfindet; also die kontinuirlich veränderliche Geschwindigkeit. Die eigentlich relativ veränderliche Geschwindigkeit ist diese, wo die Veränderung nicht absolut kontinuirlich, sondern in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken erfolgt. Diese ist die eigentlich im Bestehenden wirklich vorhandene Veränderung der Geschwindigkeit, weil diese Veränderung durch Aufhebung einer Bewegung mit Bewegungen der nacheinanderfolgenden Besonderheiten, und nicht mit einem absolut Kontinuirlichen geschieht.

4) Durch die Veränderlichkeit der Richtungen der Bewegungen.

Die Grenzbegriffe sind:

a. Die absolute Unveränderlichkeit der Richtung der Bewegung, d. i. die absolut geradlinige Bewegung.

b. Die absolute Veränderlicheit, also die kontinuirliche Veränderlichkeit der Richtung, d. i. die krummlinige Bewegung. Die eigentliche relative Veränderlichkeit der Richtung ist die in verschwindend kleinen Zeitaugenblicken nacheinanderfolgende Veränderung der Richtung, also die Bewegung in gebrochener Linie.

Diese ist die eigentlich im Bestehenden wirklich vorhandene Bewegung weil die Veränderung der Richtung durch nacheinanderfolgende Aufhebung

einer Bewegung mit Bewegungen der nacheinanderfolgenden Besonderheiten, und nicht mit einem absolut Kontinuirlichen geschieht.

II. Durch die nämlichen Unterschiede in den selbstständigen Bewegungen der der Bewegungsganzheit untergeordneten besonderen Bewegungsganzheiten u. z. jeder Ordnung.

III. Durch die Anzahl ihrer untergeordneten besonderen Bewegungsganzheiten u. z. jeder Ordnung insbesondere.

IV. Durch den Unterschied in der inneren und äußeren Vereinigung und Trennung ihrer untergeordneten Besonderheiten jeder Ordnung u. z.

1) In Bezug auf das Maß dieser Vereinigung und Trennung, nach welchem die Bewegungsganzheiten oder Körper

a. in feste,
b. ausdehnsame und
c. flüßige zerfallen,

welche Verbindungszustände jedoch nicht bloß für die Körper im engerem Sinne, sondern auch für jede verschwindende Verbindungen der ersten und zweiten Ordnung gelten. Hieran schließt sich der Unterschied in der Elastizität.

2) In Bezug auf die Art der inneren und äußeren Vereinigung, nach welcher die Körper:

a. in unorganische,
b. organische Pflanzenkörper und
c. organischthierische Körper zerfallen.

§. 16 Indem nun die Bewegungsganzheiten oder Körper durch alle diese Unterschiede einander relativ entgegengesetzt sind, so ist in dem Aufheben der Bewegungsganzheiten das Aufheben nach allen diesen Unterschieden vorhanden.

Die Untersuchung des allgemeinen Gesetzes des sich Aufhebens der Bewegungsganzheiten muß also durch die Untersuchung der besonderen Gesetze des sich Aufhebens derselben einzeln nach diesen besonderen Unterschieden geschehen.

In der Entwickelung dieser Unterschiede ist also der Weg, welchen diese Untersuchung gehen muß, gegeben.

Sie muß:

1) Mit der Untersuchung des sich Aufhebens der Bewegungen der Körper, die ihnen als Ganzheiten allein zukommen, beginnen. Jeder andere Unterschied muß unberücksichtigt gelassen werden, also der Körper als absolute, keinen Unterschied in sich habende Einzelnheit, und seine Bewegung als absolut einfache keinen Unterschied in sich habende, also gleichförmige geradlinige, Bewegung betrachtet werden. Man muß also offenbar in jeder Beziehung von den Grenzbegriffen anfangen mit der Untersuchung der Auf-

hebung verschwindender geradliniger und gleichförmiger Bewegungen von gleicher Geschwindigkeit und absolut übereinstimmenden oder absolut entgegengesetzten Richtungen der verschwindenden absoluten Einzelheiten (Atome, mathematische Punkte) beginnen. Der unmittelbare Anfang ist die Untersuchung der Aufhebung der Bewegungen zweier solchen Einzelnheiten, worauf die Untersuchung der nacheinanderfolgenden Aufhebung der Bewegung einer solchen Einzelnheit durch die absolut übereinstimmenden und absolut entgegengesetzten Bewegungen mehrer solcher Einzelnheiten geschehen muß, woraus die Art und die Gesetze der der Geschwindigkeit nach veränderlichen Bewegungen sich ergeben müssen.

2) Von der Grenze der der Richtung nach absolut übereinstimmenden oder absolut entgegengesetzten Bewegungen muß der Uebergang zur Untersuchung des sich Aufhebens der Bewegungen von relativ entgegengesetzter Richtung geschehen, und ebenso wie früher mit der Untersuchung der Aufhebung der gleichförmigen und geradlinigen Bewegungen zweier verschwindenden absoluten Einzelnheiten beginnen, und daraus zur Untersuchung der Aufhebung zweier veränderlichen Bewegungen und zur Untersuchung von mehren relativ entgegengesetzten zuerst gleichförmigen und dann ungleichförmigen Bewegungen übergangen werden, woraus die Art und die Gesetze der aus dieser Aufhebung erfolgenden geradlinigen und krummlinigen Bewegungen sich ergeben werden.

3) Diesem muß die Untersuchung der Aufhebung der Bewegungsganzheiten nach dem Unterschiede der Vielheit der ihnen untergeordneten Besonderheiten folgen. Die Körper werden da nur als Vielheiten miteinander gleich und unveränderlich verbundener Besonderheiten (Atome) betrachtet.

4) Daraus kommen wir auf die Betrachtung der Bewegungsganzheiten als das was sie wirklich sind, nämlich als Allgemeinheiten von untergeordneten Besonderheiten (Berücksichtigung der Elastizität ꝛc.), und suchen das Gesetz ihrer Ausgleichung als solcher, wodurch wir erst das eigentliche allgemeine Gesetz der Aufhebung der Bewegungsganzheiten in seiner Vollständigkeit erhalten. Nur dieses Gesetz entspricht vollständig der im Bestehenden wirklich erfolgenden Aufhebung. Bei der Entwickelung dieses Gesetzes müssen auch die verschiedenen Verbindungsformen (Aggregationszustände) berücksichtigt werden.

Damit ist die eigentliche allgemeine Theorie vollendet. Davon muß der Uebergang zu den besonderen Untersuchungen der Aufhebung der Bewegungsganzheiten nach ihren ihnen schon als Bewegungsganzheiten zukommenden Unterschieden geschehen.

1) Das erste ist das Unorganische.

Hier muß wiederum von dem Ursprünglichen, Ununterschiedenen, Gleichartigen, das in Entgegengesetztes übergeht und sich zurück zum Gleichartigen verbindet, als dem geschichtlich Ersten, angefangen werden. Dieß

sind die sogenannten elektrischen und magnetischen Erscheinungen. An diesen sehen wir gar nichts mehr als ein Ununterschiedenes, das eine Einheit des Entgegengesetzten ist, in dieses Entgegengesetzte sich trennt, und durch Vereinigung zum ursprünglich Gleichartigen zurückkehrt. Diese geschehen innerhalb der uns noch absolut verschwindenden Besonderheiten (Aetertheilchen) deren einzelne Bewegungen uns ebenfalls absolut verschwinden.

In den rein elektrisch-magnetischen Erscheinungen ist der vollständige Uebergang in das Besondere, die vollständige Besonderung der uns erscheinenden Körpertheile, noch nicht vorhanden. Dieser vollständige Uebergang in Besonderes ist erst:

b) im Chemismus *). Hier sehen wir erst zur vollständigen Trennung gelangendes Besonderes, entgegengesetzte Bewegungsganzheiten, Atome, welche sich zu Verbindungen der ersten Ordnung aufheben, welche Verbindungen wiederum als einander entgegengesetzt sich nachweisen, und sich mit einander aufhebend, Verbindungen der zweiten Ordnung bilden.

Alle Körper erscheinen aus diesen Verbindungen der ersten und zweiten Ordnung bestehend.

Die Veränderungen in den Bewegungen, welche durch diese elektrisch-magnetischen und chemischen Verbindungen und Trennungen geschehen, werden uns, in Folge unserer Wechselbeziehung, Wechselvereinigung und Wechseltrennung, mit dem Außerunsseienden, zu Anschauungen und Empfindungen, sie werden uns zur Erscheinung. Diese Erscheinungen trennen sich uns in äußere und innere, inwiefern sie vorwiegend angeschaut oder empfunden werden. Wie sich nun einerseits das Bestehende, und damit zugleich die Wissenschaft desselben, ohne Rücksicht auf uns, aus sich selbst gruppirt, so gruppiren sich uns anderseits die nach Gleichheit zusammenfallenden Bewegungen durch gleiche Wirkung auf uns, nach unseren Sinnen zu verschiedenen Gruppen der Anschauungen und Empfindungen, so nach dem Gesichtssinn, die Lichterscheinungen, nach dem Gehör, die akustischen Erscheinungen, und nach der Empfindung, die Wärmeerscheinungen. Die Gruppirungen nach anderen Sinnen, so Geruch und Geschmack, allgemeiner Tastsinn, sind weniger bedeutend und sind bisher nicht Gegenstand der wissenschaftlichen Forschung. Alle diese Erscheinungen geschehen uns durch Wechselwirkung der Bewegungen der untergeordneten Bewegungsganzheiten, Atome, Molekule, während der elektrisch-magnetischen oder chemischen Prozesse, oder durch Ausgleichungen derselben, nachdem sie schon aus dem chemischen Prozesse herausgegangen sind, durch mechanische Vereinigungen und Trennungen. Naturgemäß fällt die Behandlung dieser Gruppen von Erscheinungen nach der Behandlung der Chemie — also:

*) Das Verhältniß der elektrisch-magnetischen zu den chemischen Erscheinungen kann erst bei der besonderen Entwicklung dieser Erscheinungen gründlich hervorgehoben werden.

c) die Lichtlehre,

d) die Wärmelehre,

e) die Akustik.

f) Hier geschieht der Uebergang zu der Untersuchung der Aufhebung der zunächst übergeordneten Bewegungsganzheiten.

Die Verbindungen und Trennungen der Bewegungsganzheiten, nachdem sie aus dem chemischen Prozesse herausgegangen sind, werden mechanische Verbindungen und Trennungen genannt.

So kommen wir zur Mechanik im engeren Sinne.

Diese muß nach dem Unterschiede der Aggregationsformen zerfallen:

a) In die Untersuchung der Aufhebung, oder des Gleichgewichtes und der Bewegung, der festen Körper untereinander,

b) der Aufhebung der flüssigen Körper in sich, und untereinander, und der flüssigen mit festen Körpern, Hydrostatik, und

c) der Aufhebung der ausdehnsamen in sich, und untereinander, so wie mit festen und flüssigen Körpern, Aërostatik.

Somit kommen wir aus dem Unorganischen heraus. Den Uebergang in das Organische vermittelt

d) die Astronomie, indem in dem Planetensysteme die Form der unorganischen Verbindung, nämlich der einfachen Aneinander- und Auseinanderbewegung, in jene der organischen sich in sich und um sich Bewegung umschlägt, und das Bestehen des Organischen das planetarische Leben nothwendig voraussetzt.

2. Die Untersuchung des organischen Pflanzenlebens in seiner inneren in sich Bewegung durch äußere Wechselbeziehung mit dem Unorganischen dem Pflanzen- und Thierreiche.

3. Die Untersuchung des organisch-thierischen Lebens in seiner inneren in sich Bewegung, die zugleich Bewegung nach Außen ist, durch äußere Wechselbeziehung mit dem unorganischen, organischen Pflanzen- und Thierreiche.

Vierter Abschnitt.

Die Entwickelung der Naturgesetze im Besonderen.

(Physik, Geometrie und Mathematik im gemeinschaftlichen Vortrage.)

I.

Ausgleichung absoluter Besonderheiten oder der Bewegungen absolut einfacher Körper.

Die Untersuchung der Ausgleichung der Körper muß nach dem vorigen Abschnitte mit dem absoluten Grenzbegriffe d. i. mit der Untersuchung der Ausgleichung verschwindend kleiner gleichförmiger und gradliniger einfacher Bewegungen verschwindend kleiner absolut einfacher Körper beginnen.

Durch die Bewegung eines verschwindend kleinen Körpers wird eine Linie beschrieben.

Wird der Körper als ganz verschwunden betrachtet, so wird diese Linie mathematisch genannt.

Die Darstellung also der Bewegung eines verschwindenden absolut einfachen Körpers durch eine Linie ist gänzlich wahrheitsgetreu, weil eine solche Bewegung nichts anderes als Beschreibung einer Linie ist.

Der Raum, den ein sich bewegender Körper während einer gewissen Zeit nacheinander einnimmt, wird der von demselben zurückgelegte Weg; das Verhältniß der Zeit zu dem während derselben gleichförmig zurückgelegten Wege die Geschwindigkeit genannt.

Sowie die Größe des Weges kann auch die Größe der Geschwindigkeit einer Bewegung durch eine Linie dargestellt werden.

Wird nur die Ausgleichung zweier gleichförmiger und gradliniger einfacher Bewegungen absolut einfacher verschwindender Körper ohne Berücksichtigung anderer außer ihnen seiender untersucht, so beschränkt sich für dieselbe der in den vorigen Abschnitten entwickelte allgemeine Satz der Ausgleichung offenbar auf den Satz (§. 11):

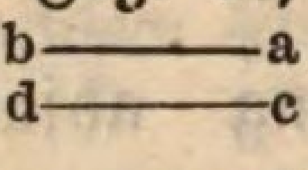
Einfache gleichförmige und geradlinige Bewegungen verschwindender absolut einfacher Körper heben sich nach Maß des Entgegengesetztseins gegen einander auf, und treten nach Maß der Gleichartigkeit ausgleichend nach Außen gegen ein Anderes auf *).

§. 18. Zwei geradlinig und gleichförmig sich bewegende absolut einfache Körper können einander nur durch die Richtungen und Geschwindigkeiten ihrer Bewegungen entgegengesetzt sein, daher sich nur in dieser Hinsicht ausgleichen, aufheben.

Lassen wir nun zuerst auch den Unterschied der Geschwindigkeiten verschwinden, und untersuchen die Ausgleichung zweier solcher Bewegungen von gleichen Geschwindigkeiten, indem wir von den Grenzen der absolut übereinstimmenden und absolut entgegengesetzten Richtungen beginnen.

Das absolute Entgegengesetztsein wird durch die Zeichen (+) und (—) dargestellt. Die absolute Uebereinstimmung wird also durch (+) und (+) oder (—) und (—) dargestellt werden müßen.

Zwei solche Bewegungen von absolut übereinstimmenden Richtungen müssen durch zwei nebeneinander gehende Linien Fig. 1., die absolut keine



Neigung gegeneinander haben, dargestellt werden.

Zwei solche Bewegungen von absolut entgegengesetzter Richtung müssen durch zwei gerade gegeneinandergehende Linien Fig. 2. dargestellt



werden.

---

*) In meinem gemeinschaftlichen Vortrage der Physik Geometrie und Mathematik stütze ich mich auf das in den vorigen Abschnitten Entwickelte, was wahrscheinlich von manchen Physikern und Mathematikern nicht bald anerkannt werden wird. Ich finde also für nothwendig, die Bemerkung beizufügen, daß diese Entwicklung auch unabhängig von dem früher Gegebenen genommen werden kann. — In jedem Fall, wo ich einen Satz aus dem im Vorhergehenden Entwickelten begründe, fehlt in der bisherigen Wissenschaft der Physik jede Begründung, es wird einfach als unmittelbar für sich gewiß genommen. — Nur ein Fall kommt in der ganzen in diesem Werke gegebenen Entwickelung vor, wo ich mich auf den oben angeführten Satz stütze, die jetzige Physik aber dafür einen Beweis fordert, und gibt, — nämlich der Satz der Ausgleichung relativ entgegengesetzter Bewegungen (Ausgleichung der Bewegungen, deren Richtungen einen Winkel bilden). Außer der aus meinem System fließenden Entwickelung dieses Satzes, gebe ich auch dort eine andere von allen vorhergehenden Abschnitten unabhängige und zwar so, daß das ganze System nicht gestört wird.

Dieß thue ich darum, um zu zeigen, daß das ganze System unabhängig von den vorigen Abschnitten seine volle Giltigkeit hat, und auch auf diese Art z. B. im Lehrbuche für Obergymnasien gegeben werden kann.

In einer solchen Entwickelung wird aber der hier vorkommende, bis jetzt in diesen Wissenschaften nicht gewesene tiefere das Ganze leitende und auf eine höhere Art verbindende Gedanke fehlen.

Da in zwei Bewegungen von absolut übereinstimmenden Richtungen kein Entgegengesetztsein vorkommt, so treten sie (nach dem im vorigen Paragraf gegebenen Gesetze der Ausgleichung) gegeneinander gar nicht auf, und treten ganz nach Außen gegen ein Anderes auf.

Jede von den Bewegungen erhält sich daher in dem Auftreten nach Außen vollständig. Bezeichnet man also die Größen der Bewegungen durch g, so wird der mathematische Ausdruck derselben entweder $+ g$, und $+ g$ oder $- g$ und $- g$, welche Zeichen nur in Bezug auf ein Drittes eine Bedeutung haben. Der mathematische Ausdruck ihres Auftretens nach Außen wird, da sie sich vollständig erhalten: $+ g + g = 2g$, oder $- g - g = - 2g$.

Da umgekehrt bei zwei absolut entgegengesetzten Bewegungen von gleicher Geschwindigkeit Fig. 2 absolut keine Uebereinstimmung in Bezug auf die Richtungen vorkommt; so folgt aus dem nämlichen Satze der Ausgleichung, daß aus ihrer Ausgleichung kein Auftreten nach Außen, sondern ein absolutes sich mit einander Befassen, einander Aufheben, erfolgen muß. Das Auftreten nach Außen ist keines, also Null. Der mathematische Ausdruck einer solchen Ausgleichung wird also: $+ g - g = 0$.

Da aber die obigen Sätze der Ausgleichung für jede zwei beliebig benannte absolut übereinstimmende oder absolut entgegengesetzte Werthe, welche in wirklicher Lebendigkeit genommen immer Größen der Bewegungen darstellen, gelten müssen, so kann man allgemein für jede beliebige Größe a und Bedeutung derselben: $+ a + a = + 2a$ und $- a - a = - 2a$; $+ a - a = 0$ setzen.*)

§. 19. Hier waren die Größen der Geschwindigkeiten einander gleich. Sind aber bei der Ausgleichung zweier Bewegungen auch die Größen ihrer Geschwindigkeiten einander ungleich; so müssen sich beide auch nach dieser Ungleichheit ausgleichen.

Gehen wir wieder zuerst von den Grenzbegriffen dieses Unterschiedes heraus, indem wir eine absolut oder unendlich große Geschwindigkeit gegenüber einer absolut oder verschwindend kleinen Geschwindigkeit, also überhaupt einen ruhenden gegenüber einem mit beliebiger Geschwindigkeit sich bewegenden Körper, nehmen.

In diesem Falle liegt der Unterschied nur rein in der Geschwindigkeit, und die Körper müssen sich in dieser Hinsicht nach dem allgemeinen Gesetze aufheben, ausgleichen.

---

*) Die Ausdrücke Einnahme und Ausgabe, Vermögen und Schulden, sowie positive und negative Elektrizität u. s. w. sind in ihrer lebendigen Wirklichkeit genommenen nichts Anderes als Ausdrücke der absolut entgegengesetzten; sowie Einnahme und Einnahme, oder Ausgabe und Ausgabe u. s. w. Ausdrücke der absolut übereinstimmenden Bewegungen. Es ist also ganz entsprechend die Theorie der Größen aus der Theorie der Bewegungen zu entwickeln.

Beide Körper müssen daher gleiche Geschwindigkeit bekommen.

Es theilt also offenbar der sich bewegende dem ruhenden Körper die Hälfte von seiner Geschwindigkeit, oder was das Nämliche ist, der ruhende dem sich bewegenden die Hälfte seiner Ruhe mit, wann nur beide ihren Unterschied aufgehoben, ausgeglichen haben.

So kommen wir zum Begriffe der Mittheilung der Bewegung oder Mittheilung der Ruhe. Die Bewegung theilt sich der Ruhe, und die Ruhe der Bewegung mit, und es ist in diesem Falle im Ganzen kein Gewinn und kein Verlust an Bewegung, sie wird nur vertauscht. Ist der Ausdruck der Geschwindigkeit des sich bewegenden Körpers g, so besitzt jeder nach der Ausgleichung die Hälfte von g.

Uebergehen wir nun von den Grenzbegriffen des Unterschiedes der Geschwindigkeiten zum relativen Unterschiede, wo sich also die beiden ausgleichenden absolut einfachen Körper mit gewissen einander ungleichen Geschwindigkeiten bewegen.

1. Bewegen sich beide nach der nämlichen Richtung mit ungleichen Geschwindigkeiten, so müssen sie sich nach dem allgemeinen Satze der Ausgleichung nach Maß ihres Unterschiedes, also nach dem Unterschiede ihrer Geschwindigkeiten, ausgleichen. — Die Körper müssen nach der Ausgleichung die nämliche Geschwindigkeit haben, also offenbar der mit der größeren Geschwindigkeit sich bewegende die Hälfte des Unterschiedes an den anderen weggeben, dem anderen mittheilen. — Es geht also wiederum von der Bewegung nichts verloren. Indem also sich die Bewegungen vollständig erhalten, so ist der mathematische Ausdruck der Ausgleichung, wenn die eine Geschwindigkeit G, die andere g ist, $G + g = G + g$.

Jeder Körper bewegt sich mit der Hälfte dieser Geschwindigkeit. — Allgemein wird also für jeden Werth und Bedeutung der sich unterscheidenden Größen a und b: $+a + b = + a + b$ und $- a - b = - a - b$.

2. Bewegen sich aber beide mit ungleichen Geschwindigkeiten nach absolut entgegengesetzten Richtungen, so kommen hier zwei Unterschiede vor, der Richtungen und der Geschwindigkeiten.

Die Bewegungen müssen sich nach beiden ausgleichen. Nach dem ersten heben sich beide (§. 18) zu gleichen Theilen mit einander auf. Während also die kleinere Geschwindigkeit gänzlich aufgehoben wird, und der Körper zur Ruhe gelangt, verbleibt die größere nach Maß des Unterschiedes, muß also nach dem Vorhergehenden die ihr zurückgebliebene Bewegung mit der ruhenden zur Hälfte theilen.

Hier kommt also eine doppelte Ausgleichung vor. In der ersten nimmt die kleinere Bewegung von der größeren so viel ab, wie groß sie selbst ist, der algebraische Ausdruck davon ist $G - g = G - g$. In der

zweiten theilt die größere von dem ihr gebliebenen Unterschiede die Hälfte der anderen mit. Nach der Ausgleichung wird also jede mit der Hälfte des Unterschiedes der Geschwindigkeiten der beiden $G - g$ sich bewegen. Allgemein wird also $+ a - b = + a - b$ oder $- a + b = - a + b$.

§. 20. Aus allen diesen Gesetzen der Ausgleichung entnehmen wir daß absolut übereinstimmende Bewegungen, also allgemein absolut Uebereinstimmendes, ohne Rücksicht auf den Unterschied der Größe sich in der Vereinigung im Ganzen ohne allen Gewinn und Verlust erhält, hingegen die absolut entgegengesetzten Bewegungen, allgemein absolut Entgegengesetztes nach gleichen Größen sich aufhebt, aus der Erscheinung tritt, und nach dem Unterschiede sich erhält.

Die Fälle, welche vorkommen können, sind:

$\pm a \pm a = \pm 2a$, $\pm a \mp a = 0$. $\pm a \pm b = \pm a \pm b$, $\pm a \mp b = \pm a \mp b$; und wenden wir statt des von dem a größeren Werthes $\pm b$ den besonderen Fall $\pm 2a$ an, so erhalten wir: $\pm a \pm a = \pm 2a$, $\pm a \mp a = 0$, $\pm a \pm 2a = \pm 3a$, $\pm a \mp 2a = \mp a$. Diese den entwickelten Fällen entsprechende Vereinigung der Größen wird das Zusammenziehen oder Reduziren der Größen genannt.

Aus dem Vorkommenden sehen wir, daß nur diejenigen Ausdrücke, deren Buchstabenausdruck der nämliche ist, und der Unterschied der Größe durch eine besondere Zahl, die der Koefficient genannt wird, angegeben ist, sich wirklich zusammenziehen lassen.

Solche Ausdrücke werden homogen, diese, welche sich durch den Buchstabenausdruck unterscheiden, heterogen genannt. — Die obigen Ausdrücke geben alle möglichen Fälle des Zusammenziehens, auch sind die betreffenden Regeln an ihnen ersichtlich.

§. 21. Die Vereinigung der Bewegungen, oder überhaupt der Größen, in welcher sich die vereinigten in ihrer Vollständigkeit unverändert erhalten, wird das Addiren derselben; jene, in welchen sie sich nur nach ihrem Unterschiede erhalten, das Abziehen genannt.

Etwas übereinstimmend oder sich vollständig erhaltend, additiv, nehmen, ist Eins und das Nämliche; etwas entgegengesetzt oder subtraktiv nehmen wieder Eins und das Nämliche.

Indem wir also den Begriff des Addirens nicht nur auf absolut Uebereinstimmendes, sondern auch auf absolut Entgegengesetztes erweitern, und ebenso den Begriff des Abziehens auch auf das absolut Uebereinstimmende, so heißt dann etwas addiren, es in der Vollständigkeit ohne alle Veränderung erhalten, — also nichts daran ändern; und etwas von einem Anderen abziehen, das Abziehende entgegengesetzt nehmen, d. i. sein Zeichen in das Entgegengesetzte verändern.

Inwiefern also in einem gewissen besonderen Falle des Naturlebens durch Vernachläßigung des verschwindend Kleinen zur Grenze des absolut Einfachen, dann des absoluten Entgegengesetztseins oder der absoluten Uebereinstimmung, übergangen werden kann; insofern kann das Abziehen und Addiren angewendet, und in dem Bestehenden als wirklich vor sich gehend betrachtet werden.

So können wir 1. die Bewegungen der Körper, die bekanntlich Allgemeinheiten von Besonderheiten, das ist, allgemeine von untergeordneten besonderen Bewegungsganzheiten sind, wenn wir zur Grenze fliehen und sie als absolut einfache nach absolut übereinstimmender Richtung sich bewegende (in absolut übereinstimmender Richtung auf einanderwirkende) Körper betrachten können, in ihrem Auftreten nach Außen als sich addirend; hingegen solche in absolut entgegengesetzter Richtung gegen einander sich bewegende (aufeinander wirkende) als sich abziehend nehmen.

Ebenso können wir die Addition und Subtraktion anwenden, wenn wir die Körper in einem indifferenten Zustande, d. i. im Zustande der absoluten Ruhe, in welcher keiner gegen einen anderen, in welchem immer Sinne, wirkend angenommen wird, — betrachten, und nur um ihre Anzahl oder den Unterschied in der Anzahl fragen.

Daß also die Begriffe der Addition und Subtraktion nicht die vollständigen Begriffe sind, die das objektiv Bestehende in seinem wirklichen Verhältnisse vollständig aussprechen möchten, sondern nur die unvollständigen, besonderen Grenzbegriffe, von denen wir immer herausgehen, und zu denen wir immer fliehen müssen, die aber so wie der Begriff des absolut Einfachen, der absoluten Uebereinstimmung und des absoluten Entgegengesetztseins, von denen wir auf jene kamen, nicht absolut objektiv sind, braucht hier kaum erwähnt zu werden.

Das Nämliche bemerken wir auch für die nachfolgende Entwickelung.

Jeder von den nachfolgenden Begriffen ist richtig, gibt aber das Objektive nicht vollständig. — Erst wenn wir das Gesetz der Ausgleichnng des Allgemeinen vom Besonderen geben werden, wird der Begriff desselben dem Objektiven vollständig entsprechen. *)

Sowie bis Hegel die besonderen reinen Denkkategorien: Sein, Nichtsein, Einheit, Vielheit 2c. für gleich wichtig und objektiv betrachtet wurden, und erst mit Hegel ihre richtige Beziehung zu einander als besonderer, unvollständiger, welche immer mehr zu allgemeinen werden, und erst in dem Allgemeinbegriffe vollständig dem Objektiven entsprechen, erkannt wurde; so wurden auch bis jetzt in der Physik die entwickelten Gesetze auf gleiche Weise richtig und alle als objektiv betrachtet. — Alle diese Gesetze sind richtig, aber sie verhalten sich zu einander, wie die untergeordneten zu den übergeordneten bis zum Allgemeinbegriffe, welcher nur allein das Objektive in der Vollständigkeit ausspricht.

Da wir, wie oben bemerkt wurde, die Untersuchung der Ausgleichung mit dem Elemente begonnen haben, aus welchem jedes Vorhandene bestehend gedacht werden muß, nämlich mit der Ausgleichung verschwindend kleiner geradliniger und gleichförmiger Bewegungen verschwindender einfacher Körper, so müssen wir hier bemerken, daß, während ein bemerkbarer Unterschied eine Differenz, ein verschwindend kleiner ein Differentiale, das Resultat der Vereinigung von bemerkbaren Addenden die Summe, jenes der verschwindend kleinen das Integrale genannt wird. Einen verschwindend kleinen Unterschied einer Bewegungsganzheit oder des Ausdruckes derselben finden, heißt ihn differenziren. — Umgekehrt aus dem Differenzialausdrucke den Ausdruck der Bewegungsganzheit finden, heißt diesen integriren. — Der gefundene Ausdruck heißt das Integrale desselben.

§. 22. In dem Vorhergehenden wurden die Gesetze der Ausgleichung der gleichförmigen und geradlinigen Bewegungen zweier absolut einfacher Körper untersucht. — Eine Bewegung kann sich aber mit mehren anderen absolut übereinstimmenden oder absolut entgegengesetzten Bewegungen in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken ausgleichen, welchem entsprechend auch von der Summe mehrer im neutralen Zustande zu einander angenommenen Besonderheiten, oder um den Unterschied mehrer Vielheiten gefragt werden kann.

Allgemein kann sich also Gleichartiges, oder gleichartige Größen, mehrmals zu einander addiren, oder mehrmals abziehen.

Gleicht sich die Bewegung eines einfachen Körpers mit mehren anderen der Richtung nach absolut übereinstimmenden nacheinander so aus, daß ihr von den letzteren die Bewegung immer mitgetheilt wird, so wird die Geschwindigkeit derselben immer additiv zunehmen. — Die Geschwindigkeit wird veränderlich und zwar beschleunigt.

Gleicht sich die Bewegung mit mehren anderen der Richtung nach absolut übereinstimmenden oder absolut entgegengesetzten so aus, daß ihre Geschwindigkeit fortwährend von den anderen zum Theile aufgehoben wird, so wird diese immer subtraktiv abnehmen, sie wird veränderlich; aber eine verzögerte.

Wir überlassen dem geehrten Leser sich in besonderen Fällen zu überzeugen, daß die Begriffe der Summe und des Unterschiedes absolut genommen nicht objektiv sind. Die Summe als Einheit der absolut getrennten keinen Einfluß aufeinander übenden Einzelnheiten ist nicht objektiv, weil solche Einzelnheiten nicht vorkommen. — Nehmen wir z. B. stehende Menschen in diesem indifferenten Zustande ohne allen Einfluß auf einander, so ist die Einheit ihrer gedachten Kräfte gleich der Summe. Nimmt man sie aber so, wie sie im wirklichen Leben, theilweise einander unterstützend, theilweise hemmend sich verhalten; so ist der Ausdruck ihrer Kräfte nach Außen nicht der Summe der einzelnen gleich. — Ebenso vom liegenden Gelde, und wo dasselbe in einem Geschäfte verwendet wird u. s. w.

So kann allgemein durch additives Vereinigen der gleichnamigen Größen die Summe derselben fortwährend wachsen, oder durch subtraktives Vereinigen mehrer Größen mit einer und der nämlichen der Werth der letzteren fortwährend abnehmen.

Gehen wir bei der Betrachtung der auf diese Art entstehenden Veränderlichkeit der Bewegungen oder Größen wieder zuerst von den Grenzen des absoluten Ungleichseins der Zu- oder Abnahmen, in welchen also kein Gleichsein, keine Gesetzmäßigkeit, vorkommt, — und des absoluten Gleichseins derselben heraus.

1. Sind die sich addirenden Größen ohne alle Gesetzmäßigkeit des Verhältnisses ihrer Unterschiede einander ungleich, so ist auch in der Zunahme keine Gesetzmäßigkeit vorhanden. Es ist eine aller Gesetzmäßigkeit leere Addition.

2. Sind die sich addirenden Größen einander gleich, so ist die Summe welche durch fortwährendes Addiren herauskommt, immer ein Vielfaches (Multiplum) von einem Addende.

Zum Auffinden einer Summe von gleichen Größen hat man ein eigenes kürzeres Verfahren, wo nämlich aus einem Addende und aus der Zahl, welche die Anzahl der Addende angibt, die Summe unmittelbar gefunden wird. — Dieses Verfahren wird Multipliziren genannt. — Der gegebene Addend wird Multiplikand, die Zahl, welche die Anzahl der Addende angibt, Multiplikator, beide zusammen Faktoren, und das Resultat Produkt genannt.

Da beim gegebenen Multiplikator das Produkt durch die Größe des Multiplikators, d. h. das additive Verhältniß desselben zur positiven Einheit gänzlich bestimmt wird; so heißt Multipliziren nichts Anderes, als aus dem Multiplikand ein Resultat so bilden, wie der Multiplikator aus der additiven Einheit entstanden ist. — Algebraisch wird die Multiplikation angezeigt durch $a \times b$ oder $a.b = a\,b$.

Entsprechend dem Addiren zerfällt auch das Abziehen nach den Grenzbegriffen des absolut Ungleichen und des Gleichen in das Abziehen mehrer ungleichen und das Abziehen mehrer gleichen Größen. — Wie ersteres eine der Addition, so ist letzteres eine der Multiplikation entgegengesetzte Operation, wo nämlich aus dem gegebenen Multiplum und einem Faktor der andere Faktor gefunden wird. Eine solche Operation wird eine Division genannt. Das Multiplum heißt hier der Dividend, der gegebene Faktor Divisor, der zu suchende Faktor Quotient. Da der Quotient der eine und der Divisor der andere Faktor des Dividendes ist, so muß der Quotient mit dem Divisor multiplizirt den Dividend geben. Dieß ist der Grundbegriff der Division.

Algebraisch wird die Division in der Form $a : b$ angezeigt. Ist nun $a \times b = ab$, so muß $ab : a = b$ oder auch $ab : b = a$ sein. —

Größen werden also dividirt, wenn man die im Divisor nicht vorkommenden Faktoren des Dividendes als Quotient schreibt.

Kommt der Divisor als Faktor im Dividende vor, so ist der Dividend ein vollständiges Vielfaches vom Divisor; man sagt, daß der Dividend durch den Divisor theilbar ist, oder daß der Divisor ein Theiler oder ein Maß des Dividendes ist. — Dieß ist immer der Fall, wenn der Dividend aus dem Divisor multiplikativ entstanden ist, oder entstanden genommen werden kann.

Ist der Divisor im Dividende als Faktor nicht vorhanden, so ist dann der Dividend durch den Divisor nicht theilbar, letzterer kein Theiler oder Maß des ersteren. — Die Division oder der Quotient wird in diesem Falle so angezeigt, daß der im Dividende als Faktor nicht vorkommende Divisor, oder dessen Faktor, unter den im Divisor nicht vorkommenden Faktoren des Dividendes geschrieben, und beide durch einen Strich von einander getrennt werden, also $ab : ac = \frac{b}{c}$. Der Quotient wird in dieser Form ein Bruch genannt, und zeigt, da hier die Theilung nicht vor sich geht, ein oder mehre Theile eines Ganzen an.

Indem dem angezeigten Quotiente und dem Bruche das nämliche Gesetz zu Grunde liegt, so entsprechen auch beiden die nämlichen besonderen Gesetze und ihre Entwickelung soll auch gemeinschaftlich vorsichgehen.

§. 23. Denken wir uns in der Addition von gleichen Größen, während der nämliche Addend immer bleibt, die Anzahl derselben immer zunehmend, so muß der Fall eintreten, daß die Anzahl der Addende durch die nämliche Zahl ausgedrückt wird, wie der Addend selbst, wo also beide Faktoren einander gleich sein werden.

Es unterscheiden sich also, wie früher bei der Addition, auch bei der Multiplikation nach den Grenzbegriffen des Gleichen und Ungleichen, Produkte von ungleichen und Produkte von gleichen Faktoren, letztere werden Potenzen genannt und algebraisch durch a^m angezeigt, wo a den gleichen Faktor und m die Anzahl derselben angibt.

Eine dem Potenziren entgegengesetzte Operation ist das Wurzelziehen, wo aus einem gegebenen Vielfachen mehrer unbekannter gleicher Faktoren, und aus der Anzahl dieser letzteren der unbekannte Faktor gefunden werden soll. — Der gleiche Faktor wird die Wurzel, die gegebene Anzahl derselben der Exponent genannt.

Das Grundverhältniß (Grundbegriff des Wurzelausdruckes) zwischen der Wurzel und der Potenz ist also dieses, daß die Wurzel so viel Mal mit sich multiplizirt, als der Exponent Einheiten in sich enthält, die Potenz geben muß. — Daß aus einer Zahl a die n^{te} Wurzel zu ziehen ist, wird algebraisch durch $\sqrt[n]{a}$ angezeigt. —

$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{a} \ldots n \text{mal} = a$ ist der algebraische Ausdruck des Grundverhältnisses zwischen Wurzel und Potenz, also der des Grundbegriffes der Wurzelgrößen. —

Bei der Multiplikation kommen drei Größen vor, nämlich die zwei Faktoren und das Produkt. — Bei zwei Bekannten läßt sich immer die dritte bestimmen. Es sind also drei Aufgaben möglich: 1. aus zwei gegebenen Faktoren das Produkt, oder 2. aus dem gegebenen Multiplikator und Produkt, den Multiplikand; oder 3. aus dem gegebenen Multiplikand und Produkt den Multiplikator zu finden.

Da aber die Beziehung des Multiplikands und des Multiplikators zum Produkte die nämliche ist, warum sie ohne Veränderung des Produktes mit einander verwechselt werden können; so ist die Auffindungsart des Multiplikands aus dem Produkte und dem Multiplikator, und des Multiplikators aus dem Produkte und dem Multiplikand, die nämliche, nämlich durch die Division.

Wegen vorkommenden drei Größen bei einem Potenzausdrucke können ebenfalls drei Aufgaben vorkommen, nämlich 1. aus der gegebenen Wurzel und dem Exponenten die Potenz, oder 2. aus der gegebenen Potenz und dem Exponenten die Wurzel und 3. aus der gegebenen Potenz und Wurzel den Exponenten zu finden.

Da aber das Verhältniß der Wurzel und des Exponenten zur Potenz nicht das nämliche ist, warum sie mit einander nicht verwechselt werden können, so ist die Auflösungsart der beiden letzten Aufgaben nicht die nämliche.

Eine Größe mit dem unbekannten Exponenten wird eine Exponentialgröße, der unbekannte Exponent ein Logarithmus und die Wurzel die Basis der Potenz genannt.

Der Grundbegriff der Exponentialgrößen ist also der einer Potenz, nämlich die Basis zum Logarithmus erhoben, muß die Potenz geben. Der algebraische Ausdruck einer Exponentialgröße ist $b^x = M$ also $x = \log. M$ für die Basis b. Entsprechend den Grenzbegriffen des Gleichen und Ungleichen zerfallen die Exponentialgrößen in jene von gleicher und jene von ungleicher Basis.*)

---

*) Ich beschränke mich auf die obige Entwickelung der allgemeinen Grundbegriffe der arithmetischen Operationen, indem die vorkommende Durchführung der besonderen Fälle mit der Methode dieses Werkes zusammenfällt, und von jedem Leser leicht ergänzt werden kann.

Diese Durchführung ist nichts anderes, als die Uebertragung der hier entwickelten allgemeinen oder der aus ihnen zu entwickelnden untergeordneten besonderen Grundbegriffe, auf noch mehr untergeordnete besondere Fälle. — Jede Eruirung eines neuen besonderen Satzes ist; also der Form nach dieselbe. Es muß nähmlich der geforderte besondere Fall auf diese allgemeinen Begriffe oder auf diese aus ihnen zu entwickelnden untergeordneten besonderen

Ueberhaupt geradlinige veränderliche Bewegungen.

§. 24. Gehen wir nun von den Gränzbegriffen der ohne alle Gesetzmäßigkeit ungleichen und der absolut gleichen Zu- und Abnahmen oder allgemein Veränderungen der Bewegungen oder Größen zur Entwicklung aller Veränderungen über, welche aus dem Allgemeinbegriffe, dem allgemeinen Gesetze des Entstehens des Unterschiedenen, folgen.

Das allgemeine Gesetz des Entstehens des Unterschiedenen oder der Veränderungen (siehe den allgem. Theil) ist: das unendliche Entstehen aus dem in sich Ununterschiedenen, Gleichförmigen, eines in sich Unterschiedenen,

---

Begriffe zurückgeführt werden, die er in sich vereinigt, und nachdem er durch diese Begriffe bestimmt worden ist, muß aus dem Erhaltenen das Gesetz für diesen besonderen Fall entnommen werden.

Es sei z. B. der Lehrsatz einer Multiplikation einer ganzen Zahl mit einem Bruche zu finden. Da in diesem Satze die Begriffe der Multiplikation und des Bruches vorkommen, so weiß man schon in Voraus, daß man bei dem Beweise auf die allgemeinen Begriffe der Multiplikation und des Bruches zurückgehen muß. Der Begriff der Multiplikation ist: aus dem Multiplikand ein Resultat so bilden, wie der Multiplikator aus der additiven Einheit entstanden ist.

Der Begriff des Bruches ist die Theilung der Einheit in so viele Theile, als der Nenner anzeigt, und das Nehmen dieser Theile, welche der Zähler angibt.

Ist also $a : \frac{b}{c}$, so muß a durch c dividirt und das Resultat b mal genommen werden, also $a : \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$.

Es sei der Lehrsatz der Multiplikation der Potenzen von gleichen Wurzeln zu entwickeln.

Da hier der Begriff der Multiplikation und der Potenz vorkommt, so weiß man in Voraus, daß man bei dem Beweise auf die Begriffe der Potenz und der Multiplikation zurückgehen muß. Der Begriff der Potenz ist, daß sie ein Produkt von gleichen Faktoren ist. Es ist also $a^m \times a^n$ = aaa.... m Mal $\times$ mit aaa.... n Mal und die Buchstaben werden multiplizirt, wenn man sie nebeneinander schreibt, also gleich aaaa... m + n Mal $= a^{m+n}$.

Es sei der Lehrsatz des Logarithmus eines Produktes zu bestimmen. Da hier die Begriffe des Logarithmus (also der Potenz) und des Produktes also der Multiplikation vorkommen, so muß man bei dem Beweise auf diese zurückgehen.

Ist also log. A $= m$, log. B $= n$ und log. c $= p$ für die Basis b, so ist $A = b^m$, $B = b^n$ und $C = b^p$; $ABC = b_{m+n+p}$; log. ABC $= m+n+p =$ log. A + log. B + log. C. Ebenso in anderen Fällen.

Beim Unterrichte müssen die Schüler in Voraus mit dieser Beweisart bekannt gemacht werden, wann sie ohne alle Mühe die einzelnen Beweise selbst durchführen werden.

Auf diese Art lassen sich sämmtliche, unter die obigen allgemeinen Begriffe der algebraischen Operationen fallenden besonderen Begriffe, besondere sich auf die obigen Operationen beziehende Sätze, keinen einzigen ausgenommen, entwickeln.

Ungleichförmigen, Besonderen und Vereinigung desselben zum Allgemeinen, welches die Einheit ist des Besonderen; also das unendliche Entstehen des Unterschiedenen, Ungleichförmigen, in dem bereits Unterschiedenen, Ungleichförmigen d. i. der Unterschiede in den schon vorhandenen Unterschieden durch die immerwährende Vereinigung und Trennung.

Die verschiedenen Arten des Unterschiedenen oder Ungleichförmigen geschehen also auf diese Art, daß im Gleichförmigem durch fortwährende Ausgleichung mit anderem Gleichförmigen oder Gleichen gleiche Unterschiede entstehen. Gleicht sich wiederum ein Ungleichförmiges mit anderem Gleichförmigen oder Gleichen fortwährend auf gleiche Art aus, so bekommt man Unterschiede in den schon vorhandenen Unterschieden u. s. w. in's Unendliche.

So entstehen im Weltleben Folgen von Ungleichheiten, deren Unterschieden eine Gesetzmäßigkeit zu Grunde liegt.

Drücken wir eine solche in der Natur auseinander entstehende Folge von Ungleichem durch Zahlenwerthe aus, so erhalten wir eine Folge von Größen, deren gegenseitigem Unterschiede ein Gesetz zu Grunde liegt. Eine solche Folge von Größen wird eine Reihe und die Größen selbst Glieder der Reihe genannt, und allgemein durch C_1 C_2 C_3 C_4 . . . C_n bezeichnet.

§. 25. Beziehen wir diesen Allgemeinbegriff des in sich Unterschiedenen, Ungleichförmigen, auf die Ausgleichung einfacher gerabliniger und gleichförmiger Bewegungen von absolut übereinstimmenden und absolut entgegengesetzten Richtungen.

Die Unterschiede der durch eine solche Ausgleichung in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken entstehenden Geschwindigkeiten und Wege, also auch die Unterschiede der Glieder einer den einzelnen Geschwindigkeiten und Wegen entsprechenden Reihe von Zahlen, wird additiv sein. Eine solche Reihe wird eine Differenzenreihe genannt.

1. Wird einer gleichförmigen Bewegung durch eine nacheinanderfolgende Ausgleichung mit anderen gleichförmigen der Richtung nach absolut übereinstimmenden oder absolut entgegengesetzten Bewegungen in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken fortwährend eine gleiche Bewegung, oder eine Bewegung von gleicher Geschwindigkeit, mitgetheilt, oder benommen; so sind die in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken entstehenden Unterschiede der Geschwindigkeiten und Wege einander gleich oder konstant.

Die Bewegung wird dadurch eine auf gleiche Art oder gleichförmig veränderliche sein, und zwar im ersten Falle eine gleichförmig beschleunigte, und im zweiten eine gleichförmig verzögerte. Man kann eine solche Bewegung auch eine einmal veränderliche nennen.

In beiden Fällen erhält man die Unterschiede zweier nacheinanderfolgenden Geschwindigkeiten und Wege durch Abziehen. Diese Unterschiede, die man die ersten Unterschiede oder ersten Differenzen oder Differenziale

nennt und bei verschwindend kleinen Werthen derselben durch d^1, bei bemerkbaren durch $\triangle^1$ bezeichnet, sind einander gleich, also die Unterschiede der Unterschiede oder die zweiten Differenzen gleich Null.

Sind also die nacheinanderfolgenden Geschwindigkeiten c_1 c_2 c_3 c_4 . . c_n, so ist $c_2 - c_1 = d^1 c_1$, $c_3 - c_2 = d^1 c_2$ . . $c_n - c_{n-1} = d^1 c_{n-1}$ $d^1 c_1 = d^1 c_2 = . . = d^1 c_{n-1}$; $d^2 c_1 = d^2 c_2 = . . = 0$ *)

Eine dieser veränderlichen Bewegung entsprechende Folge von reinen Zahlenwerthen wird eine arithmetische Reihe der ersten Ordnung genannt, sie kann auch eine gleichförmig oder einmal veränderliche Reihe genannt werden.

Ein besonderer Fall von dieser Art veränderlicher Bewegung oder Reihe ist, wenn die Anfangsgeschwindigkeit oder das erste Glied der Reihe den Unterschieden gleich ist, welcher Fall schon früher behandelt wurde. Die Werthe der nacheinanderfolgenden Glieder werden dann:

$$c, 2c, 3c, 4c \; . \; . \; nc.$$

2. Gleicht sich eine gleichförmige Bewegung in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken mit anderen Bewegungen, deren Richtungen absolut gleich oder absolut entgegengesetzt, die Geschwindigkeiten aber einander ungleich sind, derart aus, daß die in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken durch Mittheilung entstehenden Zu- oder Abnahmen also Veränderungen der Geschwindigkeit der ersten ungleich sind; so wird die Bewegung eine ungleichförmig sich verändernde, also ungleichförmig beschleunigte oder verzögerte sein.

Sind in derselben die Unterschiede in den Zu- oder Abnahmen, also die Unterschiede in den Unterschieden einander gleich, so kann man die Bewegung eine zweimal veränderliche nennen.

Eine dieser Bewegung entsprechende Reihe wird ebenso Unterschiede in den Unterschieden haben. Die Unterschiede in den Unterschieden werden die zweiten Unterschiede oder die zweiten Differenzen und Differentiale genannt, und durch $\triangle^2 c$ oder $d^2 c$ bezeichnet. Es werden also in einer solchen Reihe: c_1 c_2 c_3 c_4 . . . c_n, die ersten Differenziale $d^1 c_1$ $d^1 c_2$ $d^1 c_3$ $d^1 c_4$ u. s. w. einander ungleich und die zweiten Differenziale $d^1 c_2 - d^1 c_1 = d^2 c_1$, $d^1 c_3 - d^1 c_2 = d^2 c_2$, u. s. w. einander gleich, folglich die Differenziale dieser Differenziale gleich Null.

Eine solche Reihe wird eine Reihe der zweiten Ordnung genannt, sie könnte auch eine zweimal veränderliche Reihe genannt werden.

3. Durch die nämliche Betrachtung kommt man nun weiter auf veränderliche Bewegungen und Reihen, in welchen die zweiten Unterschiede der Geschwindigkeiten, oder die zweiten Unterschiede der einzelnen Glieder der

---

* Wir gebrauchen hier die Bezeichnung der verschwindend kleinen Unterschiede, um dem Systeme zu entsprechen, welches das Herausgehen aus dem verschwindend Kleinen fordert.

Reihe, ungleich, und erst die dritten Unterschiede gleich, also erst die vierten gleich Null sind. Es ist also in denselben $d^2c_2 - d^2c_1 = d^3c_1$, $d^2c_3 - d^2c_2 = d^3c_2$ u. s. w. und $d^3c_2 - d^3c_1 = 0$.

Allgemein ist also eine Bewegung, in welcher die n^{ten} Differenzen der Geschwindigkeit in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken einander gleich, also die $n+1^{ten}$ Differenzen $= 0$ sind, und eine dieser Bewegung entsprechende Reihe eine n^{mal} veränderliche oder eine veränderliche der n^{ten} Ordnung.

§. 26. Die obige den Reihen höherer Ordnungen entsprechende Unterscheidung der ungleichförmig veränderlichen Bewegungen ist deßhalb zu machen, weil sie begrifflich ist, indem der Grundbegriff des Bestehenden eben ein unendliches Uebergehen des Gleichen in das Ungleiche und zwar auf diese Art ist, daß fortwährend Unterschiede in den Unterschieden entstehen. Da alles Bestehende durch Bewegung begriffen werden muß, so müssen die entstehenden Unterschiede in den Unterschieden durch entstehende Unterschiede in den Unterschieden in den Bewegungen begriffen werden.

Da aber die Sphäre unserer Anschauung begränzt ist, so verschwinden uns die weiteren kleineren Unterschiede, und wir müssen hier, wie überall, zu einer gewissen Gränze des Gleichen fliehen.

Verschwindet uns jeder Unterschied in der Geschwindigkeit, so können wir zur absoluten Gränze fliehen und die Bewegung als gleichförmig betrachten. Verschwinden uns die zweiten Unterschiede, so können wir die Bewegung als gleichförmig veränderlich, und beim Verschwinden der dritten Unterschiede als zweimal veränderlich betrachten u. s. w.

Indem in der Natur überhaupt die Größe der dritten, vierten u. s. w. Unterschiede unserer Anschauung entgeht, so werden alle Bewegungen, die nicht gleichförmig veränderlich sind, unter die allgemeine Benennung der ungleichförmig veränderlichen Bewegungen subsumirt.

Wird das Gesetz der Ungleichförmigkeit gar nicht bestimmt, so können überhaupt über die Bestimmungen einer solchen Bewegung keine Gesetze gegeben werden. Sollen diese Gesetze ermittelt werden, so muß das Gesetz der Veränderlichkeit gegeben, also die Bewegung als eine zwei, dreimal u. s. w. veränderliche Bewegung angenommen, oder auf die absolute Gränze, nämlich die gleichförmige Bewegung bezogen werden.

Die gleichförmige Geschwindigkeit, mit welcher ein Körper, der sich mit einer veränderlichen Geschwindigkeit bewegt, sich bewegen müßte, um den von ihm mit der veränderlichen Geschwindigkeit in einer gewissen Zeit zurückgelegten Weg, mit der gleichförmigen zurückzulegen, wird die mittlere Geschwindigkeit dieser Bewegung genannt.

Die ungleichförmig veränderlichen Bewegungen müssen also durch ihre mittlere Geschwindigkeit bestimmt werden.

§. 27. Da das Entstehen im Nacheinandersein, in der Zeit, zugleich auch ein Entstehen im Nebeneinandersein ist, Zeit und Raum zusammenfallen; so entspricht in der Natur einem gewissen Fortschritte einer Bewegung in der Zeit, ein diesem entsprechender Fortschritt im Raume, d. i. einem gewissen Maße der Zeit, ein gewisses Maß im Raume oder ein gewisser Weg, folglich auch einer gewissen Maßeinheit der Zeit, auch eine Maßeinheit des Weges.

Die Natur mißt sich selbst in Zeit und Raum zugleich. Das Gesetz, das den Maßen der Zeit zu Grunde liegt, liegt auch den Maßen des Raumes oder des Weges zu Grunde und umgekehrt, und darum entspricht immer bei einer Bewegung einer gewissen bestimmten Maßeinheit der Zeit eine bestimmte Maßeinheit des Weges *).

---

*) Die bis jetzt gebrauchten Linienmaßeinheiten sind ganz zufällig, so die Elle, das Klafter ꝛc.

Ebenso ist der Meter noch ein zufälliges Maß, indem er nicht aus der lebendigen sich nach Gesetzen bewegenden Natur genommen wurde. Vor den anderen Maßeinheiten hat der Meter nur dieses vor, daß er zufällig verändert durch die wiederholte Berechnung rektifizirt werden kann, und daß seine unter- und übergeordneten Maßeinheiten nach dem Dezimalsysteme eingerichtet sind.

Auch sind die meisten Maßeinheiten der Zeit zufällig, so der gewöhnliche Monat, die Stunde Minute ꝛc. Nur das Jahr und der Tag (die Tages- und Nachtlänge, auch der Mondmonat, inwiefern der Mond auf das Leben auf der Erde einen Einfluß übt) sind für unsere Erde natürliche Maßeinheiten der Zeit.

Diesen Maßeinheiten der Zeit entsprechen natürliche Maßeinheiten der Raumveränderungen der Erde selbst, und der auf derselben befindlichen Körper und Körpertheile, welche Veränderungen nach einem gewissen von der Natur selbst bestimmten Gesetze veränderlich sind, und bei angenähert gleichen Umständen einander angenähert gleich bleiben. So z. B. die Jahres- und Tagesbahn der Erde und anderer Himmelskörper; so wachsen auch z. B. zwei Eichen oder Tannen bei angenähert gleichen klimatischen und überhaupt allen inneren und äußeren Verhältnissen in einem Jahre oder Tage angenähert um das Nämliche, wie auch die den verschiedenen Verhältnissen entsprechenden Aenderungen in ihrem Wachsthum an ein Gesetz gebunden sind. Ein geschickter Förster wird aus der Anzahl der übereinanderfolgenden Aeste einer Tanne ihre Höhe annähernd bestimmen.

Es ist ganz gewiß, daß die Natur ebenso im Großen wie im Kleinen sich selbst mißt. Diesem Maße nachzuforschen ist die Aufgabe der kommenden Zeiten. Daß diese Aufgabe nur durch Beobachtung und Berechnung der Größen der Zu- und Abnahmen der einzelnen Spezies bei Berücksichtigung der geographischen Lage und aller anderen Umstände, und hierauf durch Berechnung für die Gattung, Klasse u. s. w. gelöst werden kann, ist selbstverständlich.

Dadurch kann man nur zu natürlichen Maßeinheiten der Zeit natürliche Maßeinheiten des Weges bestimmen, in welchem Falle die Zahlen für die Geschwindigkeit mit den Zahlen für den Weg zusammenfallen.

Mißt man nun nach diesen in der Natur, einander entsprechenden Maßeinheiten der Zeit und des Raumes eine Bewegung, so werden, da die Geschwindigkeit das Verhältniß des Weges zur Zeit angibt, daher für den Weg = 1, in der Zeit = 1, auch die Geschwindigkeit = 1, für den Weg = 2, in der Zeit = 1, auch die Geschwindigkeit = 2 u. s. w. ist, allgemein die die Wege angebenden Zahlen auch die Größen der Geschwindigkeit angeben, und umgekehrt, werden alle Ausdrücke der Geschwindigkeiten mit jenen des Weges gänzlich zusammenfallen *).

Der Begriff, daß die Gesetzmäßigkeit der Bewegung in der Zeit mit der Gesetzmäßigkeit der Bewegung im Raume, oder mit der Gesetzmäßigkeit des beschriebenen Weges zusammenfällt, fordert also, daß wir begrifflich an diejenige Maßeinheit der Zeit, welche mit der Maßeinheit des Weges zusammenfällt uns halten.

Dieß werden wir auch in allen Fällen befolgen, und hierauf die gefundenen Ausdrücke auf andere Maßeinheiten reduziren.

§. 28. Die Geschwindigkeit und der Weg einer beliebigen durch Ausgleichung der Bewegungen von absolut übereinstimmender oder absolut entgegengesetzter Richtung entstehenden veränderlichen Bewegung im nachfolgenden Zeitaugenblicke, also auch allgemein jedes nachfolgende Glied einer auf diese Art entstehenden Zahlenreihe, entsteht aus der Geschwindigkeit oder dem Wege im vorhergehenden Zeitaugenblicke, oder aus dem vorhergehenden Gliede der Reihe, und der Differenz zwischen beiden nacheinanderfolgenden Geschwindigkeiten oder Wegen, oder der Differenz der beiden nacheinanderfolgenden Glieder der Reihe.

Da dieß von der Geschwindigkeit und dem Wege in jedem der nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicke, also von jedem Gliede einer Reihe gilt; so wird offenbar die Geschwindigkeit und der Weg in einem jeden Zeittheile, also jedes Glied der Reihe, durch die Anfangsgeschwindigkeit oder das erste Glied der Reihe und die nacheinanderfolgenden Differenzen bestimmt, woraus auch einleuchtend ist, daß auch der in einer beliebigen Zeit zurückgelegte Weg durch die Anfangsgeschwindigkeit und die Differenzen bestimmt wird.

Da also sowohl jede Geschwindigkeit in einem gewissen Zeittheile, alsauch der in einer gewissen Zeit zurückgelegte Weg, allgemein jedes besondere

---

Daß aber dann die übergeordneten Maßeinheiten nicht nothwendig ein Vielfaches von den untergeordneten sein müssen, ist augenscheinlich; ihre Beziehungen zu einander werden verschiedenen Reihenfolgen entsprechen.

*) Wir gebrauchen gegenwärtig (zwar keine natürlichen) Maßeinheiten für die Zeit, denen Maßeinheiten für den Weg entsprechen, z. B. eine Sekunde und ein Fuß, oder eine Stunde Weges und eine Meile.

An diesen können wir uns überzeugen, daß für diesen Fall die Zahlenwerthe für die Geschwindigkeit mit jenen für den Weg immer übereinstimmen.

Glied der Reihe, und die Summe mehrer Glieder durch das Anfangsglied und die Differenzen bestimmt werden, so können sie auch durch diese ausgedrückt werden.

Daraus folgt, daß auch umgekehrt die Differenzen durch die einzelnen Glieder der Reihe oder die Summen der Glieder ausgedrückt werden können.

§. 29. Ein Ausdruck, welcher die Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung für jedes der nacheinanderfolgenden Zeittheile, also jedes Glied einer Reihe darstellt, wird der allgemeine Ausdruck der Geschwindigkeit dieser veränderlichen Bewegung oder das allgemeine Glied einer Reihe genannt und kann durch c_n oder V bezeichnet werden.

Ein Ausdruck, welcher die Summen der nacheinanderfolgenden Geschwindigkeiten einer veränderlichen Bewegung also (wegen Uebereinstimmung der Zahlenwerthe der Geschwindigkeit und Wege §. 27) die Summen der in gewisser Zeit durchlaufenen Wege (den in einer Zeit zurückgelegten Weg) daher allgemein die Summen mehrerer Glieder einer Reihe darstellt, wird der allgemeine Ausdruck für den Weg einer veränderlichen Bewegung oder der allgemeine Summenausdruck (Summenformel, summatorisches Glied) einer Reihe genannt und für verschwindend kleine Werthe durch $\int_0^n$ für bemerkbare durch S_n bezeichnet.

§. 30. Die Summe des in zwei nacheinanderfolgenden Zeittheilen zurückgelegten Weges ist wegen §. 27:

$$S_2 = c_1 + c_2 = S_1 + c_2 \text{ also } S_2 - S_1 = c_2 \text{ ebenso:}$$
$$S_3 = S_2 + c_3 \quad \text{„} \quad S_3 - S_2 = c_3$$
$$S_4 = S_3 + c_4 \quad \text{„} \quad S_4 - S_3 = c_4 \text{ daher}$$
$$\text{allgemein } S_n = S_{n-1} + c_n \quad S_n - S_{n-1} = c_n$$

Die Summen der in gewissen nacheinanderfolgenden Zeiten zurückgelegten Wege oder die nacheinanderfolgenden Summen S_1 S_2 S_3 ... S_n einer Reihe bilden also für sich eine Reihe, deren erste Differenzen c_1 c_2 c_3 ... c_n also die Geschwindigkeiten der Bewegung in nacheinanderfolgenden Zeittheilen oder die Glieder der vorderen Reihe sind.

Das allgemeine Glied für die Geschwindigkeit ist also auch der allgemeine Differenz- und für verschwindende Werthe der allgemeine Differentialausdruck für die nacheinanderfolgenden Summen der Wege; $S_n - S_{n-1} = c_n = d^1S_n$ und umgekehrt.

Ist c_1 c_2 c_3 c_4 .. c_n für sich eine Reihe der n ten Ordnung, so wird S_1 S_2 S_3 .. S_n eine Reihe der (n+1)ten Ordnung.

§. 31. Der allgemeine Ausdruck der Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung durch die Anfangsgeschwindigkeit und die Differenzen, also das allgemeine Glied der Reihe durch das erste und die Differenzen.

Sind die Geschwindigkeiten in den unendlich kleinen nacheinanderfolgenden Zeittheilchen oder die Glieder einer Reihe c_1 c_2 c_3 c_4 ... c_n und

die entsprechenden ersten Differenziale: $d^1c_1\ d^1c_2\ d^1c_3 \ldots d^1c_{n-1}$; die entsprechenden zweiten Differenziale $d^2c_1\ d^2c_2\ d^2c_3\ d^2c_{n-1}$; die entsprechenden dritten Differenziale $d^3c_1\ d^3c_2\ d^3c_3$ .. u. s. w., so wird $c_2 = c_1 + d^1c_1$, $c_3 = c_2 + d^1c_2 = c_1 + 2d^1c_1 + d^2c_1$; $c_4 = c_3 + d^1c_3 = c_2 + 2d^1c_2 + d^2c_2 = c_1 + 2d^1c_1 + 3d^2c_1 + d^3c_1$ u. s. w., woraus wir sehen, daß die Coëffizienten mit den Binomialcoëffizienten übereinstimmen; es wird also der allgemeine Ausdruck: $c_{n+1} = c_1 + \binom{n}{1} d^1c_1 + \binom{n}{2} d^2c_1 + \ldots + d_nc_1$ oder was das Nämliche ist: $c_n = c_1 + \binom{n-1}{1} d^1c_1 + \binom{n-2}{2} d^2c_1 + \ldots + d^{n-1}c_1$.

Aus diesem allgemeinen Ausdrucke erhalten wir die Ausdrücke für die Bewegungen jeder beliebigen Veränderlichkeit oder Reihen jeder beliebigen Ordnung.

1. Bei einer gleichförmigen Bewegung sind zwischen den Geschwindigkeiten in den nacheinanderfolgenden Zeittheilchen keine Unterschiede vorhanden, also $d^1c_1 = d^2c_1 = d^3c_1 = 0$.

Setzt man in der allgemeinen Formel jedes Differentiale gleich Null, so erhält man $c_{n+1} = c_1$ die Geschwindigkeit in jedem Zeitaugenblicke gleich der Anfangsgeschwindigkeit.

2. Bei einer einmal veränderlichen (gleichförmig veränderlichen) Bewegung oder der Reihe der ersten Ordnung sind von d^2c_1 angefangen alle Differenzen gleich Null; daher ist für solche Bewegungen und Reihen $c_{n+1} = c_1 + nd^1c_1$.

Ist die Bewegung gleich von Anfang eine gleichförmig verzögerte oder die Reihe vom zweiten Gliede angefangen fallend, so ist, weil die Differenzen negativ zu nehmen sind $c_{n+1} = c_1 - nd^1c_1$.

Ist die Anfangsgeschwindigkeit gleich Null, so ist $c_{n+1} = nd^1c$.

3. Bei zweimal veränderlicher Bewegung oder der Reihe der zweiten Ordnung sind die Differenzen von den dritten angefangen $= 0$, daher wird der allgemeine Ausdruck für die Geschwindigkeit oder das allgemeine Glied der Reihe

$c_{n+1} = c_1 + nd^1c_1 + n\left(\frac{n-1}{1.2}\right) d^2c_1$; für die verzögerte Bewegung und eine fallende Reihe:

$c_{n+1} = c_1 - [nd^1c_1 + n\left(\frac{n-1}{1.2}\right) d^2c_1]$; für die Anfangsgeschwindigkeit $= 0 : c_{n+1} = nd^1c_1 + n\left(\frac{n-1}{1.2}\right) d^2c_1$.

Die natürliche Maßeinheit des Weges, nach welcher diese Bewegungen sich selbst messen, sind die Größen der Zu- oder Abnahmen der Geschwindigkeiten also des Weges, — daher die Differenzen — und zwar die erste Differenz die allgemeinste Maßeinheit und die nachfolgenden Differenzen die untergeordneten Maßeinheiten.

Die natürliche Maßeinheit der Zeit ist also hier diejenige Zeit, während welcher eine Zu- und Abnahme der Geschwindigkeit geschieht. Die

Zahlen, welche die Anzahl der Veränderungen angeben, sind also auch Zahlen, welche die Zeit, während welcher die Bewegung geschieht, angeben. Der Buchstabe n stellt also hier die Zeit vor.

Jede Größe nach einer gewissen Maßeinheit ausgedrückt kann, wie bekannt, durch Multiplikation oder Division, sobald ihr Verhältniß zu einer anderen beliebigen Maßeinheit bekannt ist, auf diese Maßeinheit übertragen werden. Uebertragen wir nun die obigen Größen auf das gewöhnliche Linien- und Zeitmaß, und es sei dann: $c_1 = c$, $d^1c_1 = g$, $d^2c_1 = g'$, $d^3c_1 = g''$ u. s. w. n, welches die Zeit, während welcher die Bewegung geschieht, angibt $= t$, und da die Maßeinheit, nach welcher die Zeit in den vorigen Ausdrücken gemessen wurde, nach der Annahme verschwindend klein war, so geht die Einheit der vorigen Formeln, jetzt in das verschwindend Kleine oder dt über, und es verändert sich die vorige allgemeine Formel in:

$$c_{t+dt} = c + gt + \frac{g'\,t(t-dt)}{2} + \frac{g''\,t(t-dt)(t-_2dt)}{2\,.\,3} + \frac{g'''\,t(t-dt)(t-_2dt)(t-_3dt)}{2\,.\,3\,.\,4}$$

u. s. w., und wenn man vollständig zur Gränze des Verschwindenden übergeht und dt als eine verschwindende Größe $= 0$ werden läßt, dabei v statt c_t schreibt: $v = c + gt + \frac{g'\,t^2}{2} + \frac{g''\,t^3}{2\,.\,3} + \frac{g'''\,t^4}{2\,.\,3\,.\,4} +$ u. s. w.

Aus diesem allgemeinen Ausdrucke bekommt man die besonderen und zwar: 1. Für eine gleichförmige Bewegung: $v = c$. 2. Für eine gleichförmig oder einmal veränderliche Bewegung: $v = c + gt$. Ist die Bewegung eine verzögerte, so ist g negativ und $v = c - gt$. Bei der Anfangsgeschwindigkeit $c = o$ ist $v = gt$, woraus $g = \frac{v}{t}$.

Da g die Größe der fortwährenden konstanten Zunahme der Bewegung vorstellt, so gibt $\frac{v}{t}$ die Größe der fortwährenden Mittheilung der Bewegung, welche der sich gleichförmig bewegende Körper nacheinander erhält.

Das Vermögen eine Bewegung einem Körper mitzutheilen, wird Kraft genannt; es ist also $\frac{v}{t}$ das Maß der konstanten Kraft, welche auf das sich Bewegende fortwährend wirkt, und demselben gleichförmig beschleunigte Bewegung mittheilt. Bezeichnet man diese Kraft mit k, so ist $k = \frac{v}{t}$.

3. Für eine zweimal veränderliche Bewegung ist $v = c + gt + \frac{g'\,t^2}{2}$ Sind hier die ersten, oder die zweiten, oder beide Aenderungen verzögernd, so muß man g, oder g', oder beide negativ nehmen. Ist die Anfangsgeschwindigkeit $= 0$, so ist $v = gt + \frac{g'\,t^2}{2}$, und wenn auch die ersten Aenderungen oder $g = o$ ist, so ist $v = \frac{g'\,t^2}{2}$.

4. Für eine dreimal veränderliche Bewegung ist: $v = c + gt + \frac{g'\,t^2}{2} + \frac{g''\,t^3}{2.3}$. Für verzögerte Bewegungen sind wie oben die Werthe von g,

g', g'' negativ zu nehmen, und wenn sowohl die Anfangsgeschwindigkeit als die ersten zwei Aenderungen $= 0$ sind, so ist $v = \frac{g'' t^3}{2.3}$ u. s. w.

Wie schon früher bemerkt wurde, werden die zwei-, dreimal u. s. w. veränderlichen Bewegungen, da wegen begränzter Sphäre unserer Anschauung die zweiten, dritten Unterschiede uns verschwinden, unter dem gemeinschaftlichen Namen der ungleichförmigen Bewegungen zusammengefaßt, und ihre Gesetze auf die Gesetze der gleichförmig veränderlichen Bewegungen bezogen.

Um daher den Ausdruck für die Zunahme einer beliebig veränderlichen Bewegung in einem beliebigen Zeitaugenblicke, also für die veränderliche Kraft, welche diese Zunahme zur Folge hätte, zu bestimmen; bezeichne k diese veränderliche Kraft, v die Geschwindigkeit in einem gewissen Punkte, mit welcher das Bewegliche sich weiter bewegen würde, wenn jeder Einfluß auf die Aenderung derselben verschwinden möchte, und t die Zeit.

Da die Kraft veränderlich ist, so wird sie, wenn sie in einem gewissen Zeitaugenblick k war, nach einem Zeitintervall $\triangle t$ um eine Größe $\triangle k$ vermehrt, welche Vermehrung nicht durch gleiche Zunahmen von der Größe k zur Größe $k + \triangle k$ übergehen wird.

Dieselbe Vermehrung der Kraft könnte aber auch in demselben Zeitintervalle $\triangle t$ durch gleiche Zunahmen derselben zu Stande kommen, oder es läßt sich eine konstant wirkende Kraft denken, welche in demselben Zeitintervalle $\triangle t$ dem Beweglichen dieselbe Zunahme der Geschwindigkeit, nämlich $\triangle v$ beibringen möchte, welche konstante Kraft größer als k und kleiner als $k + \triangle k$ sein müßte.

Ist sie k', so ist ihr Ausdruck als einer konstanten Kraft $k' = \frac{\triangle v}{\triangle t}$ und dieser würde für jede Größe des Zeitintervalls $\triangle t$ gelten.

Je mehr $\triangle t$ verschwindet, desto mehr verschwindet auch $\triangle v$, und desto mehr nähert sich k' dem Werthe k. Läßt man also $\triangle t$ verschwindend sein, so wird auch $\triangle v$ verschwindend und $k' = k$, daher $k = \frac{dv}{dt}$ der Ausdruck für die Kraft einer beliebig veränderlichen Bewegung. Der Ausdruck der Kraft ist also auch hier kein anderer als der Ausdruck der einer Zeiteinheit entsprechenden Geschwindigkeit.

§. 32. Der allgemeine Ausdruck für die von veränderlichen geradlinigen Bewegungen in einer beliebigen Zeit zurückgelegten Wege oder für die Summen der Reihen.

Sind wieder die Geschwindigkeiten, also für unsere Maßeinheit auch die Wege in den verschwindend kleinen nacheinanderfolgenden einander gleichen Zeittheilen, oder die einzelnen Glieder einer Reihe:
$c_1\ c_2\ c_3\ c_4 \ldots c_n$; die entsprechenden Differenziale: $d^1c_1\ d^1c_2\ d^1c_3\ d^1c_{n-1}$; die entsprechende Differenziale: $d^2c_1\ d^2c_2\ d^2c_3$ . . u. s.w., so ist $S_1 = c_1$

$S_2 = c_1 + c_2$ und wegen $c_2 = c_1 + d^1c_1$, $S_2 = 2c_1 + d^1c_1$. $S_3 = S_2 + c_3 = 2c_1 + d^1c_1 + c_2$ und wegen $c_2 = c_1 + 2d^1c_1 + d^2c_1$, $S_3 = 3c_1 + 3d^1c_1 + d^2c_1$ folglich allgemein $S_n = \binom{n}{1} c_1 + \binom{n}{2} d^1c_1 + \binom{n}{3} d^2c_1 + \ldots + dc_1^{n-1}$ der allgemeine Ausdruck für den Weg einer n—1mal veränderlichen Bewegung, und der Summe einer Reihe der (n—1ten) Ordnung.

Aus diesem Ausdrucke bekommt man die besonderen, wenn man die entsprechenden Differenzen oder Differenziale $= 0$ setzt.

1. Bei einer gleichförmigen Bewegung sind $d^1c_1 = d^2c_1 = \ldots = 0$, folglich $S_n = nc_1$.

2. Bei einer gleichförmig veränderlichen Bewegung oder der Reihe der ersten Ordnung sind sämmtliche Differenzen oder Differenziale von d^2c_1 angefangen $= 0$, folglich $S_n = nc_1 + \binom{n}{2} d^1c_1$.

3. Bei einer zweimal veränderlichen Bewegung oder der Reihe der zweiten Ordnung sind sämmtliche Differenzen oder Differenziale von d^3c_1 angefangen $= 0$, folglich $S_n = nc_1 + \binom{n}{2} d^1c_1 + \binom{n}{3} d^2c_1$.

Ueberträgt man wie in §. 31 den allgemeinen Ausdruck auf die gewöhnlichen Maßeinheiten, für welchen Fall, wie früher, $c_1 = c$, $d^1c_1 = g$, $d^2c_1 = g'$ u. s. w. $n = t$ und $1 = \omega = dt$ wird, so erhält man:

$$S_t = ct + \frac{gt(t\text{-}dt)}{2} + \frac{g'\,t(t\text{-}dt)\,(t\text{-}2dt)}{2\,.\,3} + \frac{g''t\,(t\text{-}dt)(t\text{-}2dt)(t\text{-}3dt)}{2\,.\,3\,.\,4} + \frac{g'''\,t\,(t\text{-}dt)\,(t\text{-}2dt)\,(t\text{-}3dt)\,(t\text{-}4dt)}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5} + \text{u. s. w.}$$

und wenn man vollständig zur Gränze übergeht und $dt = 0$ setzt:

$$S = ct + \frac{g\,t^2}{2} + \frac{g'\,t^3}{2.3} + \frac{g''\,t^4}{2\,3\,4} + \frac{g'''\,t^5}{2\,3\,4\,5} + \text{u. s. w.}$$

aus welchem allgemeinen Ausdrucke man die besonderen den veränderlichen Bewegungen gewisser Ordnungen entsprechenden Ausdrücke durch Verschwindenlassen der die einzelnen Aenderungen darstellenden Größen g, g′, g″ u. s. w. erhalten kann.

So ist: 1. Für die gleichförmige Bewegung $S = ct$, der Weg gleich der Geschwindigkeit, oder dem während einer Zeiteinheit zurückgelegten Wege, multiplizirt mit der Zeit.

Aus $s = ct$ erhält man $c = \frac{s}{t}$ und $t = \frac{s}{c}$.

2. Für eine gleichförmig veränderliche Bewegung wird $s = ct + \frac{gt^2}{2}$. Ist die Bewegung eine gleichförmig verzögerte, so muß g negativ genommen werden, und es ist $s = ct - \frac{gt^2}{2}$. Ist die Anfangsgeschwindigkeit $c = o$, so ist $s = \frac{gt^2}{2}$.

3. Für eine zweimal veränderliche Bewegung ist $s = ct + \frac{gt^2}{2} + \frac{gt^3}{2\,3}$ wenn die beiden Aenderungen verzögernd sind: $s = ct - \frac{gt^2}{2} - \frac{gt^3}{2\,3}$ wenn sowohl die Anfangsgeschwindigkeit als auch die ersten Aenderungen $= o$ sind $s = \frac{g'\,t^3}{2\,3}$ u. s. w.

Da aber die zweiten und die weiteren Aenderungen wegen begränzter Sphäre unserer Anschauung in sämmtlichen Bewegungen uns verschwinden, so beziehen wir sämmtliche veränderliche Bewegungen auf die Gesetze der gleichförmig veränderlichen Bewegung, also für den Weg auf $S = ct + \frac{gt^2}{2}$ und für die Geschwindigkeit auf $v = c + gt$.

So erscheint uns z. B. das Fallen der Körper auf die Erde im luftleeren Raume als eine gleichförmig veränderliche Bewegung, indem die weiteren ganz bestimmt vorkommenden Unterschiede für uns verschwinden. Der Ausdruck für die Geschwindigkeit einer solchen Bewegung nach der Zeit t ist also, da die Beschleunigung g (wenn die Sekunde als Zeiteinheit und der Fuß als Längeneinheit angenommen wird) gleich 31′ sich zeigte, $v = c + 31t$ wo c die Anfangsgeschwindigkeit z. B. in Folge eines Wurfes darstellt. Für die Anfangsgeschwindigkeit $= 0$ ist $v = 31\,t$. Für den Wurf nach Oben $v = c - 31\,t$. Ist $c = 31\,t$, so wird $v = o$ und die Bewegung des Körpers muß in die entgegengesetzte Richtung übergehen. Für den vom Körper in der Zeit t zurückgelegten Weg ist $S = ct \pm \frac{31\,t^2}{2}$.

Hat man den allgemeinen Ausdruck für die Geschwindigkeit oder den Weg einer veränderlichen Bewegung, also auch das allgemeine oder summatorische Glied einer Reihe, so bekommt man die nacheinanderfolgenden Werthe der Geschwindigkeiten oder Wege, also auch die nacheinanderfolgenden Glieder einer Reihe oder die nacheinanderfolgenden Summen derselben, indem man statt den veränderlichen Werthen t oder n die nacheinanderfolgenden besonderen Werthe substituirt.

§. 33. Nach §. 30 ist $S_n - S_{n-1} = c_n$ das Gesetz, nach welchem man aus dem Summenausdrucke einer Reihe, oder dem Ausdrucke des Weges einer veränderlichen Bewegung, das allgemeine Glied, oder den allgemeinen Ausdruck für die Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung erhalten kann.

Ist der Unterschied $S^n - S_{n-1}$ verschwindend klein, so ist $S_n - S_{n-1} = dS_n$, folglich $dS_n = c_n$, und da man durch eine gleiche Behandlung des in §. 31 entwickelten Werthes von c_n denselben Werth für v wie aus c_{n+1} erhält, $dS = v$.

Dieses gilt aber nur für den Fall, daß die Zeit, während welcher diese Aenderung geschieht $= 1$ ist, weil nur dann der Ausdruck für den Weg

mit dem Ausdrucke für die Geschwindigkeit zusammenfallen kann. Wird aber der verschwindend kleine Weg ds in der verschwindend kleinen Zeit dt zurückgelegt, so wird die während der Zeit = 1 geschehende Aenderung $\frac{ds}{dt}$ sein, daher $\frac{ds}{dt} = v$. Setzt man nun in diesem Ausdrucke statt S und v ihre Werthe, so erhält man:

$$\frac{d\,[ct + \frac{gt^2}{2} + \frac{g'\,t^3}{2\,3} + \frac{g''\,t^4}{2\,3\,4} + \ldots]}{dt} = c + gt + \frac{g'\,t^2}{2} + \frac{g''\,t^3}{2\,3} + \ldots$$

oder $d\,[ct + \frac{gt^2}{2} + \frac{g'\,t^3}{2\,3} + \frac{g''\,t^4}{2\,3\,4} + \ldots] = [c + gt + \frac{g'\,t^2}{2} + \frac{g''\,t^3}{.2\,3} + \ldots]dt$ $= c\,dt + gt\,dt + \frac{g'\,t^2\,dt}{2} + \frac{g''\,t^3dt}{2\,3} + \ldots$ und wenn man auf beliebige Art beiderseits die Größen c, g, g′, u. s. w. = 0 oder negativ setzt, wodurch man die den besonderen Arten der beschleunigten und verzögerten Bewegungen entsprechenden Ausdrücke erhält, so wird:

1. Für $g = g' = \& = 0;\ d\,c\,t = c\,dt$

2. „ $c = g' = g'' = \& = 0;\ d\,\frac{g\,t^2}{2} = gt\,dt$

3. „ $c = g = g'' = \& = 0;\ d\,\frac{g'\,t^3}{2\,3} = \frac{g'\,t^2dt}{2}$

ebenso $d\,\frac{g''\,t^4}{2\,3\,4} = \frac{g''\,t^3\,dt}{2\,3}$, daher allgemein $\frac{d\,g\,tn}{2\,3\,..\,n} = \frac{g\,t^{n-1}\,dt}{2\,3\,..\,n-1}$

Durch Vergleichung dieser Ausdrücke sieht man, daß durch das Differenziren nur der veränderliche Theil nicht aber der konstante Faktor verändert wird.

Das Differenziren macht auf den konstanten Faktor keinen Einfluß, woraus folgt, daß $d\,\frac{g\,t^n}{2\,3\,..\,n} = \frac{g}{2\,3\,..\,n}\,d\,t^n$ daher auch $\frac{g}{2\,3\,n}\,d\,t^n = \frac{g\,t^{n-1}\,dt}{2\,3\,..\,n-1}$ und wenn man beiderseits durch 2 3 . . n multiplizirt und durch g dividirt: $d\,t^n = n\,t^{n-1}\,dt$, daher auch umgekehrt, weil das Integriren und das Differenziren, sowie das Addiren und das Abziehen gerade entgegengesetzte Operationen sind: $\int nt^{n-1}\,dt = t^n$.

4. Für $g' = g'' = \& = 0:\ d\,(ct + \frac{gt^2}{2}) = c\,dt + gt\,dt$ daher, da nach 1 und 2 $c\,dt = d\,ct$ und $gt\,dt = d\,\frac{gt^2}{2}$ ist, $d\,(ct + \frac{gt^2}{2}) = d\,c\,t + d\,\frac{gt^2}{2}$.

5. Ebenso $d\,(ct + \frac{gt^2}{2} + \frac{g'\,t^3}{2\,3} = cdt + gt\,dt + \frac{g'\,t^2\,dt}{2}$ $= d\,c\,t + d\,\frac{gt^2}{2} + \frac{d\,g'\,t^3}{2\,3}$ u. s. w., woraus ersichtlich ist, daß das

Differentiale der Summe gleich ist der Summe der Differentiale der einzelnen Addende.

6. Für g, g′, g″ u. s. w. negativ, was den verzögerten Bewegungen entsprechen wird, allgemein:

$$d\left(ct - \frac{gt^2}{2} - \frac{g'\,t^3}{2\,3} - \ldots\right) = c\,dt - gt\,dt - \frac{g'\,t^2\,dt}{} - \ldots$$

$$= dct - d\,\frac{gt^2}{2} - d\,\frac{g'\,t^3}{2\,3} - \text{u. s. w.},$$ daher das Differenziale des Unterschiedes gleich dem Unterschiede der Differentiale der Integrale der einzelnen Größen.

Aus 5 und 6 folgt, wenn man beiderseits integrirt: $\int (c\,dt \pm g\,t\,dt \pm \frac{g'\,t^2\,dt}{2}) = \int d\,(c\,t \pm \frac{gt^2}{2} \pm \frac{g'\,t^3}{2\,3}) = c\,t \pm \frac{gt^2}{2} \pm \frac{g'\,t^3}{2\,3}$ $\int c\,dt \pm \int gt\,dt \pm \int \frac{g'\,t^2\,dt}{2}$, das Integrale der Summe oder des Unterschiedes ist gleich der Summe oder dem Unterschiede der Integrale der einzelnen Größen.

Es ist aber selbstverständlich, daß diese Gesetze hier nur als für diese Form der algebraischen Ausdrücke geltend bewiesen wurden.

§. 34. In §. 31 ist $k = \frac{dv}{dt}$. Setzt man hier statt v seinen Werth $\frac{ds}{dt}$, so wird $k = \frac{d\frac{ds}{dt}}{dt}$ oder, weil $\frac{1}{dt}$ ein konstanter Faktor ist, $k = \frac{\frac{1}{dt}\,d\,d\,s}{dt}$ $= \frac{d^2\,s}{dt^2}$. Man nennt den Ausdruck von der Form $\frac{ds}{dt}$ die erste Abtheilung oder die erste derivirte Funktion von s, und den Ausdruck von der Form $\frac{d^2\,s}{dt^2}$ die zweite Ableitung oder die zweite derivirte Funktion von s. Es ist also der Ausdruck für die Kraft einer beliebig veränderlichen Bewegung gleich der ersten Ableitung des Ausdruckes für die Geschwindigkeit oder der zweiten Ableitung des Ausdruckes für den Weg derselben Bewegung.

Setzt man in $k = \frac{dv}{dt}$, $v = c + gt + \frac{g'\,t^2}{2} + \text{u. s. w.}$ und berücksichtigt dabei, daß das Differentiale oder die Aenderung der konstanten also sich nicht ändernden Größe keine, folglich $dc = o$ ist, so findet man $k = g + g'\,t + \frac{g''\,t^2}{2} + \text{u. s. w.}$

Vertritt man die konstanten Faktoren der für den Weg, die Geschwindigkeit die Kraft entwickelten allgemeinen Ausdrücke der Kürze und Allgemeinheit wegen durch a, b, c, d, u. s. w. so erhält man:

$S = at + bt^2 + ct^3 + dt^4 + \ldots$
$v = a + bt + ct^2 + dt^3 + \ldots$
$k = b + ct + dt^2 + \ldots$ in welchen Ausdrücken auch t, als eine veränderliche Größe, dem Gebrauche gemäß durch x vertreten werden kann.

Jeder Ausdruck für den Weg, die Geschwindigkeit und die Kraft einer beliebig veränderlichen Bewegung, und ebenso für die Summe und das allgemeine Glied einer arithmetischen Reihe beliebiger Ordnung, muß sich auf diese Formen zurückführen lassen.

Jeder von diesen Ausdrücken erscheint als eine Funktion der Veränderlichen t, welche, wenn die Ausdrücke als Ausdrücke der Bewegungen genommen werden, die Größe der Zeit, während welcher die Bewegung geschieht, vertritt, und es ist immer der zweite Ausdruck die erste, und der dritte die zweite Ableitung des ersten Ausdruckes.

§. 35. Die Ausdrücke $v = \frac{ds}{dt}$, $k = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$ gelten für jede algebraische Form von s, v, und k, und es können folgende Aufgaben vorkommen:

1. Ist $S = F(t)$ gegeben, so findet man die Geschwindigkeit und Kraft, indem man die erste und zweite Ableitung von $F(t)$ sucht.

2. Ist $v = F(t)$ gegeben, so findet man k, indem man die erste Ableitung von $F(t)$ sucht, und da $v = \frac{ds}{dt}$, so ist $ds = v\,dt$ folglich $s = \int v\,dt = \int F(t)\,dt$.

3. Ist $k = F(t)$ gegeben, so ist wegen $k = \frac{dv}{dt}$, $dv = k\,dt = F(t)\,dt$, folglich $v = \int F(t)\,dt$.

Setzt man dieses Integrale Kürze wegen $= \int(t)$, so ist wegen $ds = v\,dt$, $s = \int v\,dt = \int\int(t)\,dt$.

Ebenso können die sämmtlichen Bestimmungen ermittelt werden, wenn entweder $v = F(s)$ oder $k = F(s)$ oder $k = F(v)$ gegeben wäre.

§. 36. Der allgemeine Ausdruck für die Zu- und Abnahmen einer veränderlichen Bewegung, also auch der allgemeine Ausdruck für die beliebige Differenz einer Reihe.

Sind wieder die Geschwindigkeiten der Bewegung in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken:

$c_1\ c_2\ c_3\ c_4 \ldots c_n$, so ist für das beliebige Glied c_n

$$d^1c_n = c_{n+1} - c_n = (-1)\,(c_n - c_{n+1})$$

$$d^2c_n = d^1c_{n+1} - d^1c_n = c_{n+2} - c_{n+1} - (c_{n+1} - c_n)$$
$$= (-1)^2\,(c_n - 2c_{n+1} + c_{n+2})$$

$$d^3c_n = d^2c_{n+1} - d^2c_n = d^1c_{n+2} - d^1c_{n+1} - (d^1c_{n+1} - d^1c_n)$$
$$= d^1c_{n+2} - 2d^1c_{n+1} + d^1c_n = c_{n+3} - c_{n+2} - 2\,(c_{n+2} - c_{n+1}) + c_{n+1} - c_n = (-1)^3(c_n - 3c_{n+1} + 3c_{n+2} - c_{n+3})$$

also allgemein: $d^m c_n = (-1)^m [c_n - \binom{m}{1} c_{n+1} + \binom{m}{2} c_{n+2} \ldots + c_{n+m}]$.

Aus diesem allgemeinen Ausdrucke für die Differenzen ersehen wir, daß für eine mmal veränderliche Bewegung, oder eine Reihe der m Ordnung, $m+1$ unmittelbar nacheinanderfolgende Ausdrücke der Geschwindigkeiten oder Glieder der Reihe nöthig sind, um den allgemeinen Ausdruck für jede Differenz, also alle Differenzen zu erhalten.

Hat man nun diese Glieder und alle Differenzen, so kann man die Reihe durch weitere Glieder ergänzen, und sowohl das allgemeine als auch das summatorische Glied der Reihe entwickeln.

Ebenso kann in einer Reihe zwischen je zwei Gliedern derselben eine beliebige Anzahl von Gliedern so eingeschaltet werden, daß dadurch wieder eine Reihe derselben Ordnung entsteht. Man nennt das eine Reihe interpoliren.

Sollen zwischen zwei Gliedern einer Reihe c_n und c_{n+1}, $v-1$ Glieder interpolirt werden, so werden diese Glieder durch $c_{n+\frac{1}{v}}$, $c_{n+\frac{2}{v}}$, $c_{n+\frac{3}{v}} \ldots c_{n+\frac{v-1}{v}}$ bezeichnet werden müssen, weil das nachfolgende $c_{n+\frac{v}{v}} = c_{n+1}$ sein wird.

Ist nun das allgemeine Glied der betreffenden Reihe $c_n = c_1 + \binom{n-1}{1} d^1 c_1 + \binom{n-1}{2} d^2 c_1 + \ldots + d^{n-1} c_1$, so wird, da $n = 1 + (n-1)$ ist, auch $c_{1+(n-1)} = c_1 + \binom{n-1}{1} d^1 c_1 + \binom{n-1}{2} d^2 c_1 + \ldots$ oder da diese Formel auch für gebrochene Werthe von $n-1$ gilt, wenn man $1 = n$ und $(n-1) = \frac{u}{v}$ setzt:

$$c_{n+\frac{u}{v}} = c_n + \frac{u}{v} d^1 c_n + \frac{u}{2v} \left(\frac{u}{v} - 1\right) d^2 c_n + \ldots$$

Setzt man für v denjenigen besonderen Werth, welcher angibt, wie viele Glieder einzuschalten sind, und läßt u nacheinander 1, 2, 3 .. bis $v-1$ gelten, so erhält man die zu interpolirenden Glieder.

Die besonderen Arten von Differenzenreihen, wie die Summenreihen und die besonderen Arten derselben, dann die Potenzreihen u. s. w., und mit ihnen zugleich die ihnen entsprechenden besonderen Arten geradliniger veränderlicher Bewegungen, müssen in diesem Grundrisse übergangen werden, indem diese Entwicklung mit der in der Mathematik bereits vorkommenden gang zusammenfallen würde, daher auch von Jedermann leicht ergänzt werden kann.

§. 37. Eine besondere Art veränderlicher Bewegungen oder Reihen wäre jene, in welcher die Geschwindigkeit in jedem nachfolgenden Zeitaugenblicke, oder jedes nachfolgende Glied der Reihe, ein Produkt aus einem konstanten Faktor und dem vorhergehenden Gliede wäre.

Eine solche Reihe wird c cq cq^2 cq^3.. c q^{n-1} darstellen und sie wird eine geometrische Reihe genannt.

Da das Produkt nichts Anderes als die Summe von gleichen Größen ist, so kann eine solche veränderliche Bewegung additiv, also durch Ausgleichung der Bewegungen von absolut übereinstimmender Richtung entstehen, indem nämlich der Anfangsgeschwindigkeit c im ersten Zeittheile (q—1)mal c, im zweiten Zeittheile q (q—1)mal c, im dritten Zeittheile q^2 (q—1)mal c von der Umgebung mitgetheilt wird.

Diese Bewegungen oder Reihen lassen sich aber auf die additive Gesetzmäßigkeit (additive Unterschiede in den Unterschieden) nicht beziehen, und darum glaube ich, daß ihre Erkenntniß nur Rechnungsvortheile bezweckt.

§. 38. Das allgemeine Glied dieser Reihe ist $c_n = cq^{n-1}$, denn setzt man statt n die besonderen Werthe, so erhält man nacheinander die einzelnen Glieder der Reihe.

§. 39. Die Summe von n Gliedern dieser Reihe ist $S_n = c + c\,q + cq^2 + cq^3 + \ldots cq^{n-1}$; durch q multiplizirt wird $S_n\, q = cq + cq^2 + cq^3 + \ldots + cq^{n-1} + cq^n$ und durch Abziehen des ersten Ausdruckes von dem zweiten:

$$S_n\, q - S_n = cq^n - c,\ S^n\,(q-1) = c\,(q^n-1).$$

$S^n = c\,\dfrac{(q^n-1)}{q-1}$ der allgemeine Summenausdruck dieser Reihe.

Setzt man $c\,\dfrac{(q^n-1)}{q-1} = c + cq + cq^2 + cq^3 + cq^4 + \ldots + cq^{n-1}$ und in beiden Theilen $q = -q$, wann q^n, wenn n gerade ist, positiv, und wenn n ungerade ist negativ ist, so bekommt man:

$c\,\dfrac{(\pm q^n-1)}{-q-1} = c\,\dfrac{(1 \mp q^n)}{q-1} = c - cq + cq^2 - cq^3 + cq^4 - . \mp cq^{n-1}$, folglich $c\,\dfrac{(1 \mp q^n)}{q+1}$ der Summenausdruck der geometrischen Reihe, wenn in derselben ein regelmäßiger Zeichenwechsel vorkommt. u. s. w.

§. 40. Die hier entwickelten Begriffe für die veränderlichen durch Ausgleichung der Bewegungen von absolut übereinstimmender und absolut entgegengesetzter Richtung entstehenden Bewegungen können auch überall praktisch angewendet werden, wo die nacheinanderfolgenden Naturerscheinungen annähernd die diesen Begriffen entsprechende Gesetzmäßigkeit zeigen.

In allen solchen Fällen bleibt es aber nur eine praktische Anwendung, nicht aber der wirkliche begriffliche Ausdruck der sich aus sich Entwickelung dieser Naturerscheinungen, auf welche diese Anwendung geschieht, indem sie immer nur der begriffliche Ausdruck der durch Ausgleichung der Bewegungen absoluter Besonderheiten entstehenden veränderlichen

Bewegung bleiben. Was bei der Entwickelung des Begriffes der Addition und Subtraktion über die Unvollständigkeit derselben in Bezug auf das Objektive gesagt wurde, gilt auch hier, weil die hier entwickelten Begriffe auf den Begriffen der Addition und Subtraktion beruhen.

Die zweite Anwendung ist zur Berechnung mathematischer und geometrischer Tafeln aller Art und zwar überall, wo die hier entwickelte Gesetzmäßigkeit hervortritt.

Ebenso kann man durch Entwickelung der einfachen und zusammengesetzten algebraischen Ausdrücke in Reihen die begriffliche Einsicht in diese Ausdrücke und andere Rechnungsvortheile erlangen.

Da nämlich die Summe einer gewissen Anzahl von Gliedern einer Reihe sich durch einen mehr oder weniger einfachen Summenausdruck geben läßt, so lassen sich auch umgekehrt die allgemeinen Ausdrücke in Reihen entwickeln.

Diese Entwicklung geschieht aber einfacher und dabei gründlicher durch Anwendung der Taylorischen oder Maklaurinischen Reihe, indem eine solche Entwicklung in die durch die Differentialverhältnisse ausgedrückten einzelnen Glieder eine tiefere Einsicht gewährt; sie soll auch dort folgen.

Bei dieser Entwicklung treten erst unendliche Reihen hervor, soll also erst dort die Untersuchung über die Konvergenz und Divergenz der unendlichen Reihen folgen. Dieser Entwickelung entspricht nicht das Voraus-schicken der Diffinitionen (wie es bis jetzt in der Mathematik gewesen ist) bevor etwas objektiv erkannt wurde.

§. 41. Das Auffinden des von einem verschwindenden absolut einfachen Körper durch eine beliebige gleichförmige oder veränderliche geradlinige Bewegung zurückgelegten Weges, ist nichts Anderes als das Auffinden der Größe einer geraden Linie, also das Messen einer Linie nach dem Gesetze, nach welchem sie in der lebendigen Natur entsteht, oder nach dem Maße, nach welchem sie in der lebendigen Natur sich selbst mißt.

Die in der Natur wirklich geschehenden Bewegungen sind die veränderlichen Bewegungen. Die Veränderlichkeit derselben geht in's Unendliche fort, die in derselben vorkommenden Unterschiede erscheinen uns aber nur bis zu einer gewissen Gränze, außerhalb welcher sie uns verschwinden. Wegen diesem Verschwinden der weiteren Unterschiede betrachten und behandeln wir sie als veränderliche Bewegungen gewisser Ordnungen.

Eine Bewegung kann uns als eine veränderliche erscheinen, während die einzelnen Unterschiede gänzlich unserer Wahrnehmung entgehen, in welchem Falle (§. 26) wir zur absoluten Gränze, nämlich zum absolut Gleichförmigen fliehen, und ihren Weg nach der absolut gleichförmigen Geschwindigkeit berechnen, mit welcher sie den nämlichen Weg in der näm-

lichen Zeit zurücklegen würde. Diese Geschwindigkeit heißt dann die mittlere Geschwindigkeit.

So wie die einfachen Bewegungen entstehen auch die Naturkörper in Raum und Zeit zugleich, d. i. durch Bewegung, welche immer veränderlich ist, und ihrem in Erscheinung-Treten in Raum und Zeit liegt ein Maß zu Grunde.

Inwiefern an einem entstandenen Körper dieses seinem Entstehen zu Grunde liegende Maß uns nicht verschwindet, sondern an dem entstandenen Körper ersichtlich ist, können und sollten wir denselben (§. 27) nach diesem seinem eigenen veränderlichen Maße messen. Dieses bedingt aber die Untersuchung der Maße, nach welchen die Natur sich selbst mißt, was bis jetzt nicht geschehen ist, darum fliehen wir beim Messen der Dimensionen sämmtlicher Körper oder beim Messen der Linien zur absoluten Gränze des Gleichförmigen.

Der Ausdruck für den Weg einer gleichförmig geradlinigen Bewegung ist nach §. 32 $S = cn$ oder $S = ct$ d. i. der Geschwindigkeit oder dem während einer Zeiteinheit zurückgelegten Wege multiplizirt mit der Anzahl der Zeiteinheiten, während welchen der ganze Weg zurückgelegt wird, oder was das Nämliche ist, mit der Zeitdauer der ganzen Bewegung. Wird die Geschwindigkeit oder der während einer Zeiteinheit zurückgelegte Weg $= 1$ genommen, so wird $S = n$ oder $S = t$.

Um also die geradlinige Dimension eines Körpers, oder eine Linie, messen zu können, müssen wir eine Längen-Maßeinheit haben, welche dem während einer Zeiteinheit zurückgelegten Wege entspricht, und beliebig sein kann.

Indem wir aber bei dieser Annahme einer willkührlichen Maßeinheit (ein Meter) von den dem Wirklichen zu Grunde liegenden Maßen, nach denen es sich selbst mißt, abgehen, müssen wir auch der inneren Nothwendigkeit unseres Denkens und des Wirklichen, deren Grundform das Allgemeine von Besonderen in den unendlichen Unter- und Ueberordnungen ist, entsprechen, und außer dieser Maßeinheit die ihr über- und untergeordneten Maßeinheiten, von denen die ersten nach der Formel $S = n$ ein Vielfaches, folglich die letzteren ein aliquoter Theil der gewählten Maßeinheit sind, innerhalb der Sphäre unserer Anschauung annehmen, indem wir nur das Uebergeordnete (hier das Größere) nach den übergeordneten, und das Untergeordnete (hier das Kleinere) nach den untergeordneten Maßeinheiten bestimmend, zu deutlichen Begriffen verschiedener Größen und ihrer Verhältnisse zu einander gelangen können.

Dieses Bestimmen der über- und untergeordneten Maßeinheiten ist zugleich ein Bestimmen der über- und untergeordneten Zahleinheiten. Außer

diesen andere über- und untergeordnete Zahleinheiten zu bestimmen ist unnütz und mit Nachtheil verbunden *).

Gegenwärtig wird jede übergeordnete Maßeinheit ein Zehnfaches der untergeordneten gesetzt.

Wollen wir nun die Länge einer bestimmten Linie messen, so müssen wir eine ihrer Größe entsprechende Maßeinheit längs derselben nacheinander auftragen. Bleibt bei diesem Auftragen kein Rest übrig, so ist nach der Formel $S = n$ die Länge der Linie gleich der Zahl, welche angibt, wie vielmal die Maßeinheit auf der gemessenen Linie aufgetragen wurde.

Bleibt aber bei dem Auftragen ein Rest, so muß man denselben nach der zunächst untergeordneten Maßeinheit auf die nämliche Art abmessen u. s. w.

Ist auf der gemessenen Linie die erste Maßeinheit, die wir mit (′) bezeichnen wollen, m mal, die ihr untergeordnete, die wir mit (″) bezeichnen wollen n mal, die weiter untergeordnete (‴) p mal aufgetragen worden, so gibt die Länge der gemessenen Linie der Ausdruck $L = m' + n'' + p'''$.

Sind die untergeordneten Maßeinheiten nach dem dekadischen System eingerichtet, so ist auch $L = m' + \frac{n'}{10} + \frac{p'}{100}$ oder $L = m + \frac{10n' + p'}{100}$ oder auch $L = 100m''' + 10n''' + p'''$ u. s. w. *).

§. 42. Eine Linie oder allgemein eine Zahl, in welcher eine andere ohne Rest enthalten ist (§. 22), heißt durch die andere theilbar; die erste

---

*) In diesem Werke gehen wir von der Bewegung (Physik) oder dem Entstehen der Naturprodukte auf das Entstandensein, die äußeren Formen und Dimensionen der Körper, (Geometrie) und die reine Zahlenlehre über, während früher der umgekehrte Weg verfolgt werden mußte. Auf diese Art hat die reine Zahlenlehre der inneren Nothwendigkeit unseres Denkens folgend die über- und untergeordneten Zahleneinheiten und zwar nach dem Dezimalsysteme eingeführt, während in der Geometrie und der Physik die verschiedenen Maßeinheiten abgesondert von den Zahleinheiten nach anderen Systemen eingeführt wurden. Das Nachtheilige der Einführung der anderen Maß- und Zahlsysteme, wenn die Maßsysteme nicht solche sind, nach denen sich die Natur selbst mißt, wurde in den neuesten Zeiten ersichtlich, und darum die dem Zahlsysteme entsprechenden Maßsysteme eingeführt. In einer Naturlehre soll, so lange sie auf das praktische Messen nicht gerichtet ist, nur von den dekadischen Maßeinheiten die Rede sein.

*) Sind die untergeordneten Maßeinheiten nach einem anderen Systeme in welchem z. B. die erste untergeordnete Maßeinheit der r te Theil der zunächst übergeordneten und die weitere der s te Theil der ihr zunächst übergeordneten ist, so ist $n'' = \frac{n'}{r}$ und $p''' = \frac{p'}{rs}$ und die Länge der gemessenen Linie kann durch $L = m' + \frac{n'}{r} + \frac{p'}{rs}$ oder $L = m' + \frac{sn' + p'}{rs}$ oder auch durch $L = rs\,m''' + sn''' + p'''$ u. s. w. gegeben werden.

wird ein Vielfaches der zweiten, die zweite ein Theiler oder Maß der ersten. Da die erste ein Vielfaches der zweiten ist, so kommt die zweite in der ersten als Faktor vor.

Eine Linie oder allgemein eine Zahl, welche durch mehre andere theilbar ist, wird ein gemeinschaftliches Vielfaches; die kleinste Linie oder Zahl, in welcher mehre andere ohne Rest enthalten sind, das kleinste gemeinschaftliche Vielfache dieser Linien oder Zahlen genannt.

Eine Linie oder eine Zahl, durch welche mehre andere theilbar sind, wird ein gemeinschaftliches Maß der anderen, und das größte von den gemeinschaftlichen Maßen, das größte gemeinschaftliche Maß genannt.

Haben zwei oder mehre Linien oder Zahlen ein gemeinschaftliches Maß, so ist auch ihre Summe oder der Unterschied dadurch theilbar, weil die Summe oder der Unterschied mehrer Zahlen auch dividirt wird, wenn man jeden Addend, oder den Minuend und die Subtrahende besonders dividirt.

Ein besonderer Fall davon ist: Wenn eine Linie oder Zahl durch eine andere Zahl theilbar ist, so ist auch jedes Vielfache derselben dadurch theilbar, weil das Vielfache nichts Anderes als die Summe von gleichen Addenden ist.

Wenn Dividend und Divisor durch eine Zahl theilbar sind, so ist auch der Divisionsrest durch diese Zahl theilbar, weil der Divisionsrest gleich ist dem Unterschiede des Dividendes und dem vielfachen aus dem Quotienten und Divisor, folglich dem Unterschiede zweier Zahlen, welche durch eine dritte theilbar sind.

Wenn Divisor und Divisionsrest durch eine Zahl theilbar sind, so ist auch der Dividend durch diese Zahl theilbar, weil der Dividend gleich ist der Summe des Vielfachen aus dem Quotiente und Divisor und des Restes, also der Summe zweier Zahlen, welche durch eine dritte theilbar sind.

Es ist also jedes gemeinschaftliche Maß zwischen Dividend und Divisor auch ein gemeinschaftliches Maß zwischen Divisor und Divisionsrest, und jedes gemeinschaftliche Maß zwischen Divisionsrest und Divisor auch ein gemeinschaftliches Maß zwischen Dividend und Divisor; folglich auch das größte gemeinschaftliche Maß zwischen Dividend und Divisor auch das größte gemeinschaftliche Maß zwischen Divisor und Divisionsrest, und das größte gemeinschaftliche Maß zwischen Divisionsrest und Divisor das größte gemeinschaftliche Maß zwischen Dividend und Divisor.

§. 43. Um das größte gemeinschaftliche Maß zweier Linien und damit allgemein zweier Zahlen a und b zu bestimmen, trage man b auf a so vielmal auf, als es thunlich ist, und es sei b q_1 mal in a enthalten und bleibe ein Rest r_1 also: 1) $a : b = q_1$ mit dem Reste r_1; hierauf trage man ebenso r_1 auf b auf und es sei r_1 $q_2$mal in b enthalten mit dem Reste r_2, also 2) $b : r_1 = q_2$ mit dem Reste r_2 und ebenso weiter r_2 auf r_1 auf, und es

sei 3) $r_1 : r_2 = q_3$ ohne einen Rest, was immer nach mehren Auftragungen des nachfolgenden Restes auf den vorhergehenden geschehen muß, weil die Reste immer kleiner werden, also dem Verschwinden sich immer mehr nähern, und endlich unserer Anschauung gänzlich entgehen müssen.

Aus 3) folgt $r_1 = r_2\, q_3$, aus 2) $b = r_1\, q_2 + r_2 = r_2\,(q_2\, q_3 + 1)$ aus 1) $a = b\, q_1 + r_1 = r_2\,(q_1\, q_2\, q_3 + q_1) + r_2\, q_3 = r_2\,(q_1\, q_2\, q_3 + q_1 + q_3)$.

Da also sowohl a als b ein Vielfaches von r_2 ist, so ist r_2 ein gemeinschaftliches Maß der beiden. Es ist aber ihr größtes gemeinschaftliches Maß. Denn ist $a : b = q_1$ ohne Rest, so ist b das größte gemeinschaftliche Maß von a und b, weil b durch keine größere Zahl als sie selbst ist, theilbar sein kann. Bleibt aber ein Rest r_1 und $b : r_1 = q_2$ ohne Rest, so ist r_1 das größte gemeinschaftliche Maß von b und r_1, folglich auch von a und b. Bleibt aber in dem letzten der Rest r_2 und $r_1 : r_2 = q_3$ ohne Rest, so ist r_2 das größte gemeinschaftliche Maß von r_1 und r_2, folglich auch von b und r_1, daher auch von a und b.

§. 44. Ist m das größte gemeinschaftliche Maß von a und b und $a : m = q_1$, $b : m = q_2$, so ist $a = mq_1$ und $b = mq_2$ und $aq_2 = mq_1 q_2$ ein gemeinschaftliches Vielfaches von a und b, weil es die Faktoren von beiden in sich enthält, und zwar ist es das kleinste gemeinschaftliche Vielfache, weil q_1 und q_2 Primzahlen unter einander sind, daher kein Faktor von q_1 in q_2 enthalten ist, der weggelassen werden könnte.

§. 45 Aus den Ausdrücken §. 43. folgt:

$$1)\ a : b = q_1 + \frac{r_1}{b},\ 2)\ b : r_1 = q_2 + \frac{r_2}{r_1},\ 3)\ r_1 : r_2 = q_3$$

Aus 1) folgt $a : b = \frac{a}{b} = q_1 + \frac{r_1 : r_1}{b : r_1} = q_1 + \frac{1}{b : r_1}$ und für den Nenner den Werth aus 2) substituirt:

$$\frac{a}{b} = q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{r_2}{r_1}} = q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{r_2 : r_2}{r_1 : r_2}} = q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{1}{r_1 : r_2}}$$

und für $r_1 : r_2$ den Werth aus 3) substituirt: $\frac{a}{b} = q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{1}{q_3}}$

Ein angezeigter Quotient oder ein Bruch kann also auch in der hier entwickelten Form, wo jeder Nenner eine gemischte Zahl ist, gegeben werden; ein solcher Bruch wird ein kontinuirlicher oder ein Kettenbruch genannt.

In der Entwickelung des §. 43 ist also auch das Gesetz der Verwandlung des gemeinen in einen Kettenbruch, dessen Zähler fortwährend = 1 ist, enthalten.

Die Verwandlung eines gemeinen Bruches in einen Kettenbruch ge

währt in manchen Fällen Rechnungsvortheile, die Theorie der Kettenbrüche darf also in einem vollständigen Werke der Naturlehre nicht übergangen werden.

Hier müssen wir uns mit dieser Bezeichnung der Stelle, an welcher diese Theorie systemgemäß entwickelt werden soll, begnügen, weil die Theorie selbst Jedermann bekannt ist.

Daß in einem vollständigen Werke der Naturlehre auch die Theorie vom Maße und dem Vielfachen vollständiger entwickelt werden muß, ist selbstverständlich.

§. 46. Aus §. 43 folgt $\frac{a}{b} = \frac{r_2 (q_1 q_2 q_3 + q_1 + q_3)}{r_2 (q_2 q_3 + 1)} = \frac{q_1 q_2 q_3 + q_1 + q_3}{q_2 q_3 + 1}$; q_1, q_2, q_3 sind die nacheinanderfolgenden Quotienten, welche, wenn a und b bestimmte Linien sind, bestimmte Zahlen sein werden. Man bekommt dann durch Reduktion des Zählers und Nenners in $\frac{q_1 q_2 q_3 + q_1 + q_3}{q_2 q_3 + 1}$ im Zähler und Nenner eine bestimmte Zahl und $\frac{a}{b}$ wird gleich sein dem Quotienten aus dem erhaltenen Zähler und Nenner.

Wird dieser für einen besonderen Fall $= m$, so ist $\frac{a}{b} = m$, welches m angibt, wie viel Mal b in a enthalten ist.

Aus der Entwicklung des §. 43 kann man also auch das Gesetz entnehmen, wie man verfahren soll, um bei gegebenen zwei Linien zu bestimmen, wie viel mal die eine in der anderen enthalten ist, womit wir allgemein zum Begriffe des Verhältnisses übergehen.

Der allgemeine Begriff des Verhältnisses, der Gleichung, der constanten Verhältnisse sammt Proportion, und der veränderlichen Verhältnisse, als Einleitung in die Untersuchung der Ausgleichung und des Gleichgewichtes relativ entgegengesetzter Bewegungen.

§. 47. Die Vergleichung zweier beliebigen gleichartigen Größen, um zu erkennen, wie viel Mal die eine in der andern enthalten ist, nennt man ein Verhältniß. *)

Nimmt man die verglichenen Größen nach den Grenzbegriffen des Gleichen und des Ungleichen, so unterscheidet man die Verhältnisse, in wel-

*) Die arithmetischen Verhältnisse sind ohne alle wissenschaftliche Bedeutung und werden deswegen ganz übergangen.

chen die verglichenen Größen einander gleich sind, von jenen, in welchen diese Größen einander ungleich sind.

I. Ein Verhältniß, in welchem die verglichenen Größen einander gleich sind, nennt man ein Verhältniß der Gleichheit.

Die Gleichstellung zweier beliebigen Ausdrücke, welche einerlei Werth haben, wird eine Gleichung genannt.

Die einander gleichgestellten Ausdrücke werden Theile der Gleichung, und die besonderen innerhalb eines Theiles additiv getrennten Größen die Glieder derselben genannt.

Das Grundgesetz der Gleichheit ist, daß eine beliebige gleiche Veränderung des Gleichen, Gleiches gibt, und umgekehrt, daß eine beliebige ungleiche Veränderung des Gleichen oder Ungleichen ein Ungleiches gibt.

Indem wir dieses allgemeine Gesetz des Gleichen auf die bereits erkannten mathematischen Veränderungen der Größen beziehen, erhalten wir die besonderen mathematischen Gesetze des Gleichen und des Ungleichen, deren Aufzählung wir hier übergehen.

Nach diesen besonderen Gesetzen des Gleichen kann eine Gleichung verändert werden, ohne daß sie eine Gleichung zu sein aufhört.

Sie kann erstens additiv oder subtraktiv verändert werden, indem man zu beiden Theilen derselben, dieselbe Größe addirt oder dieselbe Größe abzieht.

Die besonderen Fälle davon sind: α) wenn die abzuziehende Größe in beiden Theilen der Gleichung vorkommt, folglich durch das Abziehen in beiden Theilen wegfällt. β) Wenn die abzuziehende Größe nur in einem Theile vorkommt, folglich in diesem Theile wegfällt, und in dem anderen mit entgegengesetztem Zeichen erscheint.

2. Multiplikativ u. s. w.

Mittelst diesen Gesetzen der Veränderung einer Gleichung kann derselben eine beliebige mathematische Form gegeben werden.

Eine Gleichung heißt in Bezug auf eine in derselben enthaltene Größe geordnet, wenn darin alle Glieder nach fallenden Potenzen dieser Größe geordnet vor dem Gleichheitszeichen stehen, wenn ferner die höchste Potenz dieser Größe positiv ist und den Coëfficienten 1 hat.

Eine Gleichung heißt in Bezug auf eine Größe aufgelöst, wenn aus derselben der Werth oder die Werthe dieser Größe bestimmt sind.

Eine Gleichung wird also in Bzeug auf eine Größe geordnet:

1. Wenn man die in der Gleichung vorkommenden Brüche wegschafft, indem man die beiden Theile der Gleichung mit dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen aller Nenner multiplizirt u. s. w. *).

---

*) Die Untersuchung der verschiedenen Arten der Gleichungen oder die Eintheilung der Gleichungen soll hier nicht geschehen, weil dem Systeme ge-

II. Sind die verglichenen Größen ungleich, so erfährt man, wie viel Mal die eine Größe in der anderen enthalten ist, wenn man die eine durch die andere dividirt.

In den Verhältnissen werden die verglichenen Größen das Vorderglied und das Hinterglied, und die Zahl, welche angibt, wie viel mal das Hinterglied in dem Vordergliede enthalten ist, der Exponent genannt.

Da das Verhältniß nichts Anderes als eine angezeigte Division ist, so fallen ihre Grundbegriffe, also auch alle untergeordneten, mit einander zusammen.

Der Grundbegriff des Verhältnisses ist also: der Exponent mit dem Hintergliede multiplizirt gibt das Vorderglied.

Nimmt man wieder die Verhältnisse nach den Grenzbegriffen des Gleichen und des Ungleichen, so unterscheidet man gleiche Verhältnisse von ungleichen Verhältnissen.

Gleiche Verhältnisse sind solche, deren Exponenten gleich, ungleiche Verhältnisse sind solche, deren Exponenten ungleich sind.

---

mäß die reine Mathematik in keiner Beziehung der Naturerkenntniß vorgreifen soll. Die Gleichungen und ihre verschiedenen Arten müssen aus der Naturerkenntniß selbst, als verschiedene mathematische Ausdrücke der durch verschiedene Arten der Ausgleichung entstehenden verschiedenen Gleichgewichtszustände und Bewegungen sich ergeben.

Deßwegen soll auch die Untersuchung der Auflösung der Gleichungen nicht abgesondert, sondern da, wo sie als besondere mathematische Ausdrücke einer besonderen Art von Gleichgewichtszuständen oder Bewegungen in Vorschein kommen und als besondere Art von Gleichungen hervorgehoben werden, geschehen.

So wird bei der Untersuchung des Gleichgewichtes dreier relativ entgegengesetzten Bewegungen und der aus der Ausgleichung zweier resultirenden geradlinigen Bewegung, oder der Bewegung der ersten Ordnung, der Unterschied der bestimmten und unbestimmten Gleichungen, der Gleichung mit einer und zwei Unbekannten zum Vorschein kommen, wann auch die Untersuchung ihrer Auflösung geschehen soll. Bei der Untersnchung der durch Ausgleichung mehrerer Bewegungen in der Ebene oder im Raume resultirenden geradliniegen Bewegungen werden bestimmte und unbestimmte Gleichungen mit mehreren Unbekannten; bei der Untersuchung der krummen Linien der zweiten Ordnung, bestimmte und unbestimmte Gleichungen des zweiten Grades u. s. w. hervorkommen.

Die ganze nachfolgende Entwicklung ist mathematisch genommen nichts Anderes als eine systematische Entwicklung der Gleichungen.

Da ich über die Methoden der Auflösung der Gleichungen in diesem Werke nichts Neues geben kann, und die Auflösungen selbst nur von subjektiver nicht aber von objektiver Bedeutung sind, (in der Natur kommt die Auflösung der Gleichungen nicht vor), folglich die Entwicklung ihrer Theorie das System der Entwicklung der Naturgesetze zum Theile unterbrechen muß, so übergehe ich in diesem Werke diese Entwicklung, indem sie von jedem Sachkundigen an den bezeichneten Stellen eingeschaltet werden kann.

Die Gleichstellung zweier gleichen Verhältnisse, wird eine Proportion genannt.

Die Proportion ist also ein besonderer Fall der Gleichungen, wo nämlich die einander gleichgestellten Ausdrücke Verhältnisse sind.

Das Grundgesetz der Proportion ist also, daß die Exponenten der gleichgestellten Verhältnisse einander gleich sind.

Da eine Gleichung beständig bleibt, wenn man den gemeinschaftlichen Nenner eines Theiles der Gleichung als Faktor in den anderen Theil der Gleichung überträgt, so ist aus $a : b = c : d$ oder $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $ad = bc$ das Produkt der äußeren Glieder gleich dem Produkte der inneren; das Grundgesetz der Proportion in einer anderen Form ausgedrückt.

Aus diesem Gesetze erkennt man, welche Verwechslungen der Glieder in einer Proportion geschehen können.

Aus $ad = bc$ erhält man $a = \frac{bc}{d}$ oder auch $b = \frac{ad}{c}$; das Gesetz der Auflösung einer Proportion in Bezug auf ein äußeres oder inneres Glied *).

Wir haben die Verhältnisse nach den Grenzbegriffen des Gleichen und des Ungleichen, welcher Ungleichheit keine Gesetzmäßigkeit zu Grunde liegt, genommen.

Nach §. 24 entspricht aber dem Wirklichen die relative Gleichheit oder die relative Ungleichheit, das unendliche Entstehen des Ungleichen in dem Gleichen, oder des Gleichen in dem Ungleichen, von welchem das absolut Gleiche und das absolut Ungleiche nur die Grenzbegriffe sind.

Nach diesem Begriffe des relativ Gleichen genommen, müssen wir verschiedene Arten von ungleichen Verhältnissen unterscheiden, in welchen bei dieser Ungleichheit zugleich eine Gleichheit vorkommt, wo also die Verhältnisse einander ungleich, aber die ersten oder zweiten u. s. f. Unterschiede derselben einander gleich oder konstant sind.

Indem wir so den Begriff der gleichen und der verschiedenen Arten der ungleichen Verhältnisse gegeben haben, gehen wir zur Entwicklung der durch Ausgleichung relativ entgegengesetzter Komponenten entstehenden Bewegungen über, die eben nach der verschiedenen Konstanz der Verhältnisse ihrer Komponenten als verschiedene Bewegungen (Linien verschiedener Ordnungen) sich von einander unterscheiden werden.

---

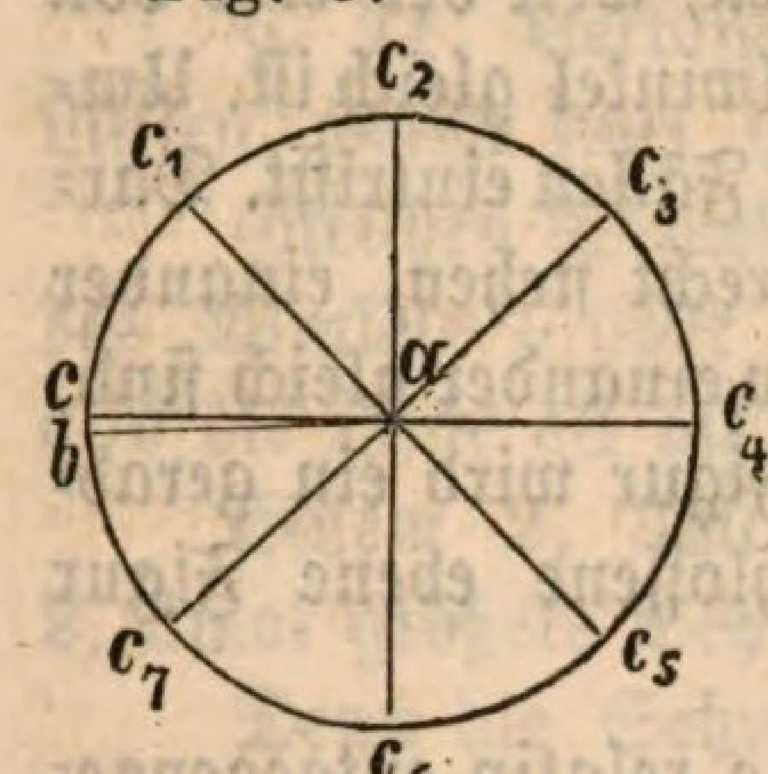
*) Entsprechend der von den Gleichungen gemachten Bemerkung werden die besonderen Gesetze der gleichen Verhältnisse und der Proportion nicht hier entwickelt, sondern erst dort, wo sich ihre objektive Bedeutung zeigen wird.

Ausgleichung relativ entgegengesetzter geradliniger und gleichförmiger einfacher Bewegungen absoluter Besonderheiten.

§. 48. Da das relativ Entgegengesetzte, zwischen den beiden Gränzen der absoluten Uebereinstimmung und des absoluten Entgegengesetztseins liegt, so bekommt man alle Fälle des relativen Entgegengesetztseins der Richtungen zweier einfacher Bewegungen, wenn man die Lage der absoluten Uebereinstimmung der Richtungen Fig. 1. in jene des absoluten Entgegengesetztseins derselben Fig. 2. auf dem kürzesten Wege stetig übergehen läßt.

Denkt man sich in der Lage der absoluten Uebereinstimmung Fig. 3. die Linie ab ruhend, während sich die Linie ac um den Punkt a herumdreht, so daß sie allmählig die Lage ac_1, ac_2, ac_3 und ac_4 einnimmt, so bekommt man alle möglichen Fälle des relativen Entgegengesetztseins der Richtungen. Denkt man sich diese Linie von der Lage ac_4 allmählig in jene ac_5, ac_6 u. s. w. übergehen, bis sie ihre ursprüngliche Lage wieder einnimmt, so bekommt man wiederholt die nämlichen Fälle des relativen Entgegengesetztseins, der Unterschied von den vorigen ist nur in der Lage. Denkt man sich eine mathematische Linie während dieser ihrer Umdrehung zugleich in jeder Lage verbleibend, so wird das von ihr beschriebene eine Ebene genannt.

Fig. 3.



Jede Neigung zweier in einem Punkte zusammenkommenden Linien wird ein Winkel genannt, und zwar wird die absolut entgegengesetzte Lage ein gerader Winkel, ein Winkel, welcher die Hälfte eines geraden beträgt, ein rechter; ein kleinerer als ein rechter, ein spitziger ein größerer ein stumpfer Winkel genannt.

Ein gerader Winkel ist also gleich zwei rechten; der erhabene Winkel, welcher einer vollständigen Umdrehung einer Linie um ein Ende entspricht, ist gleich zwei geraden oder vier rechten Winkeln. Wird die Umdrehung weiter fortgesetzt, so beschreibt die Linie einen Winkel von 5, 6 Rechten u. s. w.

Bilden zwei Linien mit einander einen rechten Winkel, so sagt man, sie stehen auf einander senkrecht; im entgegengesetzten Falle schief. Haben zwei Winkel einen Schenkel gemeinschaftlich, und bilden die beiden andern eine gerade Linie, so heißen die beiden Winkel Nebenwinkel. Die Summe zweier Nebenwinkel ist offenbar gleich zwei Rechten, und die Summe der Winkel um einen Punkt offenbar vier Rechten.

Schneiden sich zwei Linien, so heißen die gegenübergeliegenden Winkel Scheitelwinkel, und sind wegen Beibehalten derselben Neigung einander gleich.

Zwei Linien, welche verlängert zusammentreffen, heißen nach einer Richtung konvergirend, nach der andern divergirend. Zwei Linien in einer Ebene, deren Entfernung von einander stets die nämliche bleibt, und daher dieselben beliebig verlängert nie zusammentreffen können, heißen parallel.

Schneidet man beliebige zwei in einer Ebene liegende Linien durch eine dritte, so unterscheidet man dabei korrespondirende und Wechselwinkel. Bei parallelen Linien sind 1. die korrespondirenden Winkel einander gleich, weil die schneidende Linie gegen die parallelen die nämliche Neigung behält; 2. sind die Wechselwinkel gleich, weil ein Scheitelwinkel eines korrespondirenden ein Wechselwinkel des andern korrespondirenden Winkels ist, 3. ist die Summe der innern oder äußeren, zu der nämlichen Seite der schneidenden Linie liegenden Winkel gleich zwei Rechten, weil der eine von diesen Winkeln dem Nebenwinkel des Anderen als Wechselwinkel gleich ist. Umgekehrt sind zwei Linien parallel, wenn einer von diesen Fällen eintrifft. Daraus folgt, daß zwei Linien, die auf einer Dritten senkrecht stehen, einander parallel sind, und daß parallele Linien zwischen parallelen einander gleich sind.

Eine von drei geraden Linien eingeschlossene Figur wird ein geradliniges Dreieck, eine von vier geraden Linien eingeschlossene ebene Figur wird ein Viereck, von mehren, ein Vieleck genannt.

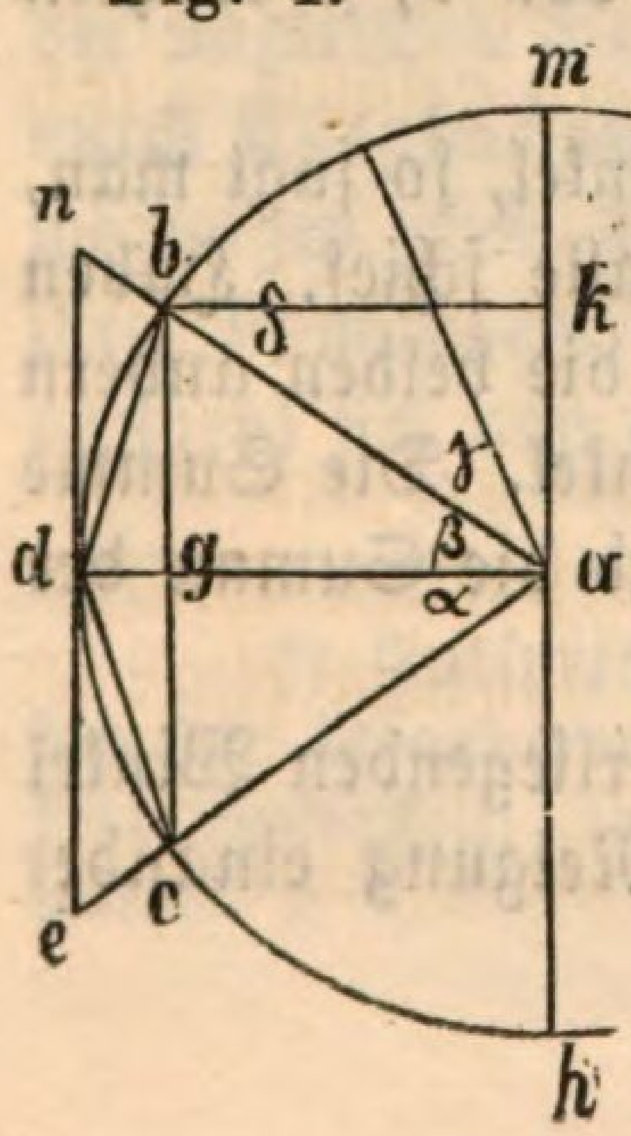
§. 49. Das betreffende Gesetz der Ausgleichung relativ entgegengesetzter Bewegungen ist wie früher: Relativ entgegengesetzte geradlinige und gleichförmige einfache Bewegungen heben sich nach Maß des Entgegengesetztseins gegen einander auf, und treten nach Maß der Gleichheit aufhebend nach Außen gegen ein Drittes auf.

Das Maß des Entgegengesetztseins relativ entgegengesetzter Bewegungen ist also das Maß des Auftretens derselben gegen einander; das Maß der Uebereinstimmung, das Maß des Auftretens derselben nach Außen gegen ein Drittes.

Die Lösung der Frage über die Ausgleichung relativentgegengesetzter Bewegungen bedingt also die Lösung der Frage über das Maß des Entgegengesetztseins oder das Maß eines Winkels.

§. 50. Das Maß des Winkels ist erstens Fig. 4. die Linie, die der Punkt b beschreibt, wenn man die Linie ab von der Lage ad allmälig in die Lage ab übergehen läßt; man nennt diese Linie einen Bogen, und wenn die Linie alle Lagen des Entgegengesetztseins eingenommen hat, und auf der entgegengesetzten Seite in ihre ursprüngliche Lage zurückkehrt, einen Kreis. Die den Kreis beschreibende Linie wird der Halbmesser, und ein vom Zentrum in gerader Richtung bis zu der Kreislinie verlängerter Halbmesser ein Durchmesser des Kreises genannt.

Fig. 4.



Gleichen Winkeln entsprechen gleiche Bögen. Denn bilden wir den Winkel $\alpha = \beta$ und legen den ersteren

über den letzteren, so daß die Linie ad über sich selbst zu liegen kommt, so muß die Linie ac über die Linie ab, daher der Punkt c über den Punkt b kommen.

Der Bogen cd deckt wegen gleicher Krümmung den Bogen db gänzlich, folglich sind sie einander gleich.

Einem 2, 3mal &c. größeren Winkel entspricht auch ein 2, 3mal &c. größerer Bogen; denn bringen wir den Winkel α in seine vorige Lage zurück, so ist der Winkel bac $= \alpha + \beta$ und wegen $\alpha = \beta$ bac $= 2\beta$. Der Bogen bc $=$ bd $+$ dc, und wegen bd $=$ dc, bc $=$ 2bd. Es entspricht also dem Winkel 2b der Bogen 2bd. Ebenso wenn wir noch den gleichen Winkel γ konstruiren u. s. w.

§. 51. Verbinden wir den Punkt b mit d und den Punkt d mit c. Linien, welche zwei Punkte eines Kreises verbinden, heißen Sehnen.

Gleichen Winkeln entsprechen auch gleiche Sehnen, weil beim Auflegen des Winkels α über β der Punkt c über den Punkt b zu stehen kommt, also die Linie cd die Linie bd vollkommen deckt.

Einem 2, 3mal größeren Winkel oder Bogen entspricht nicht eine 2, 3mal größere Sehne.

Denn die Sehne des Winkels bac ist bc, und sie ist wegen dem, daß zwischen zwei Punkten die gerade Linie die kürzeste ist, kleiner als bd $+$ dc oder 2bd.

Die Linie ad halbirt auch den Winkel bac, weil wir sie so gezogen haben; sie halbirt auch den Bogen dieses Winkels, weil gleichen Winkeln α und β gleiche Bögen entsprechen. Sie halbirt aber auch seine Sehne und steht auf derselben senkrecht.

Denn legen wir, wie früher, den Winkel α über β, so kommt der Punkt g über sich selbst, der Punkte c auf b zu stehen, es decken sich also sowohl die Linien cg und bg, als auch die Winkel bei g vollständig, sind daher einander gleich. Wegen Gleichheit dieser Winkel ist jeder gleich der Hälfte eines geraden, daher jeder ein Rechter und die Linie ag $\perp$ bc.

§. 52. Nimmt man die Linie bg in Bezug auf den Winkel β, so ist sie eine vom Endpunkte des einen Schenkels auf den andern gefällte Senkrechte. Eine solche Linie wird ein Sinus genannt.

Wegen bg $=$ gc gilt der Satz, daß gleichen Winkeln gleiche Sinus entsprechen, und umgekehrt.

Da einem 2, 3mal größeren Winkel keine 2, 3mal größere Sehne entspricht, der Sinus aber die Hälfte der Sehne eines verdoppelten Winkels ist, so entspricht nicht einem 2, 3mal größeren Winkel, sondern einer 2, 3mal größeren Sehne ein 2, 3mal größerer Sinus.

Ein Winkel, welcher einen anderen zu einem Rechten ergänzt, heißt ein den ersten ergänzender Winkel.

§. 53. Zieht man die Linie bk senkrecht auf am, so ist sie der Sinus des ergänzenden Winkels.

Aber bk = ag, weil diese Linien Senkrechte zwischen Senkrechten, also Parallele zwischen Parallelen sind. Darum wird auch ag der Sinus des komplementirenden Winkels oder kurz Kosinus des Winkels β genannt.

Da ag ein gemeinschaftlicher Kosinus der beiden gleichen Winkel α und β ist; — so entsprechen gleichen Winkeln gleiche Kosinus, — aber aus dem nämlichen Grunde, wie bei dem Sinus nicht einem doppelten Winkel ein doppelter Kosinus.

§. 54. Errichtet man auf ad in d eine Senkrechte, und verlängert sie, bis sie mit dem verlängerten zweiten Schenkel des Winkels β zusammentrifft, so heißt diese Senkrechte dn eine trigonometrische Tangente des Winkels β. Errichtet man auch eine solche für den Winkel α, nämlich do, und legt die beiden Winkel sammt den Tangenten aufeinander, so fällt wegen Gleichheit der Winkel bei d und der Winkel α und β der Punkt o auf den Punkt n. Daraus folgt, daß die Tangenten gleicher Winkel einander gleich sind.

Daß einem doppelten Winkel nicht eine doppelte Tangente des einfachen Winkels entspricht, ist zu augenscheinlich.

Das Nämliche gilt von den Kotangenten. Außer diesen Linien sind noch dg und mk; die erstere wird Sinusversus, die zweite Kosinusversus genannt.

§. 55. Nehmen wir das von diesen Linien Nachgewiesene zusammen, so zeigt sich, daß überall einem gleichen Winkel eine gleiche Linie, aber einem doppelten Winkel nur ein doppelter Bogen entspricht.

Der Bogen eignet sich also besonders zur Angabe der Größe des Winkels.

Der 90. Theil von einem dem rechten Winkel entsprechenden Bogen wird als Maß-Einheit der Winkel angenommen, und ein Grad genannt.

Lassen wir aber die Linie von der Lage der absoluten Uebereinstimmung in jene des absoluten Entgegengesetztseins allmälig übergehen, so sehen wir, daß jeder Vergrößerung des Winkels eine Vergrößerung der Sehne, des Sinus, der Tangente und des Sinusversus, und die Verkleinerung des Kosinus, der Kotangente und des Kosinusversus entspricht, so daß jeder Größe des Winkels nur eine Größe einer jeden von diesen Linien entspricht.

Jede von diesen Linien ist also auch ein Maß des Winkels und kann als solches gebraucht werden.

§. 56. Da nun mehre verschiedene Maße des relativen Entgegengesetztseins vorkommen, so bleibt noch zu bestimmen, nach welchem von diesen Maßen das relativ Entgegengesetzte sich gegen einander aufhebt und nach Außen auftritt.

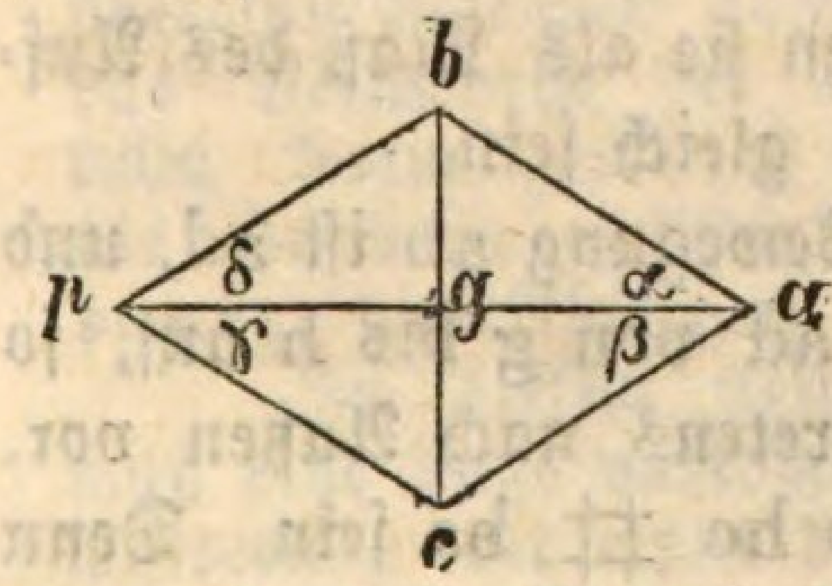
In §. 18 haben wir das Gesetz der Ausgleichung für die beiden Gränzen, nämlich für die absolute Uebereinstimmung und für das absolute Entgegengesetztsein bestimmt, und zwar: daß bei der absoluten Uebereinstimmung beide Bewegungen sich in ihrem Auftreten nach Außen ganz erhalten — und gegen einander gar nicht auftreten; bei dem absoluten Entgegengesetztsein umgekehrt gar nicht nach Außen auftreten und ihrer ganzen Größe nach sich mit einander aufheben.

Die Maße der Ausgleichung relativ entgegengesetzter Bewegungen müssen also zwischen diesen Gränzen eingeschlossen sein, d. h. das Maß des Auftretens nach Außen, muß für jede einzelne Bewegung, während das Entgegengesetztsein vom absoluten Uebereinstimmen bis zum absoluten Entgegengesetztsein fortschreitet, von der die Geschwindigkeit darstellenden Größe anfangend, sich immer verkleinern, bis es beim absoluten Entgegengesetztsein gleich Null wird; — das Maß des Auftretens gegen einander muß beim absoluten Uebereinstimmen von Null anfangend, sich immer vergrößern, bis es beim absoluten Entgegengesetztsein der die Geschwindigkeit der Bewegung vorstellenden Größe gleich wird.

Dieser Bedingung entspricht offenbar für das Auftreten nach Außen nur der Kosinus, und für das Auftreten gegen einander nur der Sinus, und zwar allgemein für jede beliebige Größe der Geschwindigkeit der Bewegungen und des Entgegengesetztseins, die Senkrechte, welche von dem Endpunkte des die Geschwindigkeit darstellenden Schenkels auf den anderen Schenkel errichtet wird, und die Gerade zwischen dem Fußpunkte dieses Schenkels und dem Scheitel des Winkels, — weil nur diese zwischen den Gränzen des absoluten Auftretens nach Außen der entsprechenden Bewegungen und des absoluten Auftretens gegen einander sich befinden. Diese Senkrechten sind allein das Maß des relativen Entgegengesetztseins und der relativen Uebereinstimmung der Bewegungen, indem der Sinus das Maß gibt, wie viel sich zwei Bewegungen von der absoluten Uebereinstimmung, und der Kosinus, wie viel sie sich von dem absoluten Entgegengesetztsein entfernt haben.

Es hebt sich also jede der sich ausgleichenden Bewegungen zuerst von gleicher Geschwindigkeit ab und ac (Fig. 5) gegen die andere so auf, als wenn beide von der Größe bg und gc wären, und in absolut entgegengesetzten Richtungen gegen einander wirken möchten, und es tritt jede so nach Außen auf, als wenn sie von der Größe ag wäre, und beide in absolut übereinstimmenden Richtungen sich bewegen möchten.

Fig. 5.



§. 57. Hier haben sich die Bewegungen zweier absolut einfacher, verschwindend kleiner Körper ausgeglichen. Im §. 19 haben wir aber erkannt, daß eine Bewegungsganzheit, ein Körper, von einem anderen eine

Bewegung durch Mittheilung erhalten kann. Es kann also der Fall eintreten, daß ein absolut einfacher Körper in dem nämlichen Augenblicke von zwei anderen, zwei einfache relativ entgegengesetzte Bewegungen erhält.

Bekommt ein absolut einfacher Körper durch Mittheilung in dem nämlichen Augenblicke zwei Bewegungen von gleichen Geschwindigkeiten und in relativ entgegengesetzten Richtungen, so heben sich diese Bewegungen nach Maß des Entgegengesetztseins gegen einander auf, und treten nach Maß der Gleichheit nach Außen auf.

Die Besonderheit erhält von jeder ihr mitgetheilten Bewegung die Geschwindigkeit ag, wird also die Geschwindigkeit 2ag = ap haben.

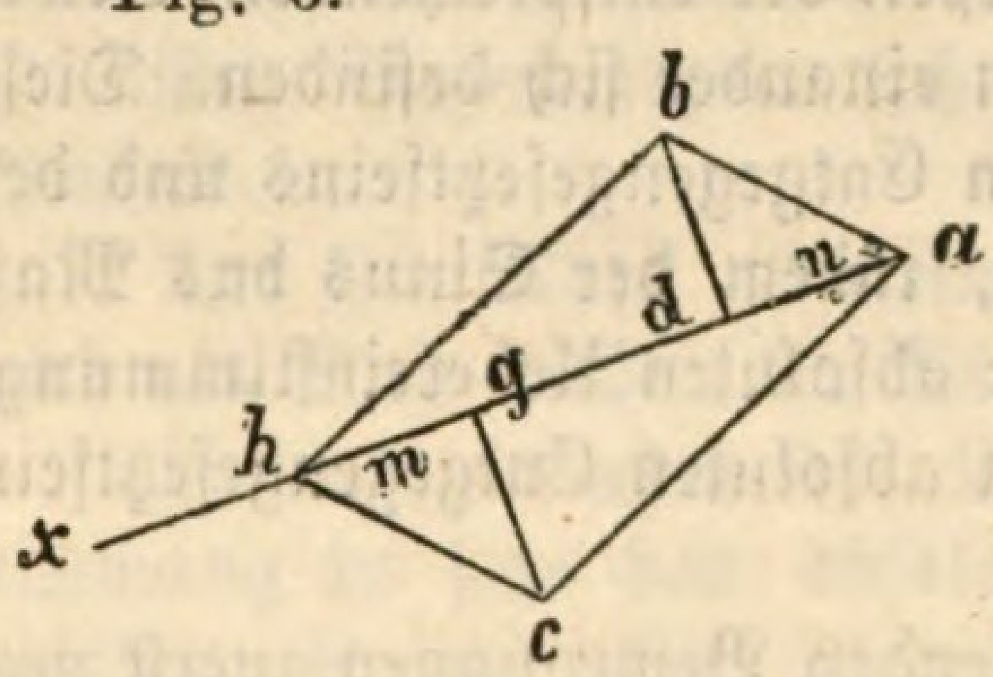
Verbinden wir den Punkt p mit b und c, so werden wegen Gleichheit der Wechselwinkel α und γ, β und δ (wovon man sich durch passendes Uebereinanderlegen der Dreiecke bac und bpc überzeugen kann) ab // cp und ac // bp. Eine solche vierseitige ebene Figur, in welcher je zwei gegenüberliegende Seiten einander parallel sind, wird ein Parallelogramm genannt.

Die die gegenüberliegenden Winkel einer jeden mehrseitigen Figur verbindende Linie, hier ap oder bc, wird eine Diagonale genannt.

Werden also auf eine Besonderheit zwei Bewegungen von gleicher Geschwindigkeit in dem nämlichen Augenblicke übertragen, so bewegt sie sich mit der Geschwindigkeit, welche durch die Diagonale eines Parallelogramms dargestellt wird, welches über den, die Geschwindigkeit und Richtung der Bewegungen darstellenden Linien verzeichnet wird.

§. 58. Sind die Geschwindigkeiten der sich in relativ entgegengesetzten Richtungen ausgleichenden Bewegungen einander ungleich (Fig. 6). Da sich diese Bewegungen gegen einander aufheben müssen, um nach Außen aufzutreten, so müssen die Maße ihres Gegeneinanderwirkens einander gleich, absolut entgegengesetzt und auf der Richtung des Auftretens nach Außen senkrecht stehen.

Fig. 6.



Es sei die unbekannte Richtung des Auftretens nach Außen ax. Errichten wir die Senkrechten bd und cg, so müssen sie als Maß des Auftretens der Bewegungen gegen einander, einander gleich sein.

Das Maß des Auftretens nach Außen der Bewegung ab ist ad, und der Bewegung ac ist ag. Tragen wir die Linie ad von g bis h auf, so stellt ah die Richtung und Größe des ganzen Auftretens nach Außen vor.

Verbinden wir nun h mit b und c, so wird hc ⌗ ba sein. Denn legen wir dba über gch, so daß der Punkt d auf g, die Linie da auf gh und db auf gc fällt, so wird die Linie ba die Linie hc vollkommen decken, also sowohl diese Linien als auch die Wechselwinkel m und n einander gleich sein.

Da bc ⌗ ba, so ist abbc ein Parallelogramm und ab dessen Diagonale.

Beim Ausgleichen relativ entgegengesetzter Bewegungen von ungleichen Geschwindigkeiten wird also die Summe des Auftretens der Bewegungen nach Außen ebenfalls die Diagonale des Parallelogramms darstellen, welches über den die Geschwindigkeiten und das Entgegengesetztsein der Bewegungen darstellenden Linien errichtet wird.

So wie im vorigen Falle wird auch hier, wenn es zwei auf einen absolut einfachen Körper in dem nämlichen Augenblicke durch Mittheilung übertragene Bewegungen sind, die Geschwindigkeit der Besonderheit gleich der Diagonale des Parallelogramms. Ist das aber eine Ausgleichung der Bewegungen zweier absolut einfacher Körper, so ist, wenn durch das Aufheben gegen einander die Besonderheiten sich hinlänglich mit einander vereinigen, die Bewegung einer jeden gleich der Hälfte der Diagonale; im entgegengesetzten Falle müßte sich die eine nach der Aufhebung gegen einander mit der Geschwindigkeit ad, die andere mit der Geschwindigkeit ag bewegen *).

---

*) Um das ganze System des vereinigten Vortrages der Mathematik, Geometrie und Physik, welches die Entwicklung des Gesetzes der Vereinigung relativ entgegengesetzter Bewegungen von der Entwickelung alles bisher nicht vorgekommenen geometrischen und mathematischen Unterrichtes nothwendig fordert, unabhängig von dem aus dem allgemeinen Theile entnommenen Grundsatze des sich Aufhebens des relativ Entgegengesetzten, welcher Grundsatz gewiß von vielen jetzigen Physikern die Anerkennung nicht gleich findet, zu geben; müssen wir hier eine andere, ebenso von jenem Grundsatze, wie auch allem nachfolgenden geometrischen und mathematischen Stoffe, unabhängige Entwicklung des Gesetzes der Vereinigung relativ entgegengesetzter Bewegungen geben.

Wir müssen dabei nothwendig aus den Grenzbegriffen der Vereinigung der absolut übereinstimmenden und absolut entgegengesetzen Bewegungen herausgehen.

Absolut übereinstimmende Bewegungen addiren sich; die eine wird um die Größe der andern additiv vermehrt, absolut entgegengesetzte ziehen sich ab, die eine wird um die Größe der andern subtraktiv vermindert.

Uebergeht also eine Bewegung von der mit einer anderen absolut übereinstimmenden allmälig in die absolut entgegengesetzte Richtung, so muß das Vermehren der einen durch die andere offenbar abnehmen, und dann beim Vorwiegen des Entgegengesetztseins in die Verminderung übergehen, bis sie beim vollständigen Entgegengesetztsein in die vollständige Verminderung, das Abziehen, übergeht.

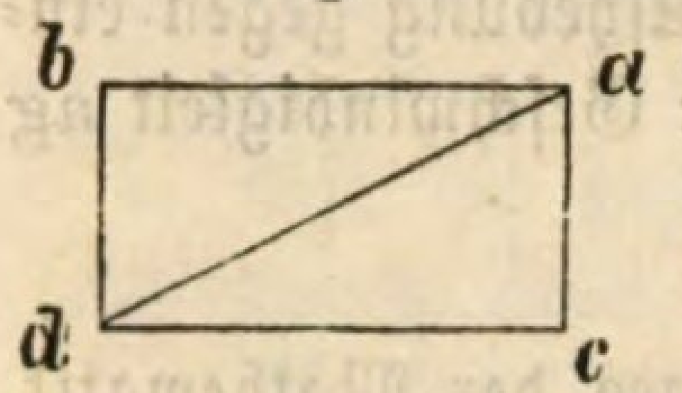
In diesem stetigen Uebergange von Vermehrung in Verminderung muß eine Lage vorkommen, in welcher weder die Vermehrung noch die Verminderung der einen durch die andere stattfindet, also keine auf die andere einen Einfluß übt.

Diese neutrale Lage muß offenbar die mittlere zwischen der Lage der absoluten Uebereinstimmung und der Lage des absoluten Entgegengesetztseins sein, also wo die Richtung der einen auf jene der andern senkrecht steht.

Damit haben wir gezeigt, daß allgemein das Auftreten nach Außen, oder die Resultirende zweier einer Besonderheit mitgetheilten geradlinigen und gleichförmigen Bewegungen, der Richtung und Größe nach durch die Diagonale eines, über den die Größe der Geschwindigkeit der Bewegungen und ihres Entgegengesetztseins darstellenden Linien, errichteten Parallelogramms dargestellt wird.

Die Größe des Auftretens gegen einander gibt die Senkrechte an, welche von dem Endpunkte einer die sich ausgleichende Bewegung darstellenden Linie auf die Richtung der Resultirenden gefällt wird, oder der Sinus des von einer sich ausgleichenden und der resultirenden Bewegung gebildeten Winkels und zwar für einen der Größe der Geschwindigkeit der sich ausgleichenden Bewegung entsprechenden Halbmesser.

Fig. 7.



Steht also die Richtung einer einem materiellen Punkte a (Fig. 7) mitgetheilten Bewegung ab auf die Richtung der anderen ac senkrecht, so übt keine auf die andere einen Einfluß, jede muß sich also in ihrer Vollständigkeit erhalten.

Der materielle Punkt muß also ebenso die ganze Bewegung im Sinne der Richtung ab, wie auch jene im Sinne der Richtung ac beschreiben, und am Ende des Zeittheilchens im Punkte d ankommen, dessen Entfernung von c gleich ab, und die Entfernung von b gleich ac ist.

Zu dem nämlichen Punkte würde aber der materielle Punkt a in der nämlichen Zeit gelangen, wenn man ihm nur diejenige Bewegung mittheilen würde, welche die Linie ad der Richtung und Größe nach darstellt.

Es lassen sich also die unter einem rechten Winkel wirkenden Bewegungen ac und ab durch die einzige Bewegung ad; also auch umgekehrt die Bewegung ad durch die Bewegung ac und ad in ihrer Wirkung nach Außen vertreten.

Jede Bewegung läßt sich also durch zwei andere auf einander senkrecht wirkende vertreten, deren Richtung und Größe man erhält, wenn man von den beiden Endpunkten der die zu vertretende Bewegung darstellenden Linie auf einander senkrechte Linien fällt.

Diese Senkrechten sind nichts anderes, als die der Größe der die zu vertretende Bewegung darstellenden Linie entsprechenden Sinus und Kosinus des Winkels, welchen die Richtung der zu vertretenden mit der Richtung einer der vertretenden Bewegungen bildet.

Aus diesem Satze kann man nun unmittelbar den allgemeinen Satz der Ausgleichung zweier relativ entgegengesetzter Bewegungen, so wie er hier (§. 58) gegeben ist, entwickeln.

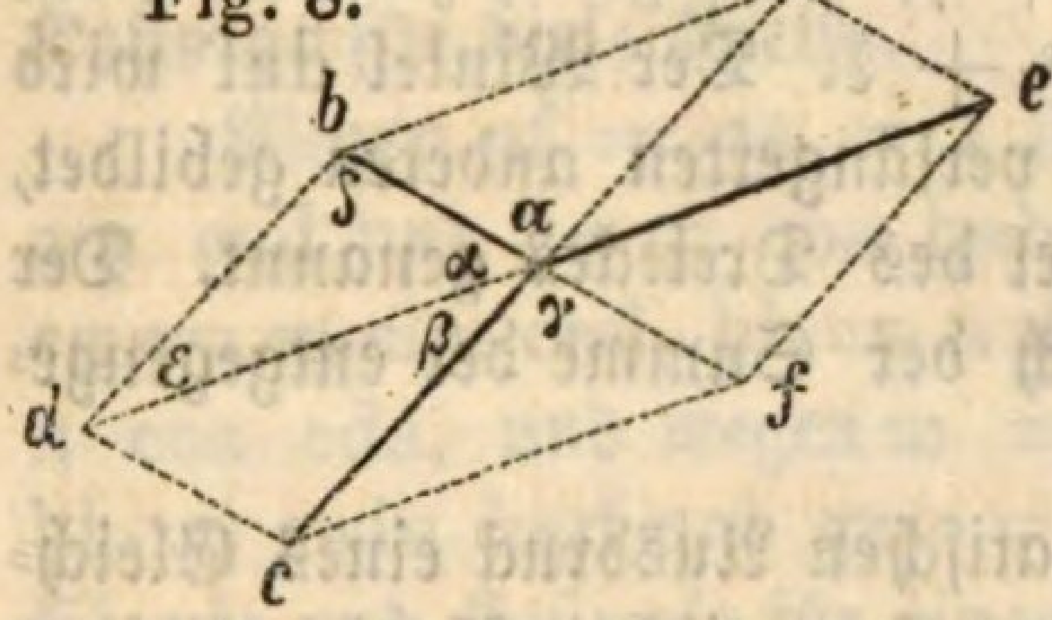
Nur diese eine Art des Auffindens der Resultirenden ist meiner Ansicht nach für den Zweck des gemeinschaftlichen Vortrages der Physik, Geometrie und Mathematik entsprechend, weil man sich dabei nur auf das vorangeschickte Gesetz der Ausgleichung zweier absolut übereinstimmenden und absolut entgegengesetzten Bewegungen und kein anderes stützen kann. Sie ist auch in populären Werken des gemeinschaftlichen Vortrages (z. B. für Obergymnasien) zu gebrauchen, weil da aus dem Allgemeinbegriffe nicht herausgegangen werden kann.

Bei der Ausgleichung der Bewegungen zweier absoluter Besonderheiten wird im Falle der hinlänglich starken Vereinigung beider jede in der Richtung der Resultirenden und mit einer der Hälfte derselben gleichen Geschwindigkeit sich bewegen. Im Falle einer nicht hinlänglichen Vereinigung bewegen sich beide in der Richtung der Resultirenden, und die Geschwindigkeit einer jeden wird der Kosinus des von ihr und der Resultirenden gebildeten Winkels für den Halbmesser gleich der Größe der sich ausgleichenden Bewegung darstellen.

Aus diesem entnehmen wir auch, daß von den trigonometrischen Funktionen der Sinus und Kosinus allein ein Ausdruck der relativ entgegengesetzten Bewegungen ist, und als solcher in allen mit der Ausgleichung solcher Bewegungen übereinstimmenden Fällen anzuwenden ist. Der Gebrauch der übrigen Funktionen kann hier nur Rechnungsvortheile bezwecken.

§. 59. Nach dem Vorigen bewegt sich ein verschwindend kleiner absolut einfacher Körper, welchem in dem nämlichen Augenblicke zwei Bewegungen in relativ entgegengesetzten Richtungen mitgetheilt wurden, in der Richtung der Diagonale und mit der, der Größe derselben entsprechenden Geschwindigkeit. Soll nach Mittheilung solcher Bewegungen der Körper in Ruhe verbleiben, so muß auch demselben in dem nämlichen Augenblicke eine der Größe der Diagonale gleiche und ihrer Richtung gerade entgegengesetzte Bewegung (Fig. 8) ae mitgetheilt werden, wann eine Ausgleichung der Bewegungen sowohl untereinander als nach Außen erfolgt. Eine solche Ausgleichung heißt ein Gleichgewicht. In diesem Gleichgewicht erscheint aber jede als die beiden anderen ausgleichend; jede muß also der Größe nach der Diagonale des über zwei anderen errichteten Parallelogramms gleich, und der Richtung nach gerade entgegengesetzt sein.

Fig. 8.



§. 60. Das über zweien zwei sich ausgleichende Bewegungen darstellenden Linien errichtete Parallelogramm wird ein Parallelogramm der Bewegungen (Kräftenparallelogramm) genannt.

Da aber das Dreieck abd sowohl die drei Linien, welche die einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen darstellen, in sich enthält, als auch die drei Winkel des Dreieckes in der nämlichen Ordnung, wie die einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen, das nämliche Maß des Entgegengesetztseins und der Uebereinstimmung mit den entsprechenden Bewegungen haben, indem jeder von diesen Winkeln ein Supplementswinkel eines der anderen ist, also einen gleichen Sinus und Kosinus (hier wegen der entsprechenden Lage auch sammt gleichen Zeichen) hat; so stellt das Dreieck ganz genau das Gleichgewicht dreier Bewegungen dar. Das

Grundgesetz des Dreieckes ist ganz das nämliche, wie jenes der Ausgleichung; folglich kann dieses Dreieck das zugehörende Gleichgewicht dreier Bewegungen gänzlich vertreten. Ein solches Dreieck wird ein Dreieck der Bewegungen (Kräftendreieck) genannt.

Wie wir aber hier von den, einander das Gleichgewicht haltenden drei Bewegungen auf das entsprechende Dreieck der Bewegungen übergangen sind und gezeigt haben, daß beiden das nämliche Grundgesetz entspricht; so können wir umgekehrt allgemein sagen, daß jedes Dreieck, indem es zu einem Parallelogramm vervollständigt werden kann, als ein Dreieck von Bewegungen (Kräftendreieck) betrachtet werden kann; dem Dreiecke also allgemein das nämliche Grundgesetz wie dem Gleichgewichte dreier Bewegungen zu Grunde liegt, und die aus demselben für das eine entwickelten Gesetze auch für das andere gelten.

Man muß aber immer gedenken, daß nur die Sinuse und Kosinuse der Winkel des Gleichgewichtes der Bewegungen, nicht aber die Winkel selbst, jenen des Dreieckes der Bewegungen gleich sind, indem beide zu einander supplementäre Winkel sind. Die Summe der Winkel, welche die drei einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen bilden, sind als die Summe der Winkel um einen Punkt gleich $2\,G = 4\,R = 360^0$.

Die Winkel des Dreieckes sind supplementäre der von den Bewegungen gebildeten Winkel, daher ihre Summe gleich der Summe der über der geraden Linie af liegenden Winkel $\alpha + \beta + \gamma$, also gleich zwei Rechten.

Eben darum ist $\beta + \gamma = \text{daf} = \delta + \varepsilon$. Der Winkel daf wird von einer Seite des Dreieckes und einer verlängerten anderen gebildet, ein solcher Winkel wird ein äußerer Winkel des Dreieckes genannt. Der äußere Winkel eines Dreieckes ist also gleich der Summe der entgegengesetzten inneren Winkel desselben.

§. 61. Suchen wir nun den mathematischen Ausdruck eines Gleichgewichtes dreier Bewegungen, also auch den mathematischen Ausdruck eines Dreieckes.

Die Größe des Auftretens einer jeden von zwei sich ausgleichenden Bewegungen gegen die andere und nach Außen nimmt bei dem nämlichen Entgegengesetztsein der sich ausgleichenden Bewegungen mit der Größe der Geschwindigkeiten dieser Bewegungen zu, weil dann sowohl die Größe des dieser Bewegung entsprechenden Sinus als auch des Kosinus offenbar zunimmt.

Dieses Zunehmen des Auftretens der Bewegungen gegen einander und nach Außen muß aber in dem nämlichen multiplikativen (geometrischen) Verhältnisse geschehen, wie das Zunehmen der Geschwindigkeit der Bewegungen.

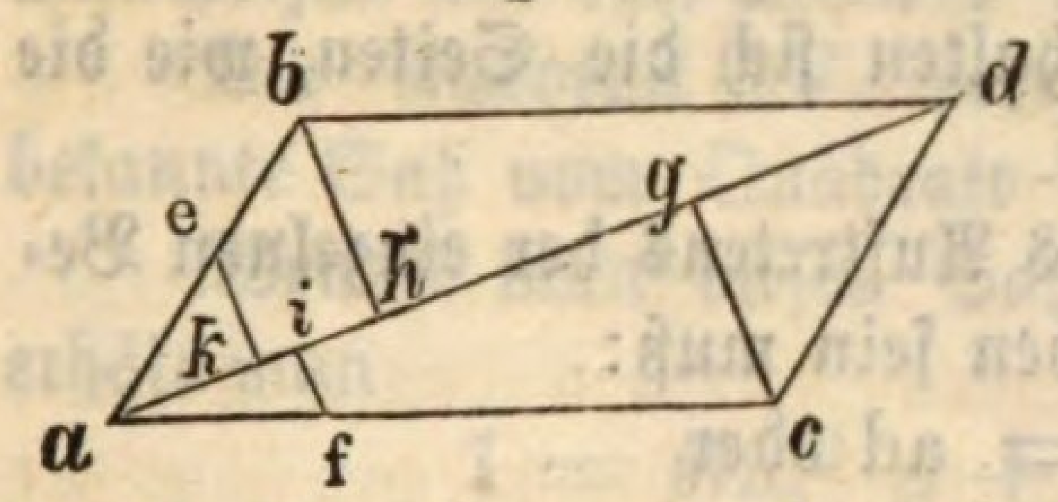
Denn denken wir uns einmal zwei Bewegungen von gewisser Geschwindigkeit und gewissem Entgegengesetztsein einer Besonderheit mitge-

theilt; in einem zweiten Falle aber zwei, drei etc. mal zu zwei Bewegungen, deren Richtungen mit den Richtungen der vorigen Bewegungen gänzlich zusammenfallen, die Geschwindigkeiten aber von den vorigen um das Doppelte, Dreifache etc. kleiner sind; so müssen die Resultate in beiden Fällen die nämlichen sein, weil nach §. 18 mehre in absolut übereinstimmender Richtung mitgetheilte Bewegungen sich absolut erhalten, die Mittheilung also im ersten und zweiten Falle absolut die nämliche ist.

Da aber im letzten Falle das Auftreten der Bewegungen gegen einander und nach Außen bei zwei drei etc. Mittheilungen zwei, drei etc. mal größer ist als bei einer Mittheilung, so ist auch bei einmaliger Mittheilung zweier Bewegungen von zwei, drei n mal größerer Geschwindigkeit die Größe ihres Auftretens nach Außen und gegen einander zwei, drei n mal größer, als das Auftreten zweier Bewegungen von dem nämlichen Entgegengesetztsein und zwei, drei, n mal kleinerer Geschwindigkeit.

Stellen also in der Ausgleichung (Fig. 9.) ae = af die Geschwindigkeit gleich 1 vor, und ist ac = m. af, ab = n. ae; so ist auch cg = m. fi, bh = n. ek und ga = m. ia, ha = n. ak.

Fig. 9.



Um die trigonometrische Bedeutung dieser Sätze zu bestimmen, betrachte man ac und ab als Halbmesser zweier Kreise, also ac = R, ab = r, so sind gc und bh die Sinuse; und ga und ah die Kosinuse für diese Kreise.

Wegen af = ae = 1 sind: fi = sin. cad, ek = sin. bah; ia = cos. cad und ka = cos. bah. Die obigen Ausdrücke verwandeln sich in cg = m sin. cad, bh = n sin. bad und ga = m. cos. cad, ah = gd = n cos. cda, und wegen m = R und n = r in cg = R. sin. cad oder bh = r sin. bad und ga = R. cos. cad oder ha = R cos. bah, also die Sinuse und Kosinuse für einen Halbmesser R sind gleich den Sinusen und Kosinusen für den Halbmesser 1 multiplizirt mit R.

Da dieß selbstverständlich für jedes rechtwinkelige Dreieck gilt, so gilt auch die obige Regel für die Tangente, Kotangente, Sekante und Kosekante, und kann ebenso für Sinusversus und Kosinusversus erweitert werden.

§. 62. Da nach §. 58 die Maße des Gegeneinanderauftretens zweier sich ausgleichenden Bewegungen einander gleich sein, und sich gegenseitig aufheben müssen, so ist in den Ausdrücken cg = m. sin. cad und bh = n. sin. bad, cg — bh = o, daher m. sin. cad — n sin. bad = o, und für m, ac; für n, ab = cd für sin. bad, sin. adc gesetzt.

I. ac. sin. cad — cd. sin. adc = 0 oder
ac. sin. cad = cd. sin. adc, woraus
ac : cd = sin. adc : sin. cad.

Da jede von den drei einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen die Diagonale des über zwei anderen errichteten Parallelogramms ist, und die Seiten eines Bewegungsdreieckes sowohl die nämliche Größe mit den sich ausgleichenden Bewegungen, als auch die nämlichen Sinuse und Kosinuse haben, so ist auch:

$$ac. \sin. acd - ad. \sin. adc = 0 \text{ und}$$
$$cd. \sin. acd - ad. \sin. cad = 0, \text{ woraus}$$
$$ac : ad = \sin. adc : \sin. acd \text{ und}$$
$$cd : ad = \sin. cad : \sin. acd,$$

welche zwei Proportionen mit der vorigen zusammengeschrieben, den Ausdruck geben:

$$\text{II. } ac : cd : ad = \sin adc : \sin cad : \sin acd.$$

Es verhalten sich also bei der durch Ausgleichung von zweien erfolgenden resultirenden geradlinigen Bewegung, oder beim Gleichgewichte dreier Bewegungen, die Größen je zweier Bewegungen zu einander, wie verkehrt die Sinuse der Winkel, welche ihre Richtungen mit der Richtung der Dritten bilden. Und beim Dreiecke verhalten sich die Seiten, wie die Sinuse der ihnen gegenüberliegenden Winkel.

§. 63. Ebenso ist, da die Summe des Auftretens der einzelnen Bewegungen nach Außen gleich der Resultirenden sein muß:

$$ag + ah = ag + gd = ad \text{ oder}$$
$$\text{III. } ac. \cos. cad + cd. \cos. cda = ad,$$

und da jede von den drei Bewegungen die Resultirende von zwei anderen ist, auch

$$ac. \cos. acd + ad. \cos. cda = cd \text{ und}$$
$$cd. \cos. acd + ad. \cos. cad = ac$$

Um diese Ausdrücke, wie jene der drei Proportionen des vorigen Paragrafes, in Einen zu vereinigen, multiplizire man sie beziehungsweise durch ad, cd, ac, so erhält man:

$$ad^2 = ac. ad. \cos. cad + cd. ad. \cos. cda$$
$$cd^2 = ac. cd. \cos. acd + cd. ad. \cos. cda$$
$$ac^2 = ac. cd. \cos. acd + ac. ad. \cos. cad,$$

und zieht man von der Summe der beiden letzteren den ersteren Ausdruck ab, so wird:

$$cd^2 + ac^2 - ad^2 = 2. ac. cd. \cos. acd, \text{ woraus}$$
$$\text{IV. } ad^2 = cd^2 + ac^2 - 2 ac. cd. \cos. acd;$$

der bekannte zweite Hauptsatz für das Gleichgewicht dreier Bewegungen oder die durch Ausgleichung zweier erfolgende resultirende Bewegung, und das Dreieck.

Die Ausdrücke I. und III. oder in ihrer Vollständigkeit die Ausdrücke II. und IV. sind also die mathematischen Ausdrücke:

1) Der durch Ausgleichung zweier erfolgenden resultirenden Bewegung, 2) des Gleichgewichtes dreier Bewegungen und 3) des Dreieckes.

Ein besonderer Fall des Gleichgewichtes oder Dreieckes wäre, wenn $\sphericalangle$ acd = R, also sin. acd = 1 und cos. acd = 0 wäre.

Der Ausdruck II. verwandelt sich also für das rechtwinkelige Dreieck in

$$ac : cd : ad = \sin adc : \sin. cad : 1 \text{ oder}$$
$$ac : cd = \sin. adc : \sin. cad,$$

die Katheten wie die Sinuse der ihnen gegenüberliegenden Winkel;

$$ac : ad = \sin. adc : 1 \text{ oder } ac = ad. \sin. adc$$
$$cd : ad = \sin. cad : 1 \text{ oder } cd = ad \sin. cad;$$

jede Kathete gleich der Hypothenuse multiplizirt mit dem Sinus des der Kathete gegenüberliegenden Winkels.

Da der Sinus eines Winkels gleich ist dem Kosinus seines Komplements, so ist sin. adc = cos. cad und sin. cad = cos. adc, daher ac = ad. cos. cad und cd = ad. cos. adc; jede Kathete gleich der Hypothenuse multiplizirt mit dem Kosinus des der Kathete anliegenden Winkels.

Der Ausdruck IV. verwandelt sich in $ad^2 = cd^2 + ac^2$, der bekannte Satz vom Quadrate der Hypothenuse.

Wendet man diesen Satz auf die trigonometrischen Linien an, so erhält man

$1 = \sin.^2 \alpha + \cos.^2 \alpha$, woraus $\sin.^2 \alpha = 1 - \cos.^2 \alpha$ $\cos.^2 \alpha = 1 - \sin.^2 \alpha$. Ebenso $\sec.^2 \alpha = 1 + \tang.^2 \alpha$, woraus $\tang.^2 \alpha = \sec.^2 \alpha - 1$ und $\text{cosec.}^2 \alpha = 1 +. \text{cotg.}^2 \alpha$, daher $\text{cotg.}^2 \alpha. = \text{cosec.}^2 \alpha - 1$.

§. 64. In den entwickelten algebraischen Ausdrücken §. 62 I. und II. und §. 63. III. und IV. haben wir die allgemeinen Gesetze des Gleichgewichtes dreier Bewegungen und des Dreieckes erhalten, welche dieses Gleichgewicht und das Dreieck vollständig ausdrücken; in denselben sind also auch alle besonderen Gesetze des Gleichgewichtes dreier Bewegungen und des Dreieckes enthalten, und lassen sich auch aus denselben entwickeln.

Offenbar sind drei Methoden der Entwickelung dieser besonderen Gesetze möglich: 1) die gewöhnliche synthetisch-geometrische; indem man die besonderen Gesetze des Dreieckes mittelst entsprechender Konstruktionen sucht, dieselben für das Gleichgewicht gelten läßt, und die diesen entsprechende Veränderungen der entwickelten mathematischen Ausdrücke vornimmt.

2. Die mathematische oder reine analytische: indem man die erhaltenen allgemeinen Ausdrücke rein mathematisch nach Gesetzen des Gleichen untersucht, und die erhaltenen Resultate geometrisch und physikalisch ausdrückt.

3. Die physikalisch-analytische; indem man aus dem erkannten Grundbegriffe des Gleichgewichtes, nämlich der erkannten Beziehung der

Komponenten des Gleichgewichtes zu einander, herausgeht, diese Beziehung der Komponenten für besondere Fälle untersucht, und die auf diese Art erkannten besonderen physikalischen Gesetze geometrisch und rein, oder mathematisch, ausdrückt.

Der Unterschied der beiden letzten Methoden ist dieser, daß in der ersten die erkannten Beziehungen der Größen ohne zu bestimmen, was diese Größen sind; in der zweiten die erkannten Beziehungen der Bewegungen untersucht werden.

Indem die allererste synthetisch-geometrische Methode von dem erkannten allgemeinen Gesetze keinen Vortheil zieht, und mit jedem besonderen Gesetze die Untersuchung von Anfang beginnt; so sind offenbar die zwei anderen Methoden derselben vorzuziehen.

Die physikalische Methode hat vor der rein mathematischen den Vorzug, daß man in derselben fortwährend innerhalb des Naturlebens bleibt, ist also überall der anderen vorzuziehen, wo man sich innerhalb derselben leicht behaupten kann. Nur in den mehr verwickelten Fällen ist die rein mathematische der physikalischen Methode vorzuziehen. Darnach wollen wir uns auch in der weiteren Entwickelung halten.

§. 65. Beziehen wir die Bewegungen und die Winkel eines einzelnen Gleichgewichtszustandes auf die Gränzbegriffe des absolut Gleichen und des Ungleichen, so unterscheiden wir 1) Gleichgewichtszustände von gleichen Bewegungen oder gleichen Winkeln, 2) Gleichgewichtszustände, in welchen zwei Bewegungen oder zwei Winkel gleich sind und 3) Gleichgewichtszustände, in welchen alle Bewegungen, oder alle Winkel ungleich sind.

Aus §. 62. II. wissen wir, daß bei dem Gleichgewichte dreier Bewegungen das Verhältniß der Größen der Bewegungen durch das Verhältniß des Entgegengesetztseins derselben zu einander bestimmt wird, und umgekehrt. Ist also das Entgegengesetztsein je zweier von den drei einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen das nämliche, so sind auch die Größen der Bewegungen einander gleich, und umgekehrt; sind die Geschwindigkeiten der einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen einander gleich, so ist es auch das Entgegengesetztsein je zweier zu einander. Ein solches Gleichgewicht kann man ein regelmäßiges Gleichgewicht dreier Bewegungen nennen.

Diesem entsprechend sind im gleichseitigen Dreiecke alle Winkel einander gleich und ebenso ist ein Dreieck, in welchem alle Winkel einander gleich sind, auch gleichseitig. Ein solches Dreieck heißt ein regelmäßiges.

Da die Summe der Winkel um einen Punkt §. 60. gleich 360°, und die Summe der Winkel in einem Dreiecke gleich 180° ist; so beträgt im regelmäßigen Gleichgewichte dreier Bewegungen jeder Winkel 120°, und im regelmäßigen Dreiecke jeder 60°.

Da nach §. 52. gleichen Winkeln gleiche Sinuse entsprechen, so sind in dem regelmäßigen Gleichgewichte dreier Bewegungen und im regelmäßigen Dreiecke alle Sinuse der Winkel einander gleich.

Daraus ergibt sich das Gesetz für die Mathematik: 1. Ist in einer Proportion oder in mehren gleichen Verhältnissen das Vorderglied gleich seinem Hintergliede, so ist es auch in allen andern. 2. Sind die Vorderglieder einer Proportion oder mehrer gleicher Verhältnisse einander gleich, so sind es auch die Hinterglieder.

§. 66. Sind zwei von den einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen einander gleich, so hält je eine von den beiden gleichen in Verbindung mit der dritten ungleichen, der zweiten gleichen das Gleichgewicht. Die Resultirende aus je einer gleichen und der ungleichen Bewegung ist daher die nämliche. Da also die Größen je zweier dieser Bewegungen einander gleich sind und sie die nämliche Resultirende geben, so muß auch ihr Entgegengesetztsein zu einander das nämliche sein.

Sind also in einem Gleichgewichte dreier Bewegungen zwei Bewegungen einander gleich, so ist auch das Entgegengesetztsein der beiden mit der dritten ungleichen das nämliche.

Ebenso umgekehrt: wenn zwei Bewegungen zur dritten auf die nämliche Art entgegengesetzt sind, so sind die Bewegungen der beiden einander gleich. Ein solches Gleichgewicht kann ein symmetrisches genannt werden.

Da gleiche Winkel gleiche Sinuse haben, so gilt das obige Gesetz auch für den Sinus.

Damit haben wir die Gesetze für das Dreieck, daß bei zwei gleichen Seiten eines Dreieckes, sowohl die Winkel an der dritten Seite als auch die Sinuse derselben einander gleich sind; und den umgekehrten.

Ein solches Dreieck wird ein gleichschenkliches Dreieck genannt, kann aber auch ein symmetrisches genannt werden.

Für die Mathematik: daß in einer Proportion bei gleichen Gliedern des ersten Verhältnisses auch die Glieder der zweiten und durch Verwechslung der inneren Glieder (§. 47. II.), daß bei gleichen Vordergliedern einer Proportion auch die Hinterglieder gleich sind, und ebenfalls die umgekehrten Sätze.

§. 67. Sind alle einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen ungleich, so muß der größten Bewegung das kleinste Entgegengesetztsein der beiden anderen gegenüberliegen. Denn die beiden kleineren Bewegungen müssen verhältnißmäßig stärker nach Außen auftreten, als je eine in Verbindung mit der größten, weil die beiden kleineren der Größten das Gleichgewicht halten müssen. Das Auftreten nach Außen ist aber wie bekannt desto größer, je größer die sich ausgleichenden Bewegungen, und je kleiner das Entgegengesetztsein derselben zu einander ist. Da nun diese Bewegungen kleiner sind, als jede von ihnen in Verbindung mit der größten, so kann

ihr größtes Auftreten nach Außen, nur durch ihr kleineres Entgegengesetzt-sein zu einander, als jeder von ihnen zur dritten, geschehen.

Der größten Bewegung liegt also das kleinste Entgegengesetztsein der anderen gegenüber.

Aus dem nämlichen Grunde folgt das nämliche Gesetz für die nächst-folgende kleinere Bewegung, so daß allgemein der Satz gilt:

Im Gleichgewichte dreier ungleichen Bewegungen liegt der größeren Bewegung ein kleineres Entgegengesetztsein der andern gegenüber. Ebenso umgekehrt.

Da nun im Gleichgewichte dreier Bewegungen wenigstens zwei Winkel nothwendig stumpf sein müssen, weil sonst der dritte Winkel mehr als 180° betragen müßte, wann kein Gleichgewicht bestehen könnte, und 1) bei stumpfen Winkeln der Sinus des kleineren Winkels größer ist, 2) der Sinus des dritten spitzigen Winkels (da die Verlängerung der diesem Winkel gegenüberliegenden Linie innerhalb dieses Winkels fällt, folglich die, die beiden stumpfen supplementirenden spitzigen Winkel, deren Sinuse die Sinuse der stumpfen Winkel sind, zusammen erst den ganzen spitzigen Winkel ausmachen, also jeder kleiner ist, als der spitzige Winkel) größer sein muß, als je ein Sinus der stumpfen, so entspricht im Gleichgewichte dreier Bewegungen einem kleineren Winkel ein größerer Sinus.

Im Gleichgewichte dreier Bewegungen liegt also der größeren Bewegung ein Winkel gegenüber, dessen Sinus größer ist, und umgekehrt.

Da im Dreiecke jeder Winkel ein Supplementum ist eines Winkels des Gleichgewichtes, folglich dem größeren Winkel des Gleichgewichtes ein kleinerer des Dreieckes entspricht, so gilt das Gesetz für das Dreieck:

Im Dreiecke liegt einer größeren Seite ein größerer Winkel, dessen Sinus auch größer ist, gegenüber, der kleineren ein kleinerer. Ebenso umgekehrt.

Für die Mathematik: Ist in einem von mehren gleichen Verhältnissen, oder einer Proportion, das Vorderglied eines Verhältnisses größer als sein Hinterglied, so ist dieß auch in allen anderen Verhältnissen, und umgekehrt *).

---

*) Nach der mathematisch-analytischen Methode würde die Entwickelung der obigen Sätze die folgende sein.

Aus dem Grundbegriffe der gleichen Verhältnisse und der Proportion folgt:

1. Daß bei gleichem Vorder- und Hintergliede des einen Verhältnisses auch die Vorderglieder der anderen gleichen Verhältnisse ihren Hintergliedern gleich sein müssen 2. Ist das Vorderglied des einen Verhältnisses größer als sein Hinterglied, so sind es auch die Vorderglieder aller anderen gleichen Verhältnisse. 3. Ist das Hinterglied des einen Verhältnisses größer als sein Vorderglied, so sind es auch die Hinterglieder aller anderen gleichen Verhältnisse und zwar in allen drei Fällen darum, weil sonst die Exponenten

§. 68. Das Auftreten zweier Bewegungen nach Außen hängt von der Größe der sich ausgleichenden Bewegungen und von dem Maße ihres Entgegengesetztseins ab.

Ein Gleichgewicht dreier Bewegungen kann also 1) durch Vergrößerung oder Verkleinerung einer oder mehrer komponirenden Bewegungen oder 2) durch Vergrößerung oder Verkleinerung des Entgegengesetztseins zweier oder mehrer, und 3) durch beides zugleich gestört, und ebenso ein gestörtes wiederhergestellt werden. In allen Fällen wird aber das entstandene Gleichgewicht ein dem vorigen anderes, ihm ungleiches sein.

Alle diese Fälle der Veränderung des Gleichgewichtes kommen in der Natur vor, weil die Veränderungen in der Natur, sowohl durch Ausgleichung d. i. Vereinigung der entgegengesetzten Bewegungen, deren besonderer Fall die reine Mittheilung der Bewegungen ist, alsauch durch Trennung der vereinigten entgegengesetzten Bewegungen geschehen. (Siehe den allgemeinen Theil.)

Ein bestehendes Gleichgewicht dreier Bewegungen wird also gestört:

1. Wenn eine Bewegung vergrößert wird.

Es kann dann wieder hergestellt werden, wenn das Entgegengesetztsein der beiden anderen so verkleinert wird, daß wieder die Grund-

---

der Verhältnisse, also auch die Verhältnisse selbst nicht gleich sein könnten. Lassen wir also in den zwei letzten Ausdrücken des §. 62. II. ac : ab : al = sin. bal : sin. cal : sin. bac und ac : cd : ad = sin. adc : sin. cad : sin. acd, ac = ab = al oder ac = cd = ad sein, so muß auch sin. bal = sin. cal = sin. bac oder für das Dreieck sin. adc = sin. cad = sin. acd sein.

Die Summe der Winkel eines Dreieckes ist nach §. 60 gleich 2R, folglich müssen die Winkel adc, cad, acd jeder ein spitziger sein, weil sonst wegen ihren gleichen Sinus einer ein supplementärer von einem andern, daher schon die Summe von zweien gleich 2R. sein müßte.

Da die Winkel, welche die Richtungen der sich das Gleichgewicht haltenden Bewegungen bilden, supplementäre Winkel jener des Dreieckes sind, so müssen im vorliegenden Falle diese Winkel stumpf sein.

Sowohl im Gleichgewichte der Bewegungen als auch im Dreiecke entsprechen also in diesem Falle den gleichen Sinus gleiche Winkel und es ist bal = cal = bac und adc = cad = acd.

Sind also drei sich das Gleichgewicht haltende Bewegungen gleich, so sind es auch die von ihnen gebildeten Winkel. Im gleichseitigen Dreiecke sind alle Winkel einander gleich. Ebenso umgekehrt.

Auf die nämliche Art wird der Beweis durchgeführt, wenn nur zwei Bewegungen des Gleichgewichts gleich sind, oder wenn alle Bewegungen ungleich sind. Bei dem letzten Beweise müßte, sowie im physikalisch-analytischen Beweise, die Beziehung zwischen Sinus und Winkel auseinandergesetzt werden.

bedingung des Gleichgewichts d. i. die Proportionalität zwischen den Bewegungen und Sinusen ihrer Winkel besteht. Die beiden Gleichgewichte werden von einander verschieden sein. In beiden werden je zwei Bewegungen einander gleich sein, die dritten aber ungleich; alle Winkel werden ungleich, weil durch Verkleinerung des Entgegengesetztseins des einen, jenes der anderen vergrößert wird.

An diesen zwei verschiedenen Gleichgewichtsfällen sehen wir das Gesetz: Wenn in zwei Gleichgewichtszuständen zwei Bewegungen wechselseitig gleich, die dritten aber ungleich sind, so liegt in jenem, wo die dritte Bewegung größer ist, dieser Bewegung ein kleinerer Winkel gegenüber.

Mit Berücksichtigung der vorigen Paragrafe erkennen wir hier das Gesetz für die Dreiecke: Wenn in zwei Dreiecken zwei Seiten wechselseitig gleich, die dritten aber ungleich sind, so liegt in dem Dreiecke mit der dritten größeren Seite dieser Seite ein größerer Winkel gegenüber.

2. Wenn eine Bewegung verkleinert wird. Das Gleichgewicht kann hergestellt werden durch Vergrößerung des Entgegengesetztseins der beiden anderen Bewegungen. Von zwei Gleichgewichtszuständen, welche zwei Bewegungen wechselseitig gleich, die dritten aber ungleich haben, liegt in jenem, wo die dritte Bewegung kleiner ist, dieser kleineren Bewegung ein größerer Winkel gegenüber. Von zwei Dreiecken, welche zwei Seiten wechselseitig gleich, die dritten aber ungleich haben, liegt in jenem, wo die dritte Seite kleiner ist, dieser Seite ein kleinerer Winkel gegenüber.

3. Wird ein bestehendes Gleichgewicht gestört, wenn das Entgegengesetztsein zweier Bewegungen verkleinert wird. Es kann durch Vergrößerung der dritten gegenüberliegenden Bewegung wieder hergestellt werden. Hier bekommt man die denen unter 1. entgegengesetzten Sätze.

4. Wenn das Entgegengesetztsein zweier Bewegungen vergrößert wird, wann das Gleichgewicht durch die Verkleinerung der dritten Bewegung wieder hergestellt wird. Hier kommen die denen unter 2. entgegengesetzten Gesetze vor.

In allen diesen Fällen unterscheiden sich die durch Wiederherstellung des Gleichgewichtes entstehenden Gleichgewichtszustände, und diesen entsprechende Dreiecke, von den ursprünglichen, durch die Größe einer Bewegung oder Seite und durch die Größe der Winkel.

Ebenso kann das Gleichgewicht dreier Bewegungen durch beliebige Veränderung zweier oder dreier Bewegungen (die Bedingung ist, daß aus den veränderten Bewegungen ein beliebiges Bewegungsdreieck errichtet werden könne) oder durch beliebige Veränderung von zwei Winkeln gestört und im ersten Falle durch Veränderung der Winkel und im zweiten durch Veränderung der Bewegungen wiederhergestellt werden. Ich übergehe die Durchführung solcher Veränderungen, weil bis jetzt in den Wissenschaften

der Gebrauch derselben sich nicht nothwendig zeigte, sie also gar nicht entwickelt wurden.

§. 69. Indem wir wieder die Gränzbegriffe des absolut Gleichen und des Ungleichen auf ganze Gleichgewichtszustände beziehen, erhalten wir die Begriffe der absolut gleichen Gleichgewichtszustände und der ungleichen, (ebenso der absolut gleichen und der ungleichen Dreiecke und Proportionen). Das absolut Gleiche wird hier kongruent genannt.

Kongruente Gleichgewichtszustände und Dreiecke sind also diese, in welchen sowohl die Größen der Bewegungen oder Seiten, als auch ihr Entgegengesetztsein zu einander, also die Winkel, in der nämlichen Ordnung gleich sind.

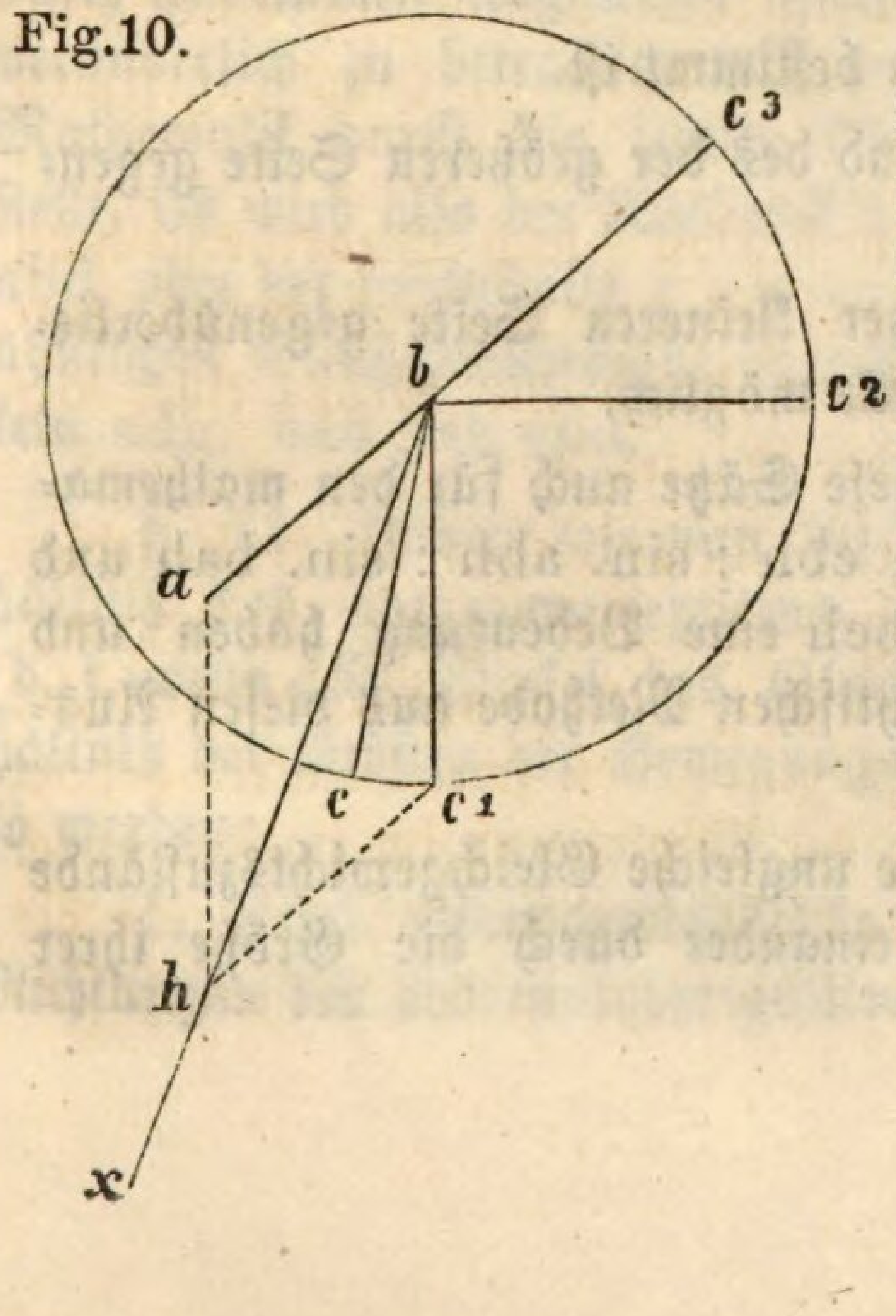
In der Ausgleichung der Bewegungen sehen wir aber ganz klar:

1. Daß bei gegebener Größe zweier Bewegungen und ihrem Entgegengesetztsein zu einander, sowohl die Größe der Dritten, das Gleichgewicht haltenden, oder Resultirenden, als auch ihre Richtung, also das Entgegengesetztsein derselben zu beiden anderen, gänzlich bestimmt wird.

2. Daß also auch umgekehrt die Größe einer Bewegung, und das Entgegengesetztsein derselben zu beiden anderen (die Größe der Resultirenden und ihre Neigung zu beiden Komponenten) auch die Größe des Entgegengesetztseins dieser beiden zu einander (indem die Lage der beiden durch ihr gegebenes Entgegengesetztsein zur dritten gänzlich bestimmt wird) und die Größe ihrer Bewegungen (indem aus dem Endpunkte der gegebenen Diagonale zu den gegebenen Richtungen der beiden Komponenten nur je eine Parallele, also nur je ein Durchschnittspunkt mit den Richtungen der Bewegungen möglich ist) gänzlich bestimmt.

3. Daß bei gegebener Größe aller Bewegungen (wegen gegenseitiger Bestimmung zwischen Entgegengesetztsein und Bewegung) auch schon das Entgegengesetztsein aller zu einander gänzlich bestimmt wird.

Fig.10.



4. Daß bei gegebener Größe zweier Bewegungen und dem gegebenen Entgegengesetztsein der kleineren von ihnen zur dritten, auch die ganze Ausgleichung bestimmt wird, wie nachstehende (Fig. 10.) zeigt.

Die Linien ab und bc haben fixe Größen; die Linien ab und bx fixe Lage. Die Lage der Linie bc und die Größe der Linie bx kann beliebig sein. Die Bedingung ist, daß ein beliebig abgeschnittenes Stück der Linie bx die Diagonale sei des Parallelogramms über die Linie ab, und der beliebig gestellten bc.

Lassen wir bc stetig alle möglichen Stellen, von der kleinsten Entfernung von bx angefangen, einnehmen, so ist am Anfange die vom Punkte c zu ab gezogene Parallele bis zum Durchschnitte mit der Linie bx verschwindend klein.

Da sie sich aber mit der weiteren Entfernung der bc von bx stets vergrößert, so muß ein Fall kommen, wo sie der ab gleich wird, was hier bei der Lage bc^1 der Linie stattfindet. Es ist also ein Gleichgewichtszustand bestimmt, bh ist die Größe der dritten Bewegung des Gleichgewichtes, und c^1bx das Entgegengesetztsein der zweiten zu der dritten Bewegung.

Bewegt sich bc weiter, so wird die Parallele immer größer, fängt an von einer gewissen Lage bc^2 abzunehmen, ist aber in der der Linie a b absolut entgegengesetzten Lage bc^3 erst der größeren Linie bc gleich, konnte also früher auf keinen Fall der kleineren Linie ab gleich sein.

Es ist also kein anderer Gleichgewichtszustand als der schon gefundene bei festgesetzten Bedingungen möglich.

Damit sehen wir aber auch, daß bei gegebener Größe zweier Bewegungen und dem Entgegengesetztsein der größeren von den beiden zur dritten, zwei verschiedene Gleichgewichtszustände möglich sind; weil dann nach der Erreichung des Maximums der parallelen Linie, diese während der Abnahme noch einmal der als größer angenommenen Linie ab gleich sein müßte, weil sie in der dieser Linie gerade entgegengesetzten Lage bereits der kleineren gleich sein muß.

Uebertragen wir diese Sätze auf das Dreieck, so erhalten wird die Sätze:

1. Ein Dreieck wird vollkommen bestimmt, wenn die Größe zweier Seiten und des von ihnen eingeschlossenen Winkels bestimmt ist.

2. Wenn die Größe einer Seite und der beiden anliegenden Winkel bestimmt ist.

3. Wenn die Größe aller drei Seiten bestimmt ist.

4. Wenn die Größe zweier Seiten und des der größeren Seite gegenüberliegenden Winkels bestimmt ist.

Sind aber zwei Seiten und der der kleineren Seite gegenüberliegende Winkel bestimmt, so sind zwei Dreiecke möglich.

Es versteht sich von selbst, daß diese Sätze auch für den mathematischen Ausdruck $ab : bc : bh = \sin. cbh : \sin. abh : \sin. bah$ und $ab^2 = bc^2 + bh^2 - 2bc. bh. \cos. bch$ eine Bedeutung haben und daß sie ebenso nach der mathematisch-analytischen Methode aus diesen Ausdrücken entwickelt werden können.

§. 70. In §. 68 haben wir solche ungleiche Gleichgewichtszustände und Dreiecke erkannt, welche sich von einander durch die Größe ihrer Winkel unterscheiden.

Ein durch Vergrößerung oder Verkleinerung einer Bewegung gestörtes Gleichgewicht kann aber auch durch Vergrößerung oder Verkleinerung der beiden anderen Bewegungen so wieder hergestellt werden, daß keiner von den durch die Bewegungen gebildeten Winkeln sich verändert.

Denn die Grundbedingung des Gleichgewichtes ist, ab : bd ad = sin. adb : sin. bad : sin. abd.

Die Größen ab, bd und ad sind hier beliebig genommen. Es gilt also dieser Satz für jede beliebige Größe von ab, bd und ad, nur müssen diese in dem nämlichen Verhältnisse zu einander stehen, wie ab : bd : ad oder wie sin. adb : sin. bad : sin. abd.

Verändert sich also eine von den drei Bewegungen durch Zu- oder Abnahme um eine gewisse Größe, so kann das Gleichgewicht ohne Veränderung der Winkel dadurch wieder hergestellt werden, daß auch die anderen Bewegungen sich so verändern, daß die neuen Größen der Bewegungen in dem nämlichen multiplikativen Verhältnisse zu einander stehen wie die vorigen. Sind also die veränderten Bewegungen ab^1, bd^1 und ad^1; so muß $ab^1 : bd^1 : ad^1 = ab : bd : ad$ oder $ab^1 : bd^1 : ad^1 =$ sin. adb : sin. bad : sin. abd sein.

Die auf diese Art von einander sich unterscheidenden Gleichgewichtsfälle und Dreiecke werden ähnlich genannt.

Es sind also ähnliche Gleichgewichtsfälle und ähnliche Dreiecke solche, in welchen die Winkel in der nämlichen Ordnung gleich, und die Bewegungen oder Seiten proportionirt sind.

Wollen wir den mathematischen Ausdruck solcher Gleichgewichtsfälle oder Dreiecke geben, so brauchen wir nur in dem Ausdrucke ab : bd : ad = sin. adb : sin. bad : sin. abd die bestimmten Werthe ab, bd und ad durch unbekannte allgemeine Werthe, die jede Größe darstellen, daher als veränderlich zu betrachten sind, vertreten. Solche Werthe werden in der Mathematik durch die letzten Buchstaben des Alphabets x, y, z vorgestellt. Es wird also der Ausdruck $x : y : z =$ sin. adb : sin. bad : sin. abd oder der beschränkte $x : y =$ sin. adb : sin. bad ein Ausdruck aller ähnlichen Gleichgewichtsfälle oder Dreiecke sein, und zwar von den Winkeln adb, bad und abd.

§. 71. Indem wir nun berücksichtigen, daß durch das gegebene Verhältniß des Entgegengesetztseins der Bewegungen eines Gleichgewichtes (d. i. wenn alle Winkel des Gleichgewichtes gegeben werden) das Verhältniß der Größen der Bewegungen zu einander gänzlich bestimmt wird, so werden:

1. Zwei Gleichgewichtsfälle ähnlich, wenn nur alle drei von den Richtungen der Bewegungen gebildeten Winkel gleich sind.

Da bei je zwei wechselseitig gleichen Winkeln zweier Gleichgewichtsfälle auch die dritten (wegen der Summe aller Winkel eines Gleichgewichtszustandes gleich 360⁰) gleich sind, so werden auch zwei Gleichgewichtsfälle ähnlich, wenn sie nur zwei Winkel wechselseitig gleich haben.

Da umgekehrt durch das gegebene Verhältniß der Größen aller drei Bewegungen, alle drei Winkel des Gleichgewichtes bestimmt werden, so sind:

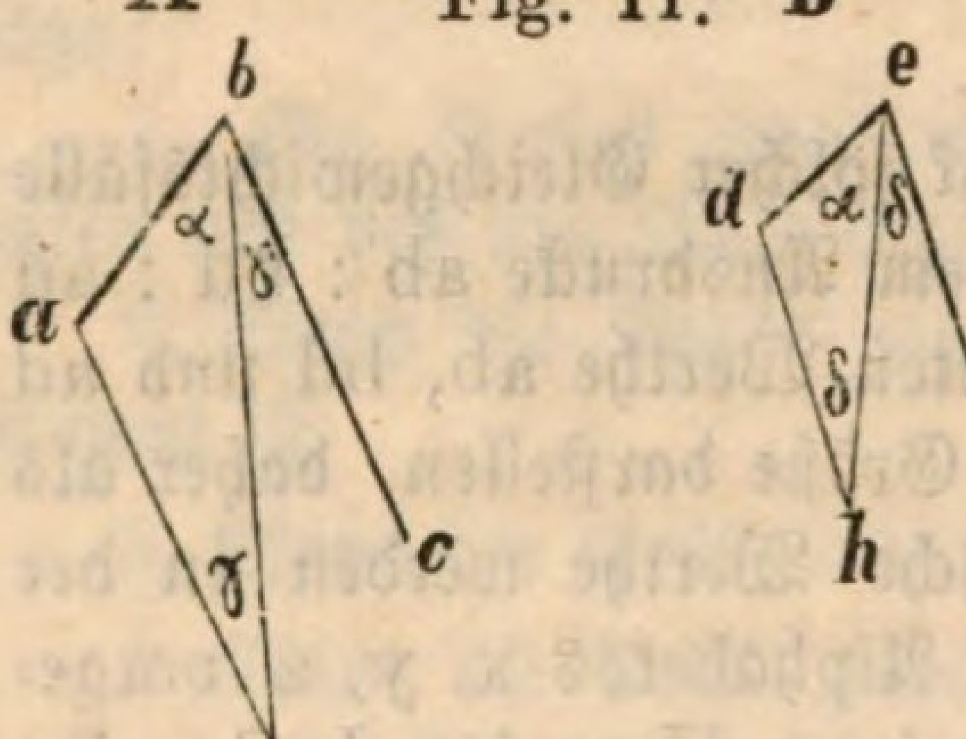
2. Zwei Gleichgewichtsfälle ähnlich, wenn nur in beiden alle Größen der Bewegungen wechselseitig proportionirt sind.

Da durch das Verhältniß zweier Bewegungen zu einander (ohne Rücksicht auf ihre absolute Größen) und den Winkel, den ihre Richtungen einschließen, die Richtung der dritten ihnen das Gleichgewicht haltenden, also die Größe der Winkel, welche beide Bewegungen mit dieser dritten bilden, gänzlich bestimmt wird, so sind:

3. Zwei Gleichgewichtsfälle ähnlich, wenn sie zwei Bewegungen proportionirt, und den von ihnen eingeschlossenen Winkel gleich haben.

Stehen je zwei Bewegungen zweier Gleichgewichtsfälle A und B (Fig. 11) in dem nämlichen Verhältnisse zu einanden, also ab : bc = de : ef, und sind die Winkel, welche jede kleinere von diesen Bewegungen mit der Resultirenden bildet, einander gleich, also $\alpha = \alpha$; so wissen wir (aus dem 4. Kongruenzfall), daß jeder von diesen Gleichgewichtsfällen für sich gänzlich bestimmt ist. In jedem ist also nur eine Neigung der zweiten Komponente zur Re sultirenden möglich. Ist diese γ und δ, so wissen wir daß:

A Fig. 11. B



ab : bc = sin. γ : sin. α und de : ef = sin. δ : sin. α, folglich mit Berücksichtigung der Annahme:

sin. α : sin. γ = sin. α : sin. δ, daher sin γ = sin. δ. Da nun diese beiden Winkel in den Dreiecken der kleineren Seite gegenüber liegen, so sind beide spitzig, daher beide gleich und die beiden Gleichgewichtsfälle ähnlich. Es sind also:

4. Zwei Gleichgewichtsfälle ähnlich, wenn sie zwei Bewegungen proportionirt, und die Winkel, welche die kleineren Bewegungen mit der Resultirenden bilden, gleich haben.

Uebertragen wir diese Sätze auf die Dreiecke, so erhalten wir die bekannten Aehnlichkeitsfälle der Dreiecke.

§. 72. Sowie aber der bestimmte Ausdruck:

ac : ab = sin. bad : sin. cad

auch der Ausdruck war einer bestimmten verschwindenden resultirenden Be-

wegung, deren Richtung, Größe und Endpunkt, bei gegebenem Anfangspunkt, Richtung und Größe der Komponenten, gegeben ist, und durch Konstruktion des Ausdruckes erhalten werden kann, so ist der allgemeine Ausdruck:

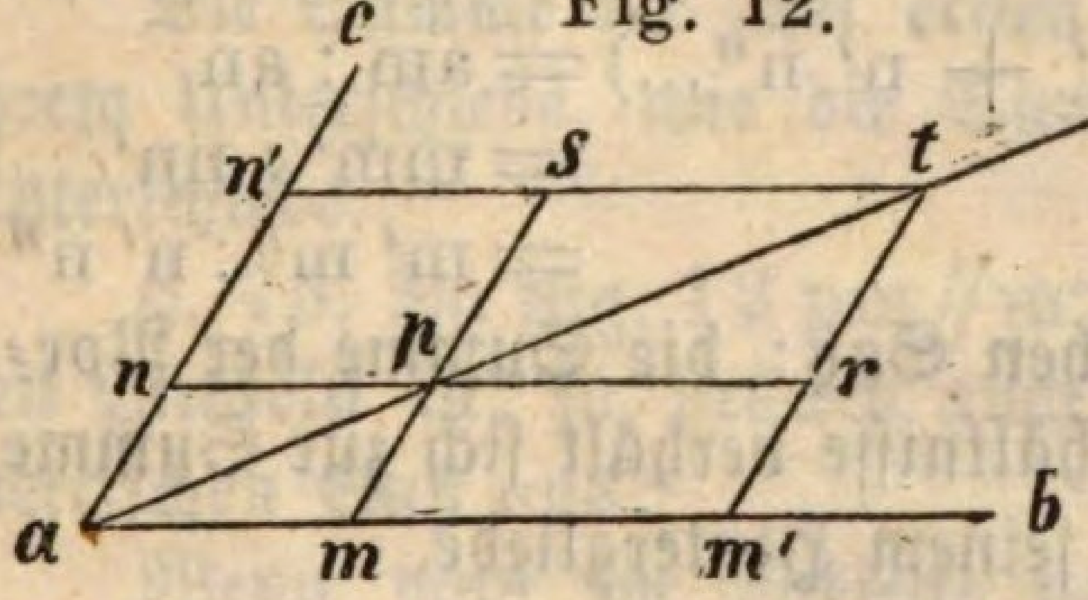
$$x : y = \sin. bad : \sin. cad$$

auch der Ausdruck einer in's Unendliche gehenden geradlinigen Bewegung, also der Ausdruck einer geraden Linie, deren alle Punkte man dadurch erhalten kann, daß man x stetig alle möglichen bestimmten Werthe von 0 angefangen bis ∞ annehmen läßt, die diesen Werthen entsprechenden Werthe von y aus der Proportion berechnet, und jeden bestimmten Werth der Proportion nach einander konstruirt.

Soll aber eine solche und allgemein eine beliebige Bewegung in gerader Linie durch Ausgleichung zweier anderen in der Natur wirklich geschehen, so ist, da jedes, was besteht, ein Allgemeines vom untergeordneten Besonderen ist, und jedes Entstehen durch das Nacheinanderentstehen des untergeordneten Besonderen geschieht (siehe den allgemeinen Theil über die Wechselbestimmung zwischen dem Besonderen und Allgemeinen) die Bedingung unumgänglich, daß sie durch nacheinanderfolgende untergeordnete Ausgleichungen verschwindend kleiner Bewegungen geschehe.

Ist also durch Ausgleichung verschwindender Bewegungen (Fig. 12)

Fig. 12.



z. B. am und an, die sich verhalten $am : an = \sin. cad : \sin. bad$ eine Bewegung in der Richtung ad von der Größe ap entstanden, so muß die sich bewegende Besonderheit im Punkte p wieder durch Mittheilung die Bewegungen $pr = mm'$ und $ps = nn'$ in den den vorigen parallelen Richtungen und in dem Verhältnisse:

$$mm' : nn' = \sin. cad : \sin. bad \text{ erhalten, u. s. w.}$$

Es ist also, daß überhaupt eine geradlinige Bewegung durch Ausgleichung zweier komponirenden Bewegungen entstehe, das Nacheinanderentstehen mehrer solcher Ausgleichungen vom konstanten Verhältnisse der Bewegungen unumgänglich nothwendig, so daß, wenn allgemein $x : y = \sin. cad : \sin. bad$ und hier $am' : an' = \sin. cad : \sin. bad$ vorkommen soll, auch $am : an = \sin. cad : \sin. bad$ und $mm' : nn' = \sin. cad : \sin. bad$ u. s. w. vorkommen muß.

Lassen wir nun die verschwindend kleinen Werthe $am = mm' = m'm'' = dx$ sein, wann auch die Zugehörenden nach §. 65 $an = nn' = nn'' = dy$ sein müssen, so erhalten wir aus dem Entwickelten den Satz, daß, wenn überhaupt:

$x : y = \sin.\ cad : \sin.\ bad$ oder $y = \frac{\sin.\ bad}{\sin.\ cad} x$, oder $\frac{\sin.\ bad}{\sin.\ cad}$
$= a$ gesetzt, $y = ax$ sein soll; auch

$$dx : dy = \sin.\ cad : \sin.\ bad \text{ oder } dy = \frac{\sin.\ bad}{\sin.\ cad} x$$

$dy = adx$ sein muß, $\frac{dy}{dx} = a$.

Diese beiden Ausdrücke gehören immer zu einander, so daß, wenn der eine ist, auch der andere vorkommen muß.

$dy = adx$ heißt der Differentialausdruck einer geradlinigen Bewegung.

$y = ax$ der Intergralausdruck desselben.

Es ist also $\int dy = y = adx = ax$.

§. 73. Da $am' = am + mm'$ und $an' = an + nn'$ ist, so bekommt man durch Substitution in den vorhergehenden Ausdruck: $am' : an' = \sin.\ cad : \sin.\ bad$.

$(am + mm') : (an + nn') = \sin.\ cad : \sin.\ bad$ oder allgemein $(am + mm' + m'm'' + \ldots) : (an + nn' + n'n'' + \ldots) = \sin.\ cad : \sin.\ bad$ und da $\sin.\ cad : \sin.\ bad = am : an$
$= mm' : nn'$
$= m'm'' : n'n''$ so ist:
$(am + mm' + m'm'' + \ldots) : (an + nn' + n'n'' \ldots) = am : an$
$= mm' : nn'$
$= m'm'' : n'n''$

Dieß gibt den bekannten mathematischen Satz: die Summe der Vorderglieder zweier oder mehrer gleichen Verhältnisse verhält sich zur Summe der Hinterglieder, wie jedes Vorderglied zu seinem Hintergliede.

Ebenso da $am : an = am' : an'$
$= mm' : nn'$
und $am = am' - mm'$, $an = an' - nn'$ so wird
$(am - mm') : (an' - nn') = am' : an'$
$= mm' : nn'$ der Unterschied der Vorderglieder gleicher Verhältnisse, verhält sich zum Unterschiede der Hinterglieder, wie jedes Vorderglied zu seinem Hintergliede. Selbstverständlich gelten diese Sätze auch für die Proportion.

Diese Sätze können auch anders auf diese Art ausgedrückt werden.

Ein Verhältniß (oder eine angezeigte Division, ein Bruch) bleibt beständig, wenn man zum Vordergliede desselben das Vorderglied und zum Hintergliede das Hinterglied (zum Zähler den Zähler, zum Nenner den Nenner) eines anderen gleichen Verhältnisses, oder auch mehrer anderen addirt oder abzieht.

Ein besonderer Fall davon ist, wenn man zum Vorderglieде (oder Zähler) dieses Vorderglied (diesen Zähler) selbst, und zum Hintergliede (oder Nenner) dieses Hinterglied (den Nenner) selbst addirt, was ein Multipliziren ist, oder wenn man von dem Vordergliede und Hintergliede eines Verhältnisses das Vorderglied und Hinterglied eines anderen Verhältnisses mehrmals abzieht, was ein Dividiren ist; das entsprechende mathematische Gesetz lautet:

Ein Verhältniß (ein Bruch) bleibt beständig, wenn man das Vorderglied und Hinterglied (Zähler und Nenner) durch dieselbe Zahl multiplizirt oder dividirt.

§. 74. Durch Verwechslung der Glieder in der Proportion und Anwendung der obigen Sätze erhält man den Satz:

Die Summe oder der Unterschied der zwei ersten Glieder der Proportion verhält sich zur Summe oder dem Unterschiede der zwei letzteren, wie jedes Vorderglied zu seinem Hintergliede z. B. aus der Proportion $a : b = c : d$, $(a + b) : (b + d) = a : b = c : d$ und $(a - b) : (c - d) = a : b = c : d$

Verbindet man die erhaltenen Proportionen mit einander und verwechselt die inneren Glieder, so erhält man:

$$(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d).$$

Die Summe der zwei ersten Glieder der Proportion verhält sich zu ihrem Unterschiede, wie die Summe der zwei letzteren Glieder zu ihrem Unterschiede.

§. 75. Da Fig. 12 pm//m't und zwar wegen gleichen korrespondirenden Winkeln ist, so drücken auch die mathematischen Sätze §. 73 den geometrischen Satz aus:

Wenn man im Dreiecke zu einer Seite eine oder auch mehre parallele Linien zieht, so sind sowohl die Seiten des Dreiecks den durch die parallelen Linien entstehenden Abschnitten, wie auch die Abschnitte unter einander proportionirt.

Ein besonderer Fall dieses Satzes ist: Wenn eine Seite des Dreieckes in gleiche Theile getheilt wird, und von den Theilungspunkten parallele Linien zur zweiten Seite gezogen werden, so wird die dritte Seite ebenfalls in gleiche Theile getheilt, weil nur in diesem Falle die Abschnitte einander proportionirt sein können.

§. 76. Beziehen wir den ersteren Satz auf die trigonometrischen Funktionen, indem die Tangente und der Sinus, die Kotangente und der Kosinus als Senkrechte auf die nämliche Gerade §. 48 einander parallel sind, so erhalten wir die trigonometrischen Sätze:

$$\text{tg } \alpha : \sin. \alpha = 1 : \cos. \alpha \text{ oder tg } \alpha = \frac{\sin. \alpha}{\cos. \alpha};$$

$\sec.\alpha : 1 = 1 : \cos.\alpha$, oder $\sec.\alpha = \frac{1}{\cos.\alpha}$ und $\cos.\alpha = \frac{1}{\sec.\alpha}$;

$\cot g.\alpha : \cos.\alpha = 1 : \sin.\alpha$, oder $\cot g.\alpha = \frac{\cos.\alpha}{\sin.\alpha}$;

$\operatorname{cosec}.\alpha : 1 = 1 : \sin.\alpha$, oder $\operatorname{cosec}.\alpha = \frac{1}{\sin.\alpha}$ und $\sin.\alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec}.\alpha}$,
wie auch aus unmittelbarer Anschauung:

$\sin.\text{vers}\ \alpha = 1 - \cos.\alpha$ oder $\cos.\alpha = 1 - \sin.\text{vers}.\alpha$ ebenso $\cos.\text{vers}.\alpha = 1 - \sin.\alpha$ oder $\sin.\alpha = 1 - \cos.\text{vers}.\alpha$.

Damit haben wir zusammen mit den in §. 63 entwickelten alle Hauptbeziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen erhalten. Aus ihnen lassen sich auf bekannte Art alle übrigen entwickeln.

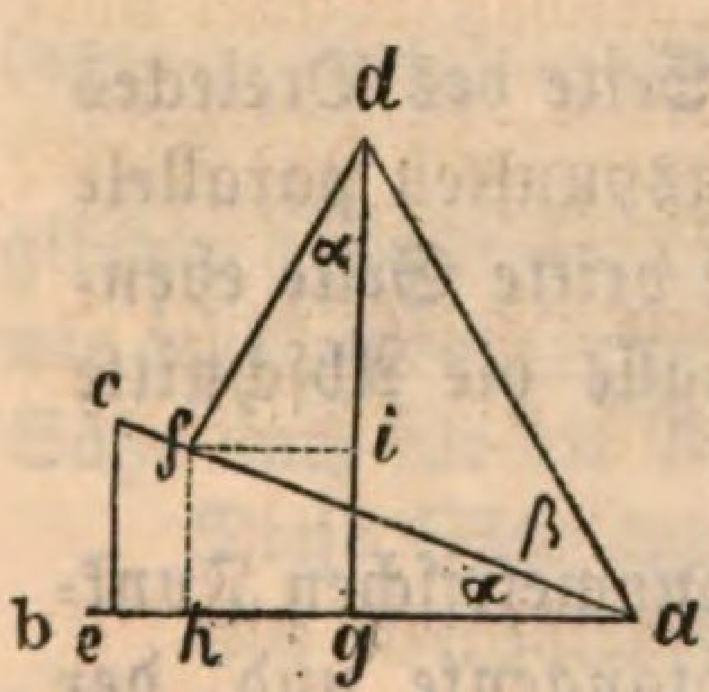
§. 77. Für den besonderen Fall der Ausgleichung der Komponenten unter einem rechten Winkel ergänzen sich die Winkel, welche die Komponenten mit der Resultirenden bilden, gegenseitig zu 90°, und es ist der Sinus des einen gleich dem Kosinus des anderen. Für diesen Fall verwandelt sich also der mathematische Ausdruck der ähnlichen Gleichgewichtsfälle und Dreiecke und der geradlinigen Bewegung $y = \frac{\sin.\text{bad}}{\sin.\text{cad}}\ x$ in $y = \frac{\sin.\text{bad}}{\cos.\text{bad}}\ x$, folglich $y = \text{tang.bad}\ x$.

In dem allgemeinen Ausdrucke $y = ax$ ist daher für diesen Fall $a = \text{tang.bad}$.

§. 78. Wollen wir hier die Trigonometrie vollständig ergänzen, so müssen wir noch die trigonometrischen Funktionen der Summe und des Unterschiedes, und daraus des Produktes und des Quotienten zweier oder mehrer Winkel hinzufügen.

1. In der Fig. 13, wo $ab = ac = ad = 1$, $dg = \sin.(\alpha+\beta)$,

Fig. 13.



$ce = \sin.\alpha$, $df = \sin.\beta$, also $ga = \cos.(\alpha+\beta)$, $ea = \cos.\alpha$, $fa = \cos.\beta$, $fi \perp dg$, $fh \perp ea$ gezeichnet wurden: ist $dg = di + ig = fh + di$, und $ga = ha - hg = ha - fi$; folglich wegen $fh = fa.\sin.\alpha = \cos.\beta\ \sin.\alpha$, $ha = fa\ \cos.\alpha = \cos.\beta\ \cos.\alpha$; und da der Winkel $fdi = \alpha$ ist (wegen senkrechten Schenkeln) $di = fd\ \cos.\alpha = \sin.\beta\ \cos.\alpha$, $fi = cd\ \sin.\alpha = \sin.\beta\ \sin.\alpha$. Durch Substitution in $dg = fh + di$ und $ga = ha - fi$:

$\sin.(\alpha+\beta) = \sin.\alpha\ \cos.\beta + \sin.\beta\ \cos.\alpha$ und
$\cos.(\alpha+\beta) = \cos.\beta\ \cos.\alpha - \sin.\beta\ \sin.\alpha$,

welcher Satz für jede Größe der Winkel gilt, was auf bekannte Art gezeigt werden kann.

Setzt man in beiden Theilen der beiden Gleichungen $\beta = -\beta$, so wird wegen

$$\sin.(-\beta) = \sin.\beta, \text{ und } \cos.(-\beta) = \cos.\beta:$$

$$\sin.(\alpha-\beta) = \sin.\alpha\cos.\beta - \sin.\beta\cos.\alpha \text{ und}$$

$$\cos.(\alpha-\beta) = \cos.\beta\cos.\alpha + \sin.\beta\sin.\alpha$$ und die entsprechenden Ausdrücke zusammengeschrieben:

$$\text{I. } \sin.(\alpha \pm \beta) = \sin.\alpha\cos.\beta \pm \sin.\beta\cos.\alpha$$

$$\text{II. } \cos.(\alpha \pm \beta) = \cos.\beta\cos.\alpha \mp \sin.\beta\sin.\alpha$$

Durch Division dieser beiden Ausdrücke, Multiplikation des zweiten Theiles des erhaltenen Ausdruckes durch $\cos.\alpha\cos.\beta$, gehörige Abkürzung und Substitution:

$$\text{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{tg}\,\alpha \pm \text{tg}\,\beta}{1 \mp \text{tg}\,\alpha\,\text{tg}\,\beta}$$

Setzt man in den Ausdrücken der Funktionen der Summe zweier Winkel $\beta = \alpha$, so erhält man die Ausdrücke für den doppelten und ebenso weiter für den dreifachen Winkel u. s. w.

2. Wird $\alpha + \beta = s$, $\alpha - \beta = d$ gesetzt, so ist $\alpha = \frac{1}{2}s + \frac{1}{2}d$ und $\beta = \frac{1}{2}s - \frac{1}{2}d$, also auch:

$$\sin.\alpha = \sin.(\tfrac{1}{2}s + \tfrac{1}{2}d) = \sin.\tfrac{1}{2}s\cos.\tfrac{1}{2}d + \sin.\tfrac{1}{2}d\cos.\tfrac{1}{2}s$$

$$\sin.\beta = \sin.(\tfrac{1}{2}s - \tfrac{1}{2}d) = \sin.\tfrac{1}{2}s\cos.\tfrac{1}{2}d - \sin.\tfrac{1}{2}d\cos.\tfrac{1}{2}s$$

und ebenso die Kosinuse.

Für s und d ihre Werthe gesetzt:

$$\sin.\alpha + \sin.\beta = 2\sin.\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos.\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$$

$$\sin.\alpha - \sin.\beta = 2\sin.\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)\cos.\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)$$

$$\frac{\sin.\alpha + \sin.\beta}{\sin.\alpha - \sin.\beta} = \frac{\sin.\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos.\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\sin.\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)\cos.\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)} = \text{tg}\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)$$

$$\text{cotg.}\,\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta) = \frac{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)}$$ und ebenso die anderen hier gehörenden Ausdrücke.

3. Aus der Proportion: $a : b = \sin.\alpha : \sin.\beta$, wo a und b die Seiten eines Dreieckes und α, β die ihnen gegenüberliegenden Winkel vorstellen, erhält man nach §. 74 $\frac{a+b}{a-b} = \frac{\sin.\alpha + \sin.\beta}{\sin.\alpha - \sin.\beta}$ und den Werth aus dem vorigen Paragraf substituirt: $\frac{a+b}{a-b} = \frac{\text{tang.}\,\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\text{tang.}\,\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}$ der dritte trigonometrische Hauptsatz*).

---

*) In dem bereits Entwickelten ist Alles, was zur Auflösung der Dreiecke nöthig ist, gegeben oder angedeutet. Die Auflösung der Dreiecke ist wie gewöhnlich und liegt daher außer dem Zwecke dieses Werkes. Auch sollte dieselbe nicht hier folgen, weil dadurch die Entwickelung der Theorie unterbrochen wäre, sondern wenigstens am Ende der ganzen Partie, die auf das konstante Verhältniß von zwei sich ausgleichenden Bewegungen sich bezieht.

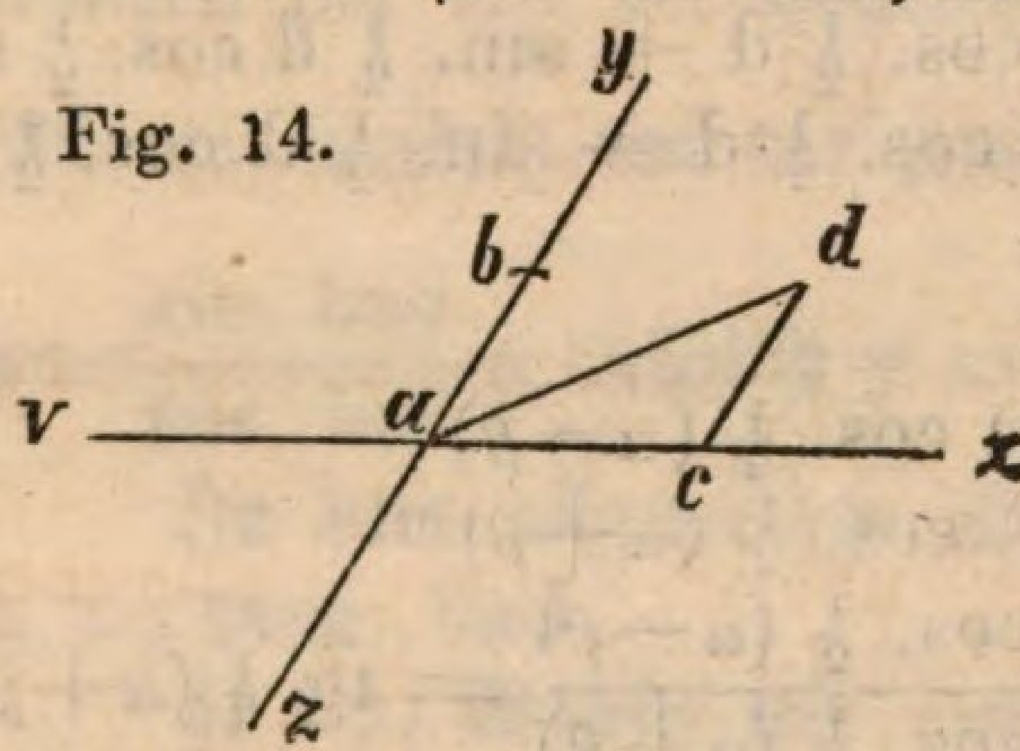
§. 79. Durch den Ausdruck eines bestimmten Gleichgewichtes oder Dreieckes a : b = sin. α : sin. β wird, indem man das entsprechende Dreieck konstruirt, ein Punkt, und durch den allgemeinen Ausdruck der ähnlichen Gleichgewichtsfälle oder Dreiecke x : y = sin. α : sin. β eine unendliche Anzahl in gerader Richtung fortgehender Punkte, also eine Linie bestimmt.

Damit durch diese Ausdrücke die Lage des Punktes oder der Linie genau in einer Ebene bestimmt werde, muß in dieser Ebene der Punkt, in welchem die Komponenten ihre Ausgleichung beginnen, und die Richtung, nach welcher die Bewegung einer der Komponenten geschieht, angegeben werden.

Wird aber außer diesen Bestimmungen auch die Neigung, welche die komponirenden Bewegungen mit einander bilden, gegeben; so entfällt in diesem Falle zur Bestimmung des Punktes oder eines bestimmten Gleichgewichtes oder Dreieckes die Nothwendigkeit der Angabe der beiden Winkel, welche die Komponenten mit der Resultirenden bilden, und es ist nur die Angabe der Größen der Komponenten nöthig.

Denn sind die Richtungen der Komponenten Fig. 14 ax und ay, ihre Größen ac und ab, so brauchen wir nur in der Richtung ax die Linie ac aufzutragen, und im Punkte c die Linie cd $\#$ ab zu errichten, so erhalten wir den betreffenden Punkt d, das Gleichgewicht und Dreieck.

Fig. 14.



Der mathematische Ausdruck des Punktes ist also für diesen Fall x = ac, y = ab, oder allgemein x = a, y = b.

Für eine geradlinige Bewegung oder eine Linie ist in diesem Falle ebenfalls die besondere Angabe der Sinuse der Winkel, welche die Komponenten mit der Resultirenden bilden, überflüssig, es ist nur nöthig das konstante Verhältniß der Komponenten zu einander $\frac{y}{x}$ = a oder y = ax, wo a den Ausdruck $\frac{\text{sin. } \alpha}{\text{sin. } \beta}$ vertritt, zu wissen. Läßt man x von Anfang stetig wachsen, und bestimmt die zugehörenden Werthe von y, so kann man alle Punkte der geraden Linie konstruiren.

§. 80. In dem Ausdrucke y = ax sind x und y nichts Anderes als die Summenausdrücke der in der nämlichen Richtung nacheinanderfolgenden komponirenden Bewegungen.

Soll dieser Ausdruck eine in der Natur wirklich geschehende Bewegung vollständig bestimmen, so muß als Summenausdruck einer geradlinigen Bewegung x = F (t), wobei auch F (t) = t sein kann, gegeben

werden; d. h. die nacheinanderfolgenden Zunahmen, deren Summenausdruck durch x vorgestellt wird, sind in der Zeit nicht beliebig zu nehmen, sondern so, wie sie in derselben wirklich nacheinander geschehen.

Aus den beiden Ausdrücken $y = ax$ und $x = F(t)$ lassen sich nun alle drei Größen x, y und t, und somit auch die einer gewissen Zeit entsprechende Größe der Resultirenden, oder der von der Bewegung in dieser Zeit zurückgelegte Weg, bestimmen.

Da nach dem Vorigen die Geschwindigkeit einer beliebigen geradlinigen Bewegung durch die erste Ableitung des Ausdruckes für den von derselben in einer gewissen Zeit zurückgelegten Weg erhalten wird, so stellt hier, wenn der von der Resultirenden in der Zeit t zurückgelegte Weg $= s$ gesetzt wird, $v = \frac{ds}{dt}$ die Geschwindigkeit dieser Bewegung, und $v' = \frac{dx}{dt}$, $v'' = \frac{dy}{dt}$ die Geschwindigkeit der Komponenten vor.

Ebenso wird die einer Zeiteinheit entsprechende Geschwindigkeit der resultirenden Bewegung, oder die Kraft durch $k = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$ und jene der Komponenten durch $k = \frac{dv'}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ und $k' = \frac{dv''}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2}$ vorgestellt.

Substituirt man in $v' = \frac{dx}{dt}$ und $v'' = \frac{dy}{dt}$ aus $v = \frac{ds}{dt}$ den Werth $dt = \frac{ds}{v}$, so wird auch: $v' = v\frac{dx}{ds}$ und $v'' = v\frac{dy}{ds}$ und ebenso, wenn man in $v = \frac{ds}{dt}$ für dt die Werthe aus den anderen substituirt:

$$v = \frac{ds}{dx}v' \text{ oder } v = \frac{ds}{dy}v''.$$

Auf die nämliche Art erhält man die Kraft:

$$k' = \frac{d^2x}{d^2s}k,\ k'' = \frac{d^2y}{d^2s}k \text{ und } k = \frac{d^2s}{d^2x}k' = \frac{d^2s}{d^2y}k''.$$

Nach §. 72 stellen aber die wirklichen Komponenten, durch deren nacheinanderfolgende Ausgleichung die geradlinige Bewegung geschieht, d x und d y vor, denen die Resultirende ds entspricht. Es wird also, wenn der Winkel, welchen die Richtungen der Komponenten bilden $= 90^0$ ist, (wie es gewöhnlich angenommen wird), $ds = \sqrt{[dy^2 + dx^2]}$.

Denkt man sich $v = \frac{ds}{dt}$ durch eine Linie vorgestellt, so wird sie die Hypothenuse eines Dreieckes sein, dessen Katheten die Größen $v' = \frac{dx}{dt}$ und $v'' = \frac{dy}{dt}$ darstellen werden; es ist also:

$v = \sqrt{\left[\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right]}$. Aus dem nämlichen Grunde ist $k = \sqrt{\left[\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2\right]}$.

Setzt man den Winkel, welchen die Richtung der Resultirenden mit der Richtung der Komponente x bildet $= \alpha$, so ist auch: $dy = ds \sin. \alpha$, $dx = ds \cos. \alpha$; $\frac{dy}{dt} = v \sin. \alpha$, $\frac{dx}{dt} = v \cos. \alpha$; $\frac{d^2 y}{dt^2} = k \sin. \alpha$, $\frac{d^2 x}{dt^2} = k \cos. \alpha$; die Ausdrücke, aus denen man bei gegebenen gewissen Bestimmungen der Bewegung die anderen entnehmen kann.

§. 81. Damit haben wir den allgemeinen Ausdruck einer beliebigen durch Ausgleichung zweier Komponenten resultirenden geradlinigen Bewegung, also den Ausdruck einer beliebigen geraden Linie, auf ihre eigenen Komponenten bezogen, erhalten.

Das zweite Bedürfniß ist, die Beziehungen der verschiedenen Linien zu einander, ihre Vereinigung, Wechselverhältniß zu einander, zu erkennen, und die mathematischen Ausdrücke dieser Verbindungen zu bestimmen.

Dieses Wechselverhältniß läßt sich auf diese Art nicht bestimmen, daß man jede Bewegung auf ihre eigenen Komponenten bezieht, weil man auf diese Art nur eine Vielheit von nebeneinanderbestehenden Bewegungen hat; man muß sie alle auf die nämlichen zwei Komponenten von bestimmter Lage und Entgegengesetztsein, oder auf zwei feste relativ entgegengesetzte Linien, die in einem Punkte zusammentreffen, beziehen, wann nur ihr Verhältniß zu einander ersichtlich werden kann.

Solche zwei feste relativ entgegengesetzte in einem Punkt zukommende Linien (Fig. 14) ax und ay werden Koordinatenaxen und zwar jene ax die Abszissen- und ay die Ordinatenaxe und der Punkt a der Anfangspunkt der Koordinatenaxen genannt.

Verlängert man die Linien ax und ay über den Punkt a nach der geraden Richtung av und az, und denkt sich in den Richtungen der Linien ay und av komponirende Bewegungen, so hat der Ausdruck der durch ihre Ausgleichung erfolgenden resultirenden Bewegung ebenfalls die Form $y = ax$, wo a, $\frac{\sin. \alpha}{\sin. \beta}$ vertritt. Im Verhältnisse aber zu den Bewegungen innerhalb des Winkels yax hat hier die Komponente nach der Richtung av jener nach der Richtung ax eine absolut entgegengesetzte Lage, muß daher negativ genommen werden. Der mathematische Ausdruck eines innerhalb des Winkels yav liegenden Punktes ist also $x = - a$, $y = b$.

Aus demselben Grunde sind für die Bewegungen oder Linien innerhalb des Winkels xaz die Ordinaten negativ zu nehmen, und der mathe-

matische Ausdruck eines Punktes innerhalb dieses Winkels ist $x = a$, $y = - b$.

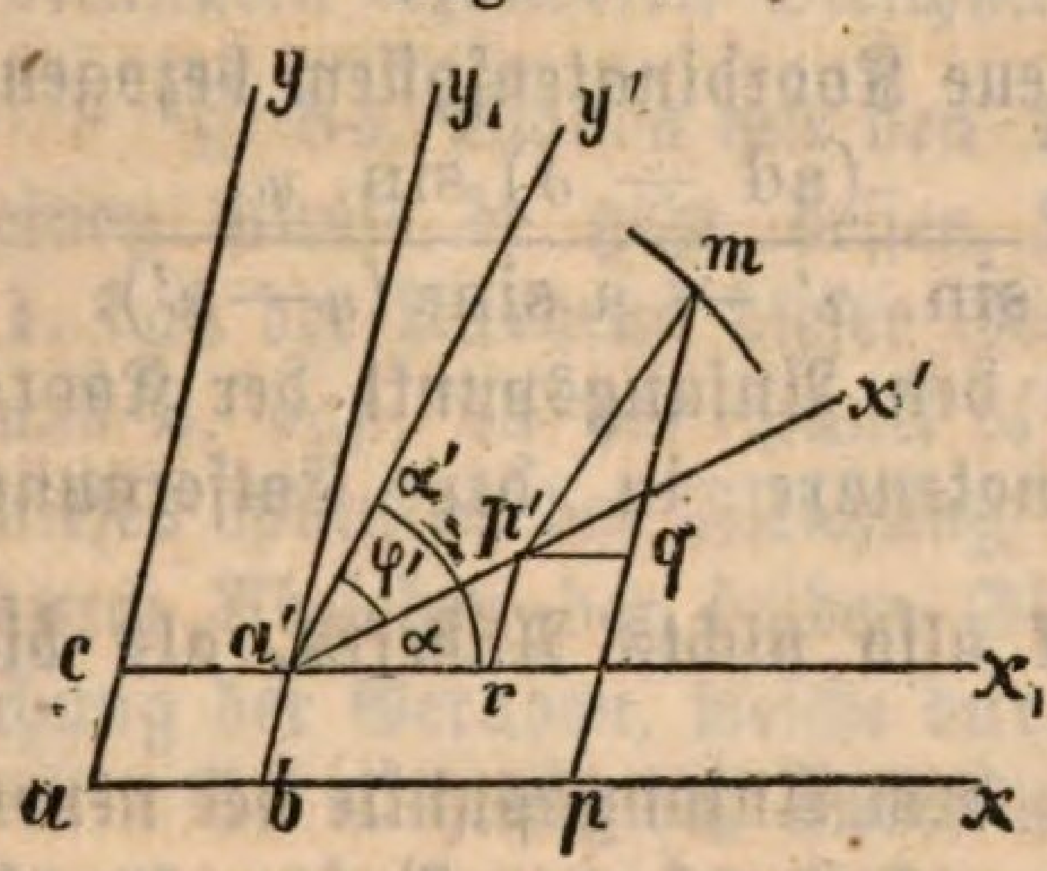
Für die Bewegungen oder Linien innerhalb des Winkels vaz ist sowohl die Abszisse als die Ordinate negativ zu nehmen, und der mathematische Ausdruck eines Punktes innerhalb dieses Winkels ist $x = - a$, $y = - b$.

Für die Punkte in der Abszissenaxe wird also $x = \pm a$, $y = o$ für den Punkt im Anfangspunkte der Koordinatenaxen $x = o$, $y = o$ der allgemeine Ausdruck sein.

§. 82. Da man den mathematischen Ausdruck des Verhältnisses von zwei oder mehren Bewegungen oder Linien nur durch gemeinschaftliches Beziehen derselben auf das nämliche Koordinatensystem erhalten kann, so zeigt sich die Nothwendigkeit der Erkenntniß des Gesetzes der Uebertragung einer auf ihre eigenen Komponenten bezogenen Bewegung auf andere Komponenten, oder überhaupt des Gesetzes der Transformation der Koordinaten.

Stellen ax und ay Fig 15 die Richtung zweier Koordinatenaxen, auf welche eine Bewegung oder eine Linie bezogen wurde, und a′x′, a′y′ die Richtung der neuen, auf welche diese Linie jetzt bezogen werden soll; der vorige Koordinatenwinkel yax $= \varphi$ der neue Koordinatenwinkel y′a′x′ $= \varphi'$. Bezeichnet man für einen beliebigen Punkt m dieser Linie die alten Koordinaten mp $=$ y, ap $=$ x und die neuen mp′ $=$ y′, a′p′ $=$ x′, zieht die Linien a′x_1, // ax und a′y_1 $=$ ay und p′q // ax, p′r // ay, und setzt der Kürze halber Winkel p′ a′r $= \alpha$, y′a′x, $= \alpha'$, wodurch der Winkel y_1a′y′ $= \varphi - \alpha'$ wird; so ist im Dreiecke a′p′r nach dem ersten Grundgesetze des Dreieckes:

Fig. 15.



$$a'p' : a'r : p'r = \sin. a'rp' : \sin. a'p'r : \sin. p'a'r$$ oder

$$x' : a'r : p'r = \sin. \varphi : \sin. (\varphi - \alpha) : \sin. \alpha$$

und im Dreiecke mp′q:

$$mp' : p'q : qm = \sin. p'qm : \sin. p'mq : \sin. mp'q,$$ oder

$$y' : p'q : qm = \sin. \varphi : \sin. (\varphi - \alpha') : \sin. \alpha'$$

aus welchen Ausdrücken:

$$a'r = \frac{x' \sin. (\varphi - \alpha)}{\sin. \varphi}, \quad p'r = \frac{x' \sin. \alpha}{\sin. \varphi}$$

$$p'q = \frac{y' \sin. (\varphi - \alpha')}{\sin. \varphi}, \quad qm = \frac{y' \sin. \alpha'}{\sin \varphi}.$$

Setzt man die Koordinaten des Punktes a′ auf das alte System bezogen ab$=$d, ac$=\delta$, so ist, da ap$=$ab$+$a′r$+$p′q und mp$=$ac$+$rp′$+$qm.

$$x = d + \frac{x' \sin.(\varphi - \alpha) + y' \sin.(\varphi - \alpha')}{\sin. \varphi}$$

$$y = \delta + \frac{x' \sin. \alpha + y' \sin. \alpha'}{\sin. \varphi},$$

welches, da wir einen beliebigen Punkt m der Linie genommen haben, für jeden Punkt der Linie gilt.

Um einen durch die Beziehung auf ein gewisses Koordinatensystem erhaltenen Ausdruck einer Bewegung auf ein anderes Koordinatensystem zu übertragen, brauchen wir nur diese erhaltenen Werthe für x und y in diesen Ausdruck zu substituiren.

§. 83. Substituiren wir diese Werthe in die Gleichung einer geraden Linie $y = ax$, so erhalten wir:

$$\delta + \frac{x' \sin. \alpha + y' \sin. \alpha'}{\sin. \varphi} = a\left(d + \frac{x' \sin.(\varphi - \alpha) + y' \sin.(\varphi - \alpha')}{\sin. \varphi}\right)$$

woraus, wenn man zugleich statt x' und y' x und y setzt,

$$y = \frac{a \sin.(\varphi - \alpha) - \sin. \alpha}{\sin. \alpha' - a \sin.(\varphi - \alpha')} x + \frac{(ad - \delta) \sin. \varphi}{\sin. \alpha' - a \sin.(\varphi - \alpha')}$$

die Gleichung der geraden Linie auf das neue Koordinatensystem bezogen.

Setzt man hier $x = 0$, so wird $y = \frac{(ad - \delta) \sin. \varphi}{\sin. \alpha' - a \sin.(\varphi - \alpha')}$.

Die Linie geht also nicht durch den den Anfangspunkt der Koordinatenaxen, sondern schneidet die Ordinatenaxe in der Entfernung $\frac{(ad - \delta) \sin. \varphi}{\sin. \alpha' - a \sin.(\varphi - \alpha')}$, welcher Ausdruck also nichts Anderes, als die Entfernung dieses Durchschnittpunktes von dem Anfangspunkte der neuen Kordinatenaxen angibt. Sollte diese Linie auch durch den Anfangspunkt der neuen Koordinatenaxen gehen, so müßte $\frac{(ad - \delta) \sin. \varphi}{\sin. \alpha' - a \sin.(\varphi - \alpha')} = o$ sein, weil dann für $x = o$ auch $y = o$ wäre. In diesem Falle würde aber $(ad - \delta) \sin. \varphi = o$, also $ad = \delta$ oder $a = \frac{\delta}{d}$. Es geht also die gerade Linie auch durch den Anfangspunkt der neuen Ordinatenaxen, wenn daß Verhältniß der Koordinaten des Anfangspunktes des neuen Koordinatensystems gleich ist dem Verhältnisse der Sinuse der Winkel, welche die Linie mit den Axen des vorigen Koordinatensystems bildet.

Für

$$\frac{(ad - \delta) \sin. \varphi}{\sin. \alpha' - a \sin.(\varphi - \alpha')} = o \text{ ist } y = \frac{a \sin.(\varphi - \alpha) \sin. \alpha}{\sin. \alpha' - a \sin.(\varphi - \alpha')} x$$

und dieses ist der Ausdruck einer durch den Anfangspunkt der Koordinatenaxen gehenden geraden Linie. Da aber nach dem Vorigen der Ausdruck

einer solchen Linie $y = ax$ ist, wo a das Verhältniß der Sinuse der Winkel, welche die Koordinaten mit der Linie bilden, angibt, so gibt $\frac{a \sin. (\varphi - \alpha) - \sin. \alpha}{\sin. \alpha' - a \sin. (\varphi - \alpha')}$ das Verhältniß der Sinuse der Winkel an, welche die neuen Koordinatenaxen mit der geraden Linie bilden. Setzen wir dieses Verhältniß = a und die Entfernung des Durchschnittpunktes der geraden Linie mit der Ordinatenaxe von dem Anfangspunkte der Koordinatenaxen = b, so erhalten wir $y = ax + b$ den algebraischen Ausdruck oder die Gleichung einer Linie, welche nicht durch den Anfangspunkt der Koordinatenaxen geht, welchen Ausdruck man bekanntlich auch unmittelbar erhalten kann.

Für den besonderen Fall, daß die Linie auf ein rechtwinkeliges Koordinatensystem bezogen ist, stellt nach dem Vorigen a die trigonometrische Tangente des Winkels vor, welchen die Linie mit der Abszissenaxe bildet.

Lassen wir die Linie um ihren Durchschnittspunkt mit der Ordinatenaxe sich drehen, so bekommt a besondere Werthe, und man bekommt die bekannten besondeien Gleichungen der Linie für ihre besonderen Lagen.

§. 84. Wollen wir den Ausdruck einer Geraden finden, welche durch einen Punkt M geht, dessen Koordinaten x' und y' sind, so wissen wir: 1. daß der Ausdruck dieser Geraden die Form $y = ax + b$ haben muß, und 2. daß, da der Punkt M in der Geraden liegen soll, die Koordinaten dieses Punktes der Gleichung der Geraden genügen müssen. Man erhält durch Abziehen der beiden Gleichungen $y - y' = a (x - x')$ die Gleichung der Geraden, welche durch den Punkt M geht.

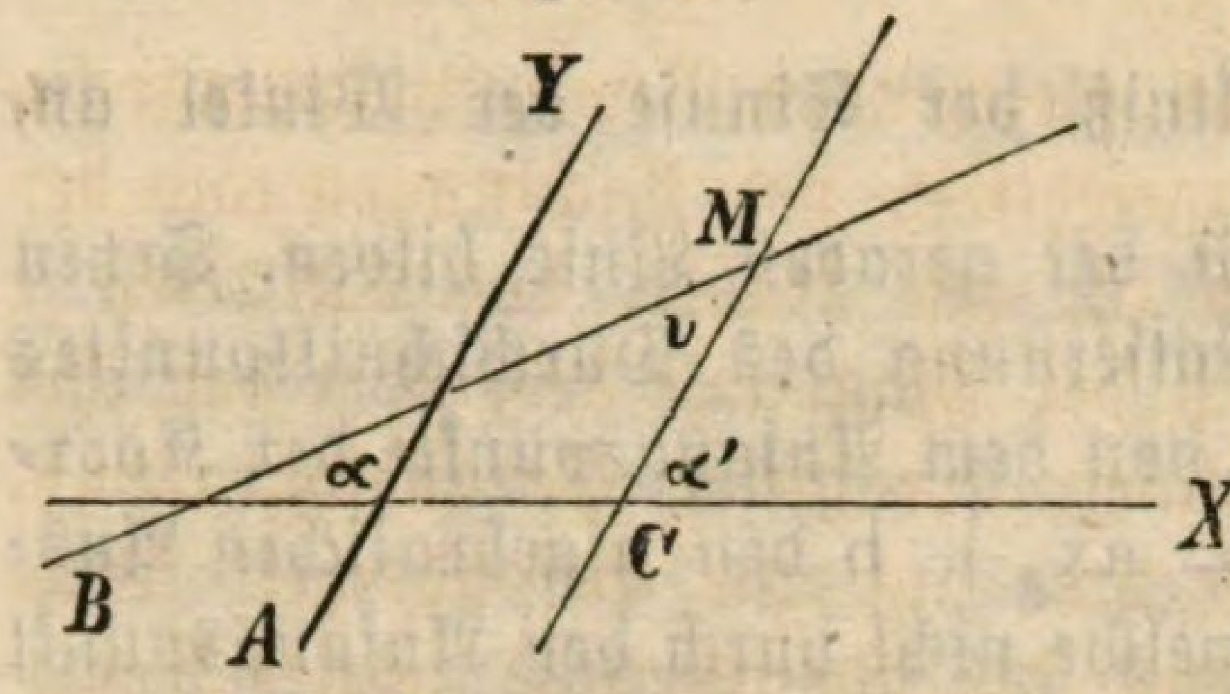
Da a hier noch unbestimmt ist, so folgt daraus, daß die Neigung der Geraden gegen die Achsen noch unbestimmt ist und beliebig genommen werden kann.

Ebenso erhält man auf die nämliche Art die Gleichung der Geraden, welche durch zwei Punkte x', y', x'' y'' geht: $y - y' = \frac{y'' - y'}{x'' - x'} (x - x')$, deren Lage vollständig bestimmt ist.

§. 85. Um die Ordinaten des Durchschnittspunktes zweier sich schneidenden durch die Gleichungen $y = ax + b$ und $y = a'x + b'$ gegebenen Linien zu finden, setzen wir die Ordinaten dieses Punktes x' und y'. Diese Werthe müssen, da der fragliche Punkt in beiden Linien vorkommt, den beiden Gleichungen genügen; wir erhalten daher die Gleichungen $y' = ax' + b$ und $y' = a'x' + b'$ aus welchen $ax' + b = a'x' + b'$, woraus $x' = \frac{b' - b}{a - a'}$ und $y' = \frac{ab' - a'b}{a - a'}$ die Werthe der Ordinaten des Durchschnittspunktes.

Um den Neigungswinkel dieser zwei Linien zu bestimmen, folgt aus

Fig. 16.



dem Dreieck BCM Fig. 16 $\alpha' = \alpha + v$ daher $v = \alpha' - \alpha$ und nach §. 78 $\text{tang. } v = \text{tang. } (\alpha' - \alpha) = \frac{\text{tang } \alpha' - \text{tang. } \alpha}{1 + \text{tang. } \alpha' \text{ tang. } \alpha}$.

Nehmen wir den gewöhnlich gebrauchten einfachen Fall an, daß die Linien auf ein rechtwinkeliges Koordinatensystem bezogen sind, so ist: $\text{tang. } \alpha = a$, $\text{tang. } \alpha' = a'$; folglich $\text{tang. } v = \frac{a' - a}{1 + aa'}$.

Sind die beiden Linien parallel, so ist $\text{tang } v = o$, folglich auch $a' - a = o$ oder $a' = a$.

Es ist also die Gleichung einer zur Linie $y = ax + b$ parallelen Linie $y = ax + b'$.

Stehen die beiden Linien auf einander senkrecht, so ist $\text{tang. } v = \infty$, daher $\frac{1}{\text{tg } v} = \frac{1 + aa'}{a' - a} = o$, woraus $1 + a a' = o$, folglich $a' = -\frac{1}{a}$.

Es ist also die Gleichung einer auf die Linie $y = ax + b$ Senkrechten $y = -\frac{1}{a} x + b'$, oder da nach dem Vorigen $a = \frac{dy}{dx}$, $y = -\frac{dx}{dy} x + b'$ u. s. w. *)

Gleichgewicht mehrer Bewegungen von relativ entgegengesetzten Richtungen.

§. 86. Werden einem verschwindend kleinen absolut einfachen Körper mehr als zwei geradlinige und gleichförmige Bewegungen von relativ entgegengesetzten Richtungen in dem nämlichen Augenblicke mitgetheilt, oder gleichen sich solche Bewegungen von mehren Besonderheiten gegen einander aus, so geschieht diese Ausgleichung wiederum nach dem allgemeinen Gesetze, nämlich: Das relativ Entgegengesetzte hebt sich nach Maß des Ent-

---

*) Ich habe der Theorie über die gerade Linie jene der Beziehung der geraden Linien zu einander folgen lassen, um dem möglichen Bedürfnisse eines vereinigten vollständigen Vortrages über die geraden Linien zu begegnen, bin aber der Ansicht, daß in einer vollständigen Entwickelung der Naturlehre die Theorie von der Beziehung sämmtlicher Linien (krummer und gerader) zu einander gemeinschaftlich vorgetragen, und erst nach der Entwickelung der Gesetze sämmtlicher geradlinigen und krummlinigen Bewegungen folgen soll.

gegengesetztseins gegen einander auf, und tritt nach Maß der Gleichheit nach Außen gegen ein Anderes auf.

Da hier zwischen je zweien sich ausgleichenden Bewegungen, wie im vorigen Abschnitte, nur das Entgegengesetztsein der Richtungen und der Geschwindigkeiten vorkommen kann, so ist, wie früher, das Auftreten je zweier Bewegungen nach Außen gleich der Diagonale des, über den ihre Größen und Richtungen vorstellenden Linien, errichteten Parallelogramms. Man bekommt also die Resultirende mehrer auf eine Besonderheit übertragenen Bewegungen, wenn man zuerst die Resultirende zweier Bewegungen sucht, diese mit einer dritten Bewegung zusammensetzt u. s. w.

Sollen mehre solche Bewegungen einander das Gleichgewicht halten, so muß offenbar die Resultirende von allen außer einer, dieser letzteren der Größe nach gleich, und der Richtung nach gerade entgegengesetzt sein. Bei der Ausgleichung mehrer Bewegungen müssen zwei Fälle unterschieden werden.

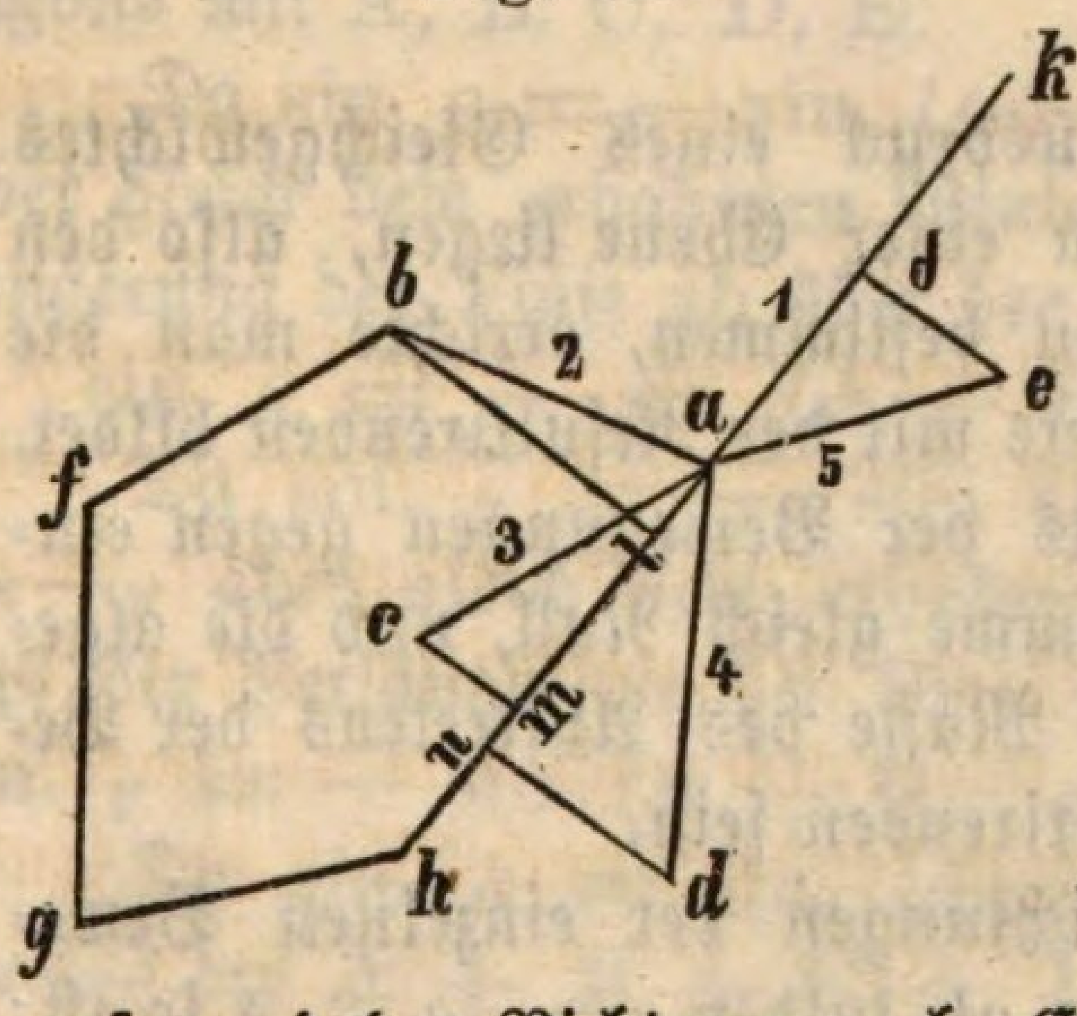
a) Wenn die Richtungen der sich ausgleichenden Bewegungen in der nämlichen Ebene liegen, und

b) Wenn sie nicht in der nämlichen Ebene liegen.

Gleichgewicht mehrer Bewegungen in einer Ebene.

§. 87. Wie die Resultirende mehrer sich ausgleichenden Bewegungen gesucht wird, ist im vorigen Paragraf entwickelt worden. Man macht dieses kürzer, indem man von dem Endpunkt einer von den die Richtungen und die Größen der Bewegungen darstellenden Linien gleich große und parallele zu allen nachfolgenden zieht und den Endpunkt der letzten Parallelen mit dem Angriffspunkte der Bewegungen Fig. 17 verbindet. Diese Linie wird die Richtung und Größe der Resultirenden darstellen, und eine der Resultirenden gleich große und der Richtung nach Entgegengesetzte, nämlich hier ak, wird den übrigen Bewegungen das Gleichgewicht halten.

Fig. 17.



Untersuchen wir das Gleichgewicht und das zugehörende Polygon abfgh so sehen wir, daß:

1) Das Polygon die nämliche Anzahl Seiten hat, wie das Gleichgewicht Bewegungen.

2) Daß die Seiten des Polygons den die Größen der Bewegungen darstellenden Linien in der nämlichen Ordnung gleich sind.

3) Daß die Sinuse und Kosinuse der Winkel des Polygons den Sinusen der gegenseitigen Neigungen der Bewegungen in der nämlichen Ordnung der Größe nach gleich sind, indem jeder Winkel des Polygons einen Winkel des Gleichgewichtes zu 180° ergänzt.

4) Daß die Sinuse und Kosinuse der Winkel, welche sämmtliche Polygonseiten mit einer Polygonseite bilden, den Sinusen und Kosinusen der Winkel, welche die Richtungen der entsprechenden Komponenten mit der Richtung einer Komponente bilden, in der nämlichen Ordnung gleich sind.

Indem wir dabei noch berücksichtigen, daß einem jeden Gleichgewichte ein Polygon, und einem jeden Polygon ein Gleichgewicht entspricht, so sehen wir, daß so wie dem Gleichgewichte dreier Bewegungen und dem Dreiecke, auch dem Gleichgewichte mehrer Bewegungen und dem Polygone von der nämlichen Anzahl Seiten das nämliche Gesetz zu Grunde liegt, daher auch alle besonderen Gesetze für das eine auch für das andere gelten.

Die Uebereinstimmung zwischen dem Grundgesetze des Gleichgewichtes dreier Bewegungen und des Dreieckes ist nur ein besonderer Fall der allgemeinen Uebereinstimmung zwischen den Gleichgewichtszuständen mehrer Bewegungen und den Polygonen von der nämlichen Anzahl Seiten. Die Seiten eines Polygons sind also immer einem Systeme von Bewegungen, welche einander das Gleichgewicht halten gleich, nur muß in dem Gleichgewichte den Bewegungen diese Neigung zu einander gegeben werden, daß die dadurch entstehenden Winkel, die Winkel des Polygons zu 180° ergänzen. Jede Seite des Polygons stellt also die Resultirende aller übrigen vor.

§. 88. Um den mathematischen Ausdruck eines Gleichgewichtes mehrer Bewegungen, deren Richtungen in einer Ebene liegen, also den mathematischen Ausdruck eines Polygons, zu bestimmen, errichte man die Sinuse der Winkel, welche jede Komponente mit der Resultirenden bildet. Da diese Sinuse die Masse des Auftretens der Bewegungen gegen einander sind, so muß ihre algebraische Summe gleich Null, und die algebraische Summe der Kosinuse, weil diese die Masse des Auftretens der Bewegungen nach Außen sind, gleich der Resultirenden sein.

Sind also die Winkel, welche die Richtungen der einzelnen Bewegungen ab, ac, ad, ae mit der Resultirenden ah bilden, $= \alpha, \beta, \gamma, \delta$ so ist:

$ab \sin. \alpha + ac \sin. \beta - ad \sin. \gamma - ae \sin. \delta = 0$ und

$ab \cos. \alpha + ac \cos. \beta + ad \cos. \gamma - ac \cos. \delta = ah$ oder auch da $ah \sin. o = 0$ und $ah \cos. o = ah$ ist:

$ab \sin. \alpha + ac \sin. \beta - ad \sin \gamma - ae \sin. \delta + ah \sin. o = 0$ und

$ab \cos. \alpha + ac \cos. \beta + ad \cos. \gamma - ae \cos. \delta - ah \cos. o = 0.$

Da im Gleichgewichte jede Bewegung die Resultirende aller übrigen ist, so muß die algebraische Summe der Sinuse aller Winkel, welche die

Richtungen aller Bewegungen mit der Richtung je einer Bewegung bilden = 0 sein, und die Summe der Kosinuse gleich dieser Bewegung.

Für die Polygone hat dieser Satz die Bedeutung, daß die algebraische Summe der Sinuse der Winkel, welche mit einer beliebigen Polygonseite alle übrigen Seiten bilden = 0, und die algebraische Summe der Kosinuse gleich dieser Seite ist.

Sind also allgemein die die Bewegungen eines Gleichgewichtes darstellenden Größen, oder die Seiten eines Polygons von beliebiger Anzahl Seiten a, b, c, d, e — und die Winkel, welche mit der Richtung einer beliebigen Komponente alle übrigen, oder mit einer beliebigen Seite des Polygons alle übrigen Seiten bilden, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ u. s. w., so ist der algebraische Ausdruck des Gleichgewichtes oder Polygons

$$a \sin. \alpha + b \sin. \beta + c \sin. \gamma + d \sin. \delta + \ldots\ldots + m \sin. o = 0$$
$$a \cos. \alpha + b \cos. \beta + c \cos. \gamma + d \cos. \delta + \ldots\ldots + m \cos. o = 0.$$

Die Grundsätze des Gleichgewichtes mehrer Bewegungen in der Ebene, und der Polygonometrie, aus welchen sich alle anderen herleiten lassen.

Daß hier die Zeichen entsprechend zu nehmen sind, ist selbstverständlich.

§. 89. Diese Sätze können wir in andere verwandeln, in welchen das dem Gleichgewichte oder dem Polygone zu Grunde liegende Gesetz durch Polygonseiten und Poligonwinkel ausgedrückt ist.

Bezeichnen wir die Seiten des Polygons Fig. 17 Kürze wegen ab = a, bf = b, fg = c, gh = d und ha = e und die Winkel des Polygons mit A, B, C, D, E.

Da sin. $\beta = -$ sin. $(\beta + \pi)$ und cos. $\beta = -$ cos. $(\beta + \pi)$; $\beta + \pi$ aber gleich dem erhabenen Winkel cak = A + B, was aus der Verlängerung der Linie ab über den Punkt a ersichtlich ist, so ist

$$\sin. \beta = - \sin. (A + B), \text{ und } \cos. \beta = - \cos. (A + B)$$

Da sin. $\gamma = -$ sin. $(2\pi - \gamma)$, und cos. $\gamma =$ cos. $(2\pi - \gamma)$, $2\pi - \gamma$ aber gleich dem erhabene Winkel dah = A + B + C, was aus der Verlängerung der Linie ac über den Punkt a ersichtlich ist, so ist sin. $\gamma = -$ sin. (A + B + C), und cos. $\gamma =$ cos. (A + B + C).

Da sin. $\delta =$ sin. $(2\pi + \delta)$, und cos. $\delta =$ cos. $(2\pi + \delta)$ und $2\pi + \delta$ = A + B + C + D (von ah bis ab der Winkel A, von ab bis zu der über den Punkt a verlängerten ac der Winkel B, von der verlängerten ac bis ad der Winkel C, von ad bis zu der über den Punkt a verlängerten ae der Winkel D) so ist:

sin. $\delta =$ sin. (A + B + C + D, und cos. $\delta =$ cos. (A + B + C + D).

Da sin. 0 = sin. 3π, und cos. o = — cos. 3π, und 3π = A + B + C + D + E gleich der Summe aller Polygonwinkel ist,

indem jeder Polygonwinkel den entsprechenden Winkel des Gleichgewichtes zu 2R ergänzt, daher die Summe der Polygonwinkel und der Winkel des Gleichgewichtes zweimal so viel Rechten als das Polygon Seiten hat, und die Summe der Polygonwinkel allein zweimal so viel Rechten als das Polygon Seiten hat weniger 4R, folglich hier 6R beträgt; so ist sin. $0 =$ sin. $(A + B + C + D + E)$ und cos. $0 = -$ cos. $(A + B + C + D + E)$, welche Ausdrücke in die Gleichungen §. 88 substituirt die Gleichungen:

$$a \sin. A - b \sin. (A + B) + c \sin. (A + B + C) - d \sin. (A + B + C + D) + e \sin. (A + B + C + D + E) = 0$$

und

$$a \cos. A - b \cos. (A + B) + c \cos. (A + B + C) - d \cos. (A + B + C + D) + e \cos (A + B + C + D + E) = 0$$

geben. (Dr. Kulik höhere Analysis. Polygonometrie.)

Diese Gesetze können ebenso durch die Größen der Bewegungen des Gleichgewichtes und die Winkel, welche ihre Richtungen mit einander bilden ausgedrückt werden, was wir hier Kürze wegen übergehen.

§. 90. Bezeichnen wir die Größen der Bewegungen des Gleichgewichtes mit 1, 2, 3, 4, 5 und die Winkel, welche sie mit einander bilden mit (1.2), (1.3) (1.4) u. s. w., so verändert sich die zweite Gleichung §. 88 auf die Richtung der Bewegung 1 bezogen, in:

$$2. \cos. (2.1) + 3 \cos. (3.1) + 4 \cos. (4.1) + 5 \cos. (5.1) = 1$$

und auf die Richtung der anderen Bewegungen

$$1 \cos. (1.2) + 3 \cos. (3.2) + 4 \cos. (4.2) + 5 \cos. (5.2) = 2$$
$$1 \cos. (1.3) + 2 \cos. (2.3) + 4 \cos. (4.3) + 5 \cos. (5.3) = 3$$
$$1 \cos. (1.4) + 2 \cos. (2.4) + 3 \cos. (3.4) + 5 \cos. (5.4) = 4$$
$$1 \cos. (1.5) + 2 \cos. (2.5) + 3 \cos. (3.5) + 4 \cos. (4.5) = 5.$$

Multiplizieren wir jede Gleichung respektive mit 1, 2, 3, 4, 5 und ziehen von den vier ersten Ausdrücken den letzten ab, so erhalten wir:

$$2 \{1.2 \cos. (1.2) + 1.3 \cos. (1.3) + 1.4 \cos. (1.4) + 2.3 \cos. (2.3) + 2.4 \cos. (2.4) + 3.4 \cos. (3.4)\} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 - 5^2$$

oder

$$5^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 - 2 \{1.2 \cos. (1.2) + 1.3 \cos. (1.3) + 1.4 \cos. (1.4) + 2.3 \cos. (2.3) + 2.4 \cos. (2.4) + 3.4 \cos. (3.4)\}$$

welcher Ausdruck für ein Gleichgewicht von einer beliebigen Anzahl Komponenten oder für ein Polygon von beliebiger Anzahl Seiten leicht erweitert werden kann.

Ebenso leicht können die in diesem Ausdrucke enthaltenen Kosinuse durch die Kosinuse der Winkel des Polygons vertreten werden.

Aus allen bisher für das Gleichgewicht mehrer Bewegungen und das Polygon entwickelten Gesetzen erhält man die entsprechenden früher für das Dreieck entwickelten Gesetze, wenn man die die übrigen Bewegungen oder Seiten darstellenden Größen gleich 0 setzt und die übrigen Umstände berücksichtigt.

Für das Gleichgewicht von vier Bewegungen und das Viereck erhält man

$$ab \sin. \alpha + ac \sin. \beta + ad \sin. \gamma = 0$$

$$ab \cos. \alpha + ac \cos. \beta + ad \cos. \gamma = ae$$ oder

$$a \sin. A - b \sin. (A + B) + c \sin. (A + B + C) = 0$$

$$a \cos. A - b \cos. (A + B) + c \cos. (A + B + C) = d$$

$$4^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 - 2 \{ 1.2 \cos. (1.2) + 1.3 \cos. (1.3) + 2.3 \cos (2.3) \}$$

aus welchen sich die weitere Theorie des Gleichgewichtes von vier Bewegungen und der Vierecke entwickeln läßt, was wir hier als eine bekannte Sache übergehen.

§. 91. Gleichen sich mehre Bewegungen von gleichen Geschwindigkeiten mit einander aus und sind die Winkel, welche ihre Richtungen mit einander bilden, ebenfalls gleich, so müssen sie sich das Gleichgewicht halten; weil kein Grund vorkommt, daß die aus ihnen resultirende Bewegung eher nach der einen, als nach der anderen Richtung geschehe.

Diesen Gleichgewichtszuständen entsprechen Polygone von lauter gleichen Seiten und gleichen Winkeln.

Solche Gleichgewichtszustände und solche Polygone werden regelmäßig genannt.

2. Es kann aber auch ein Gleichgewicht bestehen, wenn alle Winkel, welche die Richtungen der Bewegungen bilden, einander gleich, die Größen der Bewegungen aber einander ungleich sind. In diesem Falle müssen aber einzelne oder auch mehre Bewegungen, welche nach absolut entgegengesetzten Richtungen liegen, sich abgesondert das Gleichgewicht halten, also einander gleich sein.

Diesen Gleichgewichtszuständen entsprechen Polygone, in welchen alle Winkel und die einander gegenüberliegenden Seiten gleich sind.

3. Ebenso kann auch ein Gleichgewicht mehrer gleichen Bewegungen stattfinden, wiewohl nicht alle von den Richtungen der Bewegungen gebildeten Winkel einander gleich sind. Da sich in diesem Falle die einander gegenüberliegenden Bewegungen besonders das Gleichgewicht halten müssen, so müssen die von ihren Richtungen gebildeten Winkel einander gleich sein.

Diesen Gleichgewichtszuständen entsprechen Polygone, in welchen alle Seiten und die einander gegenüberliegenden Winkel gleich sind.

4. Wenn in einer Ausgleichung mehrer Bewegungen je einer Bewegung eine gleich große in absolut entgegengesetzter Richtung gegenüberliegt, so besteht auch ein Gleichgewicht. In diesem Falle liegt aber je einem von den Richtungen zweier Bewegungen gebildeten Winkel als Scheitelwinkel ein gleicher gegenüber.

Diesen Gleichgewichtszuständen entsprechen Polygone, in welchen jeder Seite und jedem Winkel eine gleich große Seite und ein gleicher Winkel gegenüberliegt.

Da alle diese Gleichgewichtszustände und Polygone bei ihrer Ungleichheit nach entgegengesetzten Richtungen Gleiches haben, so werden sie symmetrisch genannt.

5. Die übrigen Gleichgewichtszustände und Polygone sind unregelmäßig und nicht symmetrisch.

§. 92. Wenden wir die allgemeinen Gesetze der Gleichgewichtszustände und der Vielecke auf die Vierecke an, so finden wir, daß die Vierecke nach §. 90 in regelmäßige, symmetrische und die in sich ganz ungleichen zerfallen.

Das regelmäßige Viereck wird Quadrat genannt. Nach dem obigen ist jeder Winkel des Quadrates ein Rechter. Von den symmetrischen ist:

1. Nach §. 90. 2 ein Viereck, dessen alle Winkel und die gegenüberliegenden Seiten gleich sind. Ein solches Viereck wird ein Rechteck genannt.

2. Nach 3. ein Viereck, dessen alle Seiten aber nur die gegenüberliegenden Winkel gleich sind. Dieses wird ein Romb genannt.

3. Nach 4. ein Viereck, in welchem nur die gegenüberliegenden Seiten und Winkel einander gleich sind. Dieses wird ein Romboid genannt.

Da in jedem von diesen Vierecken die Summe von zwei nebeneinander liegenden Winkeln der Summe der zwei anderen gleich ist, so ist die Summe je zweier solcher Winkel gleich 2R, also jedes dieser Vierecke ein Parallelogramm.

Die in sich ganz ungleichen Vierecke zerfallen in

4. solche, in welchen zwei Seiten parallel aber ungleich sind, sie heißen Trapese.

Ihnen entsprechen Gleichgewichtszustände, in welchen zwei komp. Bewegungen sich gerade gegenüber liegen, aber ungleich sind.

5. In welchen keine Seite der anderen parallel ist, sie heißen Trapesoide.

§. 93. Zwei Gleichgewichtszustände, in welchen die nämliche Anzahl komp. Bewegungen vorkommen, deren Geschwindigkeiten nach der nämlichen Ordnung einander gleich sind, und deren Richtungen die nämlichen Winkel bilden, heißen kongruent.

Diesen entsprechen kongruente Vielecke, welche nach der nämlichen Ordnung gleiche Seiten und gleiche Winkel haben.

1. Mehre Bewegungen, deren Größe und Richtung gänzlich bestimmt ist, bestimmen gänzlich die Größe und Richtung der Resultirenden, folglich auch die Größe und Richtung der ihnen das Gleichgewicht haltenden.

Ein Gleichgewicht von n Bewegungen wird also vollkommen bestimmt, wenn die Größe und Richtung von (n—1) Bewegungen, also (n — 1) Bewegungen und (n—2) von ihnen gebildete Winkel, gegeben sind.

Ein Polygon von n Seiten wird also gänzlich bestimmt, wenn (n—1) Seiten und die von ihnen gebildeten (n—2) Winkel gegeben sind.

2. Wird in einem Gleichgewichte, welches aus n Bewegungen bestehen soll, die Größe und Richtung von (n—2) Bewegungen und nur die Richtung der übrigen zwei, {also (n—2) Bewegungen und n—1 Winkel, weil der letzte sich selbst bestimmt} gegeben, so wird auch dadurch die Größe dieser zwei, also das ganze Gleichgewicht bestimmt.

Denn die (n—2) Bewegungen bestimmen gänzlich die Größe und Richtung ihrer Resultirenden. Dieser muß die Resultirende der zwei übrigen Bewegungen gleich sein und eine ihr absolut entgegengesetzte Richtung haben; folglich ist die Resultirende der zwei übrigen Bewegungen der Größe und Richtung nach gänzlich bestimmt. Da auch die Richtungen der beiden Komponenten bestimmt sind, so ist auch die Größe dieser Komponenten (wegen gegebener Seite und zwei anliegenden Winkeln) bestimmt, also das ganze Gleichgewicht bestimmt.

Ein Polygon von n Seiten wird also gänzlich bestimmt, wenn (n—2) Seiten und (n—1) Winkel desselben gegeben sind.

3. Wird in einem Gleichgewichte die Größe aller Bewegungen gegeben, die Neigung zweier Bewegungen, also die Größe dreier nebeneinander liegenden Winkel, nicht bestimmt, so wird doch das ganze Gleichgewicht bestimmt; weil die Bewegungen, deren Neigungen zu einander gegeben sind, ihre Resultirende, also auch die ihnen das Gleichgewicht haltende, welche aus den zwei übrigen resultiren soll, der Größe und Richtung nach gänzlich bestimmen. Da nun die Größe dieser beiden Komponenten, wie auch die Größe und Richtung der aus ihnen Resultirenden, bestimmt ist; so ist auch die Neigung der beiden Komponenten, folglich auch das ganze Gleichgewicht bestimmt.

Ein Polygon wird also ganz bestimmt, wenn alle Seiten und die Winkel außer drei nebeneinander liegenden gegeben sind.

4. Auch werden zwei Polygone kongruent, wenn die Dreiecke, in welche sie durch Ziehung der Diagonalen getheilt werden, in der nämlichen Ordnung einander kongruent sind, was dem Nebeneinandersein mehrer kongruenten aus drei Bewegungen bestehenden Gleichgewichte entspricht.

5. Ein regelmäßiges Gleichgewicht und Polygon wird ganz bestimmt, wenn nur eine Bewegung oder Seite gegeben wird.

6. Ein symmetrisches Polygon wird ganz bestimmt, wenn nur die eine symmetrische Hälfte gegeben wird.

Die Summe der Winkel um einen Punkt, also die Summe der Winkel, welche die Richtungen einer beliebigen Anzahl einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen bilden, beträgt immer 4 R.

Da nun je ein Winkel eines Polygons einen Winkel des ihm entsprechenden Gleichgewichtszustandes zu 2 R ergänzt, so ist die Summe der Winkel eines Polygons und des ihm entsprechenden Gleichgewichtszustandes

immer zweimal so viel Rechten gleich als das Polygon Seiten oder der Gleichgewichtszustand Bewegungen hat.

Die Summe der Winkel eines Polygons allein ist gleich zweimal so viel Rechten als das Polygon Seiten hat weniger 4 R.

Es ist also die Summe der Winkel eines Viereckes gleich 4 R, eines Fünfeckes gleich 6 R u. s. w.

Die Winkel eines regelmäßigen Vieleckes sind alle gleich, folglich beträgt ein Winkel eines Polygons von n Seiten $\frac{2\,n\,R - 4\,R}{n}$. Es ist also ein Winkel eines Rechteckes und Quadrates $= 1 R$. Ein Winkel eines Fünfeckes $= \frac{6\,R}{5}$ u. s. w.

§. 94. Wenden wir diese Sätze auf die Vierecke an.

1. Nach 1. wird ein Viereck gänzlich bestimmt, wenn nur die Größe dreier Seiten und die zwei von ihnen gebildeten Winkel gegeben sind.

2. Nach 2. wird ein Viereck gänzlich bestimmt, wenn die Größe von zwei Seiten, des von ihnen eingeschlossenen, und der zwei ihnen anliegenden Winkel gegeben ist.

3. Nach 3. Wenn alle Seiten und ein Winkel gegeben ist.

4. Nach 4. Sind auch zwei Vierecke kongruent, wenn die zwei Dreiecke, in welche die Vierecke durch Ziehung der Diagonalen getheilt werden, in der nämlichen Ordnung einander kongruent sind.

Da zwei Dreiecke kongruent sind, wenn eine Seite und die ihr anliegenden Winkel des einen Dreieckes gleich sind einer Seite und den ihr anliegenden Winkeln des andern; so sind auch zwei Vierecke kongruent, wenn die Diagonale und die vier ihr anliegenden Winkel des einen Viereckes gleich ist der Diagonale und den vier ihr anliegenden Winkeln des andern Viereckes.

Nach 5. Ein Quadrat wird ganz bestimmt, wenn nur eine Seite desselben gegeben wird.

Nach 6. Ein Parallelogramm wird bestimmt, wenn zwei zusammenstoßende Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel gegeben sind u. s. w.

§. 95. Nehmen die Geschwindigkeiten mehrer sich ausgleichenden Bewegungen unter Beibehaltung ihrer gegenseitigen Neigungen in dem nämlichen multiplikativen (geometrischen) Verhältnisse zu oder ab; so wird dadurch die Richtung ihrer Resultirenden nicht verändert, und sie nimmt in dem nämlichen Verhältnisse zu oder ab.

Denn fängt man die Ausgleichung mit zwei Komponenten an, so wird, da diese im multiplikativen Verhältnisse sich geändert haben, ihre Resultirende (nach §. 70) ihre Richtung nicht verändern, und in dem näm-

lichen Verhältnisse wie die Komponenten ihre Größe ändern. Setzt man diese Resultirende mit der dritten Komponente zusammen, so wird aus dem nämlichen Grunde auch ihre Resultirende ihre Richtung nicht verändern, und ihre Größe in dem nämlichen Verhältnisse ändern u. s. w. bis zur letzten Resultirenden.

Es wird also auch ein Gleichgewicht mehrer Bewegungen nicht gestört, wenn diese ihre gegenseitigen Neigungen zu einander behalten, und alle in dem nämlichen multiplikativen Verhältnisse zunehmen.

Soll also durch mehre nacheinanderfolgende Mittheilungen mehrer Bewegungen ein absolut einfacher Körper sich in gerader Richtung fort bewegen, so müssen die in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken erfolgten Mittheilungen dieselben Richtungen haben und ihre Größen proportionirt sein.

Den Gleichgewichtszuständen, in welchen die einzelnen Bewegungen ihre gegenseitigen Neigungen behalten, die Größen der Bewegungen sich verändert haben, aber den vorigen proportionirt geblieben sind, entsprechen Vielecke, deren Winkel nach der nämlichen Ordnung gleich und die Seiten ungleich aber proportionirt sind. Solche Gleichgewichtsfälle und Polygone heißen ähnlich.

Entsprechend den Kongruenzfällen erhalten wir auch die Aehnlichkeitsfälle dieser Gleichgewichtszustände und der Polygone.

§. 96. Verbindet man die Endpunkte der ein Gleichgewicht der Bewegungen darstellenden Linien miteinander, so erhält man ebenfalls ein Polygon.

Ist das Gleichgewicht regelmäßig, so ist das auf diese Art entstandene Polygon ein regelmäßiges, weil die dabei entstehenden Dreiecke, wegen je zwei gleichen Seiten und den eingeschlossenen gleichen Winkeln, kongruent sind, und jedes von diesen Dreiecken gleichschenkelig ist, daher die Summe je zweier einen Polygonwinkel bildenden Winkel gleich ist.

Daraus entnehmen wir unmittelbar, daß in einem regelmäßigen Polygone immer ein Punkt innerhalb desselben vorkommt, welcher von allen Winkeln des Polygons gleich weit entfernt ist.

Dieser Punkt heißt der Mittelpunkt der regelmäßigen Figur.

Die Entfernungen desselben von den Polygonwinkeln werden große Halbmesser genannt, und diese sind einander gleich.

Die großen Halbmesser halbiren die Polygonwinkel, und es sind auch die Winkel, welche je zwei Halbmesser am Mittelpunkte bilden, einander gleich — und es beträgt in einem regelmäßigen Polygone von n Seiten jeder $\frac{4\,R}{n}$.

Auch kann man den Mittelpunkt einer regelmäßigen Figur finden, wenn man zwei Polygonwinkel halbirt und die Halbirungslinien bis zu ihrem Durchschnitte verlängert.

§. 97. Verbindet man die Endpunkte der ein beliebiges symmetrisches Gleichgewicht darstellenden Linien miteinander, so erhält man in jedem Falle ein symmetrisches Polygon, weil in jedem Falle von den dadurch entstehenden Dreiecken je zwei sich symmetrisch gegenüberliegende, wegen je zwei gleichen Seiten und den gleichen eingeschlossenen Winkeln, einander kongruent sind.

Verzeichnet man jedes von den drei symmetrischen Gleichgewichtszuständen besonders und errichtet die Polygone, so entnimmt man unmittelbar für jedes besonders die ihm entsprechenden Gesetze für die Diagonalen, die Winkel am Durchschnitte und die getheilten Polygonwinkel.

Wendet man die so erhaltenen Gesetze auf die symmetrischen Vierecke an, so erhält man die betreffenden Gesetze für dieselben u. s. w.

Einleitende Bemerkungen zur Untersuchung der Bewegungen und Linien, deren Richtungen nicht in die nämliche Ebene fallen.

§. 98. Kann man durch drei oder mehre Richtungen geradliniger Bewegungen oder Linien keine Ebene legen, so sagt man sie liegen im Raume.

Legt man durch zwei von drei im Raume liegenden und in einem Punkte zusammenkommenden Linien eine Ebene, so liegt die dritte außerhalb derselben und hat mit ihr nur einen Punkt gemeinschaftlich. Diesen Punkt nennt man den Fußpunkt der Geraden in der Ebene.

Die Lage dieser Linie in Bezug auf die Ebene kann verschieden sein.

Bildet sie mit allen durch ihren Fußpunkt in der Ebene gezogenen Linien rechte Winkel, so steht sie auf der Ebene senkrecht, übrigens schief.

Trifft eine Linie auch in's Unendliche verlängert mit einer Ebene nicht zusammen, so ist sie mit der Ebene parallel.

Zwei Ebenen können ebenso, wenn sie hinlänglich verlängert werden, mit einander zusammentreffen, oder auch in's Unendliche verlängert nicht zusammentreffen, im ersten Falle sind sie gegen einander geneigt, im zweiten parallel.

Treffen sie mit einander zusammen, so haben sie eine Linie gemeinschaftlich, sie ist gerade und heißt die Durchschnittslinie der Ebenen.

Errichtet man in einem Punkte der Durchschnittslinie Senkrechte in beiden Ebenen auf dieselbe, so ist der Winkel, welchen diese bilden, der Neigungswinkel der beiden Ebenen und diese liegen schief oder senkrecht auf einander, je nachdem dieser Neigungswinkel schief oder senkrecht ist u. s. w.

§. 99. Fällt man von dem außerhalb der Ebene liegenden Endpunkte einer auf die Ebene schiefen Linie eine Senkrechte auf die Ebene und verbindet die Fußpunkte der beiden durch eine Gerade, so heißt diese letzte die Projektion der schiefen Linie auf der Ebene.

Stellt die schiefe Linie die Größe der Geschwindigkeit einer Bewegung vor, so wird die Projektion derselben, die Projektion der schiefen Bewegung auf die Ebene vorstellen.

Aus dem Gesetze der Ausgleichung zweier Bewegungen folgt, daß jede von zwei sich ausgleichenden Bewegungen nach Maß des ihrer Größe entsprechenden Kosinus des Winkels, den sie mit der anderen bildet, im Sinne der anderen Bewegung, und nach Maß des Sinus senkrecht gegen die andere auftritt; folglich wenn die Richtungen der Bewegungen auf einander senkrecht sind, die Bewegung einer jeden im Sinne der anderen gleich Null, ist und in ihrem eigenen Sinne sich ganz erhält.

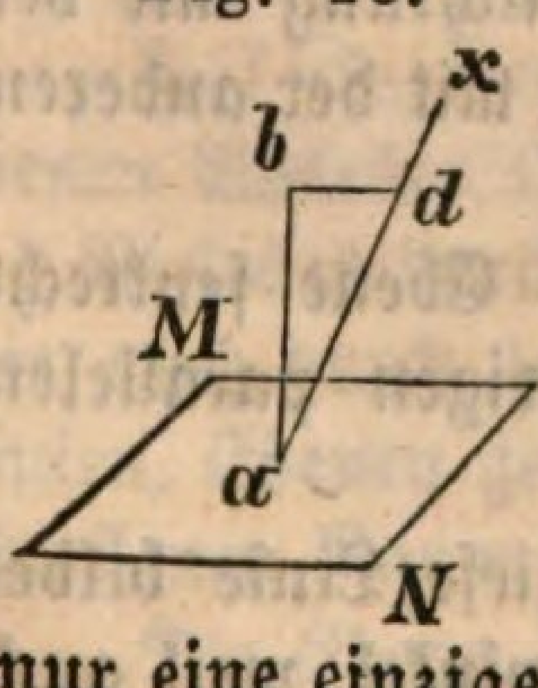
Stellt also eine auf einer Ebene schiefe Linie die Richtung und Größe der Geschwindigkeit einer Bewegung vor, so stellt ihre Projektion die Richtung und Größe der Bewegung vor, nach welcher die schiefe Bewegung im Sinne der Ebene — und die vom Endpunkte der Schiefen auf die Ebene gefällte Senkrechte die Größe der Bewegung vor, nach welcher die schiefe Bewegung in der auf die Ebene senkrechten Richtung auftritt. — Ist also die Geschwindigkeit der schiefen Bewegung = ab, der Neigungswinkel, den sie mit der Ebene bildet = α so ist ab. sin α der Ausdruck des Auftretens der Bewegung gegen die Ebene und ab. cos α der Ausdruck des Auftretens in paralleler Richtung mit der Ebene.

Geschieht also eine Bewegung in einer senkrechten Richtung von der Ebene oder gegen die Ebene, so ist ihr Auftreten im Sinne der Ebene = 0, weil der Kosinus des Winkels, welchen ihre Richtung mit einer beliebigen in der Ebene gezogenen Linie bildet, = 0 ist.

§. 100. Von einem Punkte einer Ebene kann nur eine einzige Bewegung senkrecht von der Ebene geschehen — oder auf dieser nur eine einzige Senkrechte errichtet werden.

Denn es stelle ab Fig. 18 eine senkrecht von der Ebene MN geschehende Bewegung vor. Nehmen wir auch eine andere senkrechte Bewegung in der Richtung ax an, und ziehen von b zu ax die Linie bd//MN; so tritt eine von den Bewegungen ab oder ad nach Maß der Linie bd im Sinne der Ebene auf, folglich geht eine von ihnen, also ad, nicht senkrecht von der Ebene heraus.

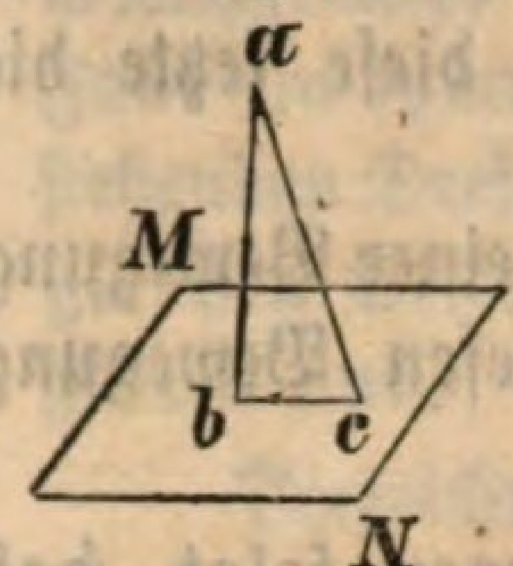
Fig. 18.



§. 101. Von einem Punkte außerhalb der Ebene kann nur eine einzige Bewegung auf die Ebene senkrecht geschehen, oder auf diese nur eine einzige Senkrechte gefällt werden.

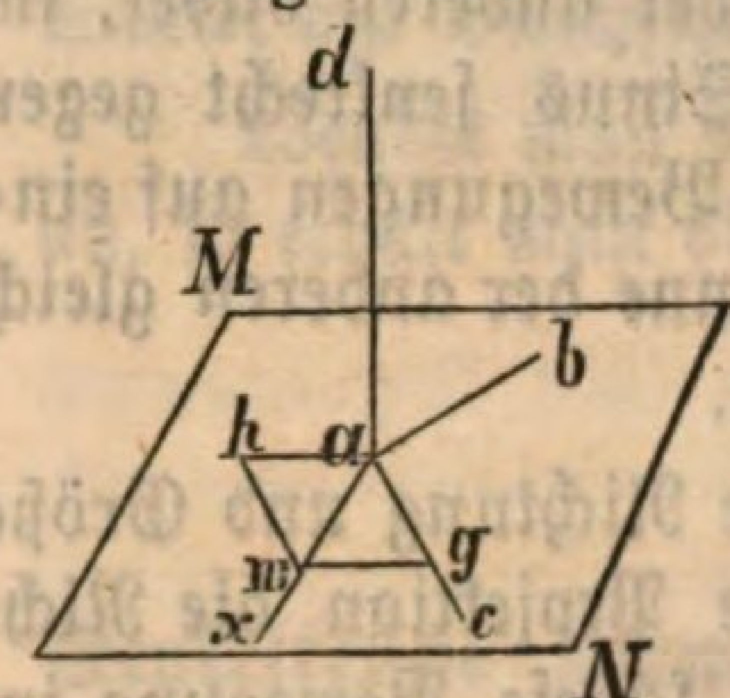
Denn es stelle ab Fig. 19 die Richtung und Größe der Geschwindigkeit einer senkrechten Bewegung gegen die Ebene vor. Nehmen wir auch eine zweite senkrechte Bewegung von der Richtung und Größe ac an; so wird, wenn wir die Fußpunkte beider verbinden, eine der Bewegungen ab oder ac nach Maß der Linie bc im Sinne der Ebene auftreten, folglich eine von ihnen also ac nicht senkrecht sein.

Fig. 19.



§. 102. Tritt eine von der Ebene oder gegen die Ebene geschehende Bewegung ad Fig. 20 im Sinne zweier in der Ebene gezogenen Geraden ab und ac gar nicht auf, so tritt sie überhaupt im Sinne der Ebene nicht auf.

Fig. 20.

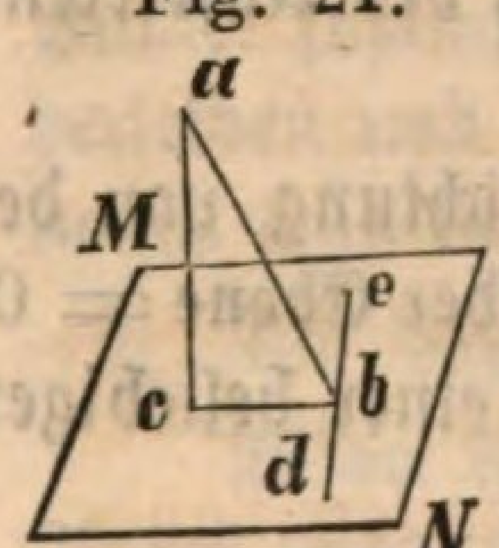


Denn würde sie im Sinne einer beliebigen dritten in der Ebene gezogenen Linie z. B. ax auftreten; so müßte sie auch im Sinne wenigstens der einen von den zwei in der Ebene gezogenen Linien auftreten, weil ihre Bewegung im Sinne der dritten z. B. am sich in zwei andere ag und ah so zerlegen läßt, daß wenigstens eine Komponente hier ag in die Richtung einer der gezogenen Linien fällt.

Die geometrische Bedeutung dieses Satzes ist: Steht eine Linie auf zwei durch ihren Fußpunkt in der Ebene gezogenen Linien senkrecht, so steht sie auch auf der Ebene senkrecht.

§. 103. Stellt ab Fig. 21 eine gegen die Ebene MN schiefe Bewegung vor, so gibt ihre Projektion bc die Bewegung an, nach welcher die schiefe im Sinne der Ebene auftritt. Geschieht nun durch den Fußpunkt b in der Ebene eine Bewegung de, welche im Sinne der Projektion gar nicht auftritt; so tritt sie auch im Sinne der ab gar nicht auf, weil die Projektion die vollständige Bewegung der schiefen ab im Sinne der Ebene gibt.

Fig. 21.



Geometrisch ausgedrückt: Steht eine Gerade in der Ebene auf der Projektion einer zu der Ebene schiefen Linie senkrecht, so steht sie auch auf der schiefen Linie selbst senkrecht.

§. 104. Eine gegen eine Ebene senkrechte Bewegung ist auch gegen die ihr parallele senkrecht; — denn indem sie in paralleler Richtung mit der einen gar nicht auftritt, tritt sie auch in paralleler Richtung mit der anderen gar nicht auf.

Geometrische Bedeutung. Wenn eine Linie auf einer Ebene senkrecht steht, so steht sie auch verlängert auf einer mit der vorigen parallelen Ebene senkrecht.

Eine Bewegung von gewisser Richtung oder eine schiefe Linie bildet mit zwei oder mehren parallelen Ebenen gleiche Neigungswinkel, weil auch ihre Projektionen auf diese Ebenen parallel sind.

§. 105. Wenn von einem Punkte außerhalb der Ebene mehre Bewegungen von der nämlichen Geschwindigkeit und in der nämlichen Neigung zu der Ebene geschehen, so sind offenbar ebenso die Maße des Auftretens derselben, also ihre Wirkungen in senkrechter Richtung gegen die Ebene, wie auch die Maße des Auftretens, also ihre Wirkungen im Sinne der Ebene, einander gleich.

Die geometrische Bedeutung des Satzes ist:

Daß bei mehren gleich großen, gleich schief zu der Ebene gezogenen Linien, sowohl die von den Endpunkten derselben auf die Ebene gezogenen Senkrechten, alsauch die Projektionen dieser schiefen Linien auf die Ebene gleich groß sind.

Geschehen diese schiefen Bewegungen so, daß die Endpunkte der ihre Größe und Richtungen darstellenden Linien in einem Punkte außerhalb der Ebene zusammenfallen; so vereinigen sich, da von einem Punkte außerhalb der Ebene nur eine Linie senkrecht auf die Ebene gezogen werden kann, die Projektionen der schiefen Bewegungen (oder Linien) im Sinne der Ebene sämmtlich in dem Fußpunkte dieser Senkrechten und wegen Gleichheit derselben ist dieser Fußpunkt der Mittelpunkt des Kreises, der durch die Angriffspunkte der schiefen Bewegungen (oder Fußpunkte der schiefen Linien) gezogen wird.

Die Aktion der schiefen Bewegungen im Sinne der Ebene geht also gleichmäßig gegen diesen Fußpunkt fort.

§. 106. Gehen aus einem Punkte zwei Bewegungen in der nämlichen schiefen Richtung gegen zwei parallele Ebenen und stellen die Größen der Linien vom Ausgangspunkte der Bewegungen bis zu dem Durchschnittspunkte mit den Ebenen die Größen ihrer Geschwindigkeiten vor; so sind sowohl die Größen des Auftretens der Bewegungen in senkrechter Richtung gegen die Ebenen, als auch die Größen des Auftretens derselben im Sinne der Ebenen, den Größen der Bewegung selbst, folglich auch untereinander proportionirt, weil sie ähnlichen Gleichgewichtszuständen dreier Bewegungen in der nämlichen Ebene oder ähnlichen Dreiecken entsprechen.

Die geometrische Bedeutung ist: Die Projektionen und Entfernungen zweier von dem nämlichen Punkte zu zwei parallelen Ebenen gezogenen Linien sind ebenso diesen Linien, wie untereinander proportionirt.

§. 107. Verbindet man einen außerhalb der Ebene eines beliebigen ebenen Vieleckes liegenden Punkt mit allen Durchschnittspunkten der Seiten des Vieleckes durch gerade Linien, und denkt sich ebenso durch das Vieleck, wie auch durch je zwei von den außerhalb liegenden Punkten gezogenen Linien, Ebenen gelegt, so nennt man den von allen diesen Ebenen eingeschlossenen Raum eine Pyramide.

Die Ebene des Vieleckes heißt die Grundfläche, die durch die anderen Linien gelegten Ebenen die Seitenflächen, und diese sind lauter Drei-

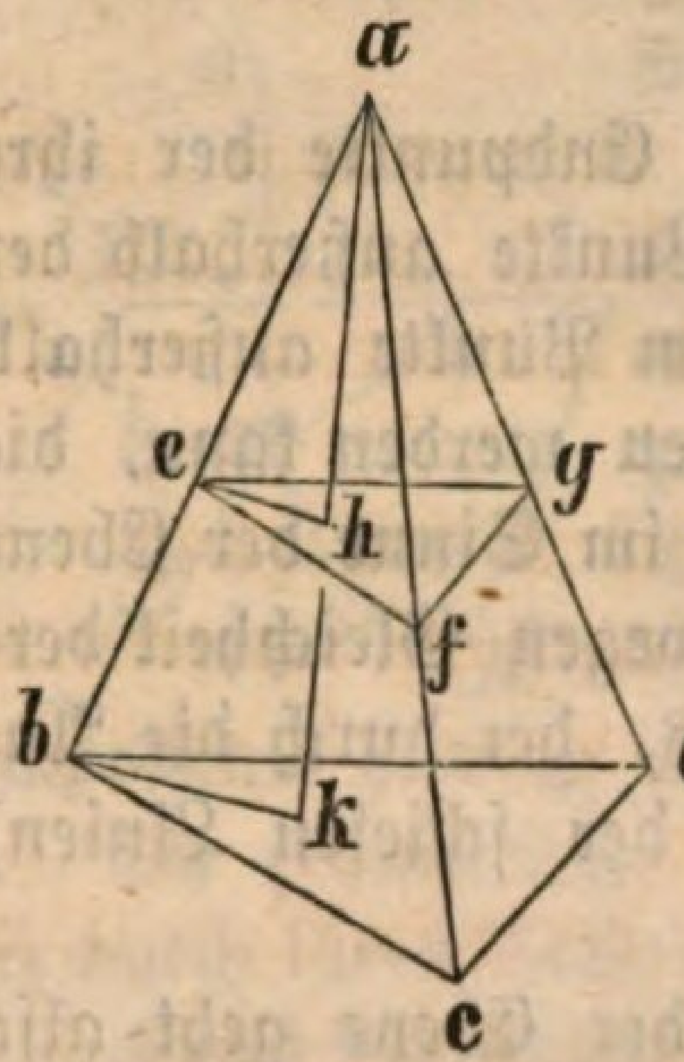
ecke. Der Punkt, in welchem alle diese Dreiecke zusammenkommen heißt der Scheitel der Pyramide, die vom Scheitel auf die Grundfläche gefällte Senkrechte die Höhe der Pyramide.

Wir wollen hier nur einen in die Lehre von den Pyramiden fallenden Satz entwickeln.

Schneidet man eine Pyramide parallel mit der Grundfläche, so wird die Durchschnittsfläche von der nämlichen Anzahl Seiten wie die Grundfläche begränzt und derselben wegen Proportionalität der Seiten ähnlich.

Denkt man sich nun von dem Scheitel der Pyramide Fig. 22 eine beliebige Bewegung oder Wirkung einmal gegen die Durchschnittsfläche, das anderemal gegen die Grundfläche herausgehen und sich auf den beiden gleichmäßig vertheilen, so nimmt die Wirkung, die auf einen Punkt der Flächen ausgeübt wird, im Quadrate der Entfernung der Flächen ab.

Fig. 22.



Denn es wird, wegen ähnlichen Dreiecken abc und aef, ab : ae = bc : ef, und wenn ak senkrecht gezogen wird, aus dem nämlichen Grunde ab : ae = ak : ah folglich: bc : ef = ak : ah und $bc^2 : ef^2 = ak^2 : ah^2$. Da aber die Flächen ähnlicher Vielecke sich wie die Quadrate ihrer Seiten verhalten, was aus der Aehnlichkeit der Vielecke folgt, so wird wenn man die beiden Flächen entsprechend durch F und f bezeichnet $F : f = bc^2 : ef^2$ folglich $F : f = ak^2 : ah^2$. Die Flächen verhalten sich wie die Quadrate ihrer Entfernungen vom Scheitel der Pyramide.

Vertheilt sich nun die Wirkung einer vom Scheitel ausgehenden Bewegung gleichmäßig auf die beiden Flächen, so ist die Wirkung auf einen Punkt der größeren Fläche in dem Verhältnisse kleiner, in welchem die Fläche von der anderen größer ist. Die Wirkung auf einen Punkt der parallelen Flächen nimmt also im Quadrate ihrer Entfernungen vom Scheitel ab. *)

---

*) Ich habe diese letzten Sätze hier folgen lassen, wiewohl sie nicht hier gehören, und die nachfolgenden Partien ihrer Vorausschickung nicht bedürfen. Systemgemäß sollen sie erst dann vorkommen, wenn die Partie von der Ausgleichung absolut einfacher verschwindend kleiner Körper vollendet sein wird, und wir zur Untersuchung wirklicher Körper und der Wirkungen der Bewegungen auf dieselben übergehen werden.

Ich habe diese Sätze nur darum hier folgen lassen:

1. Um dem möglichen Vorwurf wegen ihrem Mangel in der nachfolgenden Partie theilweise zu begegnen, und

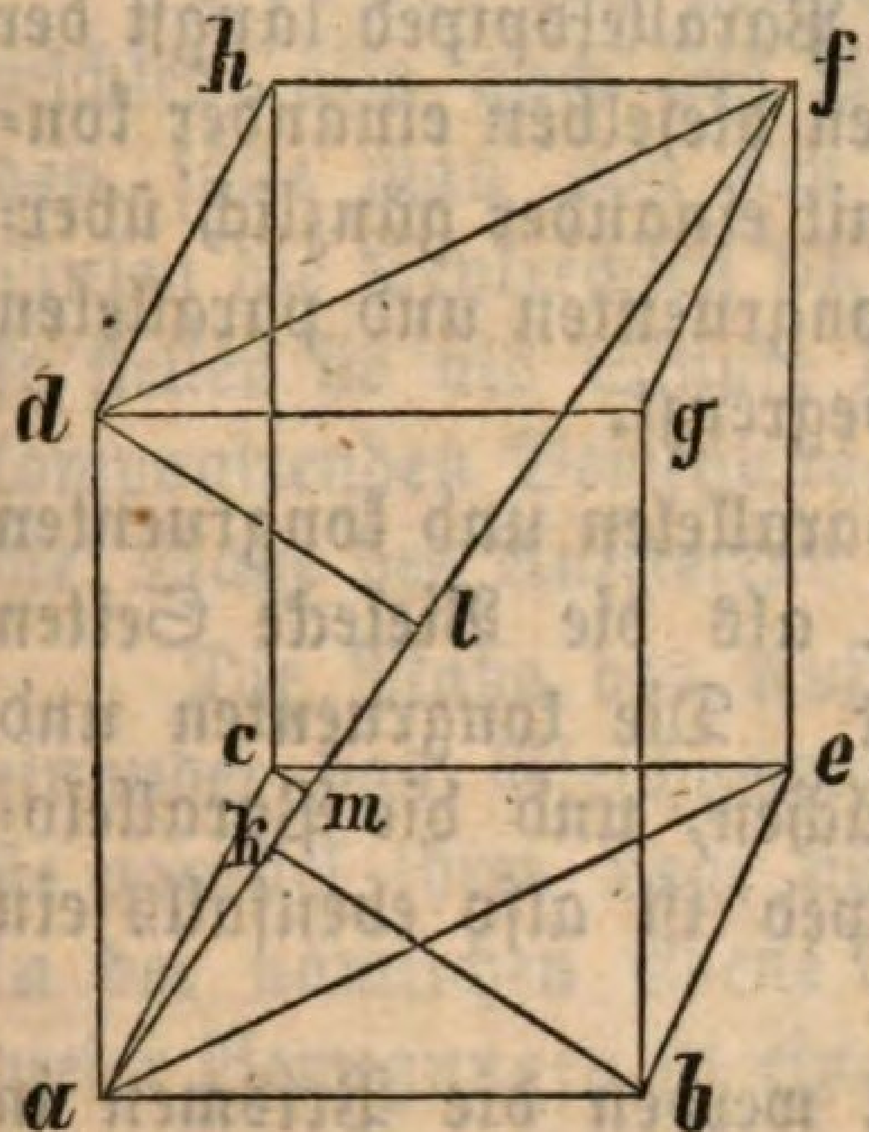
2. Um anzudeuten, wie die ganze mit denselben zusammenfallende Partie am entsprechenden Orte behandelt wird.

Die Partie von den Pyramiden fällt naturgemäß mit jener von den Prismen und Polyedern nicht zusammen, weil rein pyramidale Körper in der Natur nicht vorkommen.

Gleichgewicht mehrer Bewegungen im Raume.

§. 108. Gleichen sich drei gleichförmige und geradlinige einem absolut einfachen verschwindenden Körper in dem nämlichen Augenblicke mitgetheilte Bewegungen ab, ac und ad (Fig. 23), deren Richtungen nicht in der nämlichen Ebene liegen, mit einander aus, so kann man die Richtung und Größe der Resultirenden am einfachsten nach dem für die Ausgleichung zweier Bewegungen in einer Ebene Entwickelten bestimmen.

Fig. 23.



Die Resultirende der Bewegungen ab und ac erhalten wir, wenn wir bc # ac ziehen, und den Punkt c mit dem Punkte a verbinden. Sie ist ae.

Es können also die beiden Bewegungen ab und ac in ihrem Auftreten nach Außen durch die Bewegung ae vertreten werden. Die Resultirende von ad und ae erhalten wir, wenn wir ef # ad ziehen und den Punkt f mit dem Punkte a verbinden.

Es ist also die Resultirende der drei nicht in der nämlichen Ebene liegenden Bewegungen ab, ac und ad, der Richtung und Größe nach, gleich af, und wir erhalten dieselbe auf die nämliche Art, wie die Resultirende mehrer in der Ebene liegenden Bewegungen, indem wir nämlich von dem Endpunkte einer die Richtung und Größe der komponirenden Bewegung darstellenden Linie nacheinander zu den die anderen Bewegungen darstellenden Linien parallele und gleiche Linien ziehen.

Verwechseln wir die Ordnung in dem obigen Verfahren, indem wir vom Punkte b zuerst bg # ad und dann gf # ac ziehen, und wiederholen wir das Nämliche, indem wir von den Endpunkten der die beiden anderen Bewegungen darstellenden Linien herausgehen, so erhalten wir einen von lauter Parallelogrammen eingeschlossenen Raum, in welchem die Linie af die beiden gegenüberliegenden Ecken verbindet.

Ein von lauter Parallelogrammen begränzter Raum wird ein Parallelopiped, und die, die gegenüberliegenden Ecken verbindende Gerade die Diagonale desselben genannt.

Das Auftreten nach Außen oder die Resultirende dreier sich ausgleichenden Bewegungen, deren Richtungen nicht in der nämlichen Ebene liegen, wird der Richtung und Größe nach durch die Diagonale des, über den die Richtungen und Größen der komponirenden Bewegungen vorstellenden Linien, errichteten Parallelopipeds gegeben.

§. 109. Da in dem Parallelopipede alle gegenüberliegenden Linien gleich und parallel sind, so sind ebenso die einander gegenüberliegenden

Parallelogramme desselben einander parallel und kongruent, wie auch die gegenüberliegenden Körperwinkel einander gleich.

Verbinden wir also den Punkt d mit f, so wird df ⧣ ac und die Dreiecke dgf, dhf, abc und ace kongruent. Es wird daher daef ebenfalls ein Parallelogramm. Denkt man sich das ganze Parallelopiped längst der Fläche daef in zwei Theile geschnitten, so werden dieselben einander kongruent, indem alle Bestimmungstücke der beiden mit einander gänzlich übereinstimmen. Jeder der beiden Theile ist von zwei kongruenten und parallelen Dreiecken und eben so vielen Parallelogrammen begrenzt.

Ein Raum, welcher von zwei beliebigen parallelen und kongruenten Vielecken und ebenso vielen Parallelogrammen, als die Vielecke Seiten haben, begränzt ist, wird ein Prisma genannt. Die kongruenten und parallelen Vielecke des Prisma werden Grundflächen, und die Parallelogramme Seitenflächen genannt. Ein Parallelopiped ist also ebenfalls ein Prisma.

Nach der Anzahl Seiten der Grundflächen werden die Prismen in dreiseitige, vierseitige u. s. w. unterschieden. Das obige Prisma ist also ein dreiseitiges.

In jedem dieser dreiseitigen Prismen ist die Diagonale des Parallelopipeds, also die Resultirende der sich ausgleichenden Bewegungen, die Diagonale des über der Resultirenden der zwei Bewegungen und der dritten errichteten Parallelogramms.

Die Resultirende dreier im Raume sich ausgleichenden Bewegungen wird also auch erhalten, wenn man über den, die drei komponirenden Bewegungen und die aus zweien von ihnen resultirende darstellenden Linien ein dreiseitiges Prisma verzeichnet, und die Diagonale derjenigen Seitenfläche nimmt, welche über den, die resultirende aus zwei komponirenden und die dritte komponirende Bewegung darstellenden Linien errichtet ist.

§. 110. Werden also einem absolut einfachen Körper drei geradlinige und gleichförmige Bewegungen, welche nicht in der nämlichen Ebene liegen, in dem nämlichen Augenblicke mitgetheilt, so bewegt er sich so, als wenn nur eine Bewegung von der Größe und Richtung der Diagonale, des über den die Bewegungen darstellenden Linien errichteten Parallelopipeds, oder der Diagonale der obenbezeichneten Seitenfläche des dreiseitigen Prisma, mitgetheilt wäre.

Soll also der absolut einfache Körper nach Mittheilung solcher drei Bewegungen in Ruhe verbleiben, so muß eine der Größe der Diagonale gleiche, und ihrer Richtung gerade entgegengesetzte Bewegung demselben in dem nämlichen Augenblicke mitgetheilt werden. So erhält man das Gleichgewicht von vier Bewegungen, deren Richtungen nicht in der nämlichen Ebene liegen.

Da in diesem Gleichgewicht jede Bewegung den übrigen das Gleichgewicht hält, so muß jede einer Diagonale des über den übrigen errichteten Parallelopipeds gleich sein.

§. 111. Um den mathematischen Ausdruck eines solchen Gleichgewichtes, also auch des Parallelopipeds und dreiseitigen Prismas zu finden, fälle man von den Endpunkten der die Bewegungen darstellenden Linien die Senkrechten bk, cm und dl, auf die Richtung der Resultirenden, so stellen sie als Sinuse die Maße des Gegeneinanderauftretens der drei komponirenden Bewegungen, und die Linien ak, am und al, als Kosinuse, die Maße des Auftretens nach Außen jeder einzelnen Bewegung vor.

Die Maße des Auftretens der Bewegungen gegen einander müssen einander das Gleichgewicht halten, folglich müssen dieselben, wenn man sie parallel ihrer Lage auf den Punkt a, wo sie eigentlich wirken, versetzt, in der nämlichen Ebene liegen, und den Bedingungen des Gleichgewichtes dreier Bewegungen in einer Ebene entsprechen.

Benennt man also diese Senkrechten Kürze halber mit a, b, c und die ihnen gegenüberliegenden Winkel mit α, β, γ, so muß nach dem Gesetze des Gleichgewichtes dreier Bewegungen:

1. $a \sin. \alpha - b \sin. \beta = 0$ und in der Vollständigkeit: $a : b : c = \sin. \alpha : \sin. \beta : \sin. \gamma$ sein.

2. $a \cos. \alpha + b \cos. \beta = c$ und in der Vollständigkeit:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos. \gamma.$$

Denkt man sich durch je eine Komponente und die Resultirende Ebenen gelegt, so sind $\sin. \alpha$, $\sin. \beta$, $\sin. \gamma$ die Maße der Neigungen je zweier Ebenen. Es verhalten sich also die vom Endpunkte der die Bewegungen darstellenden Linien auf die Resultirende, oder von den Endpunkten der Kanten auf die Diagonale des Parallelopipeds gefällten Senkrechten verkehrt wie die Sinuse der Neigungswinkel der durch je eine Komponente oder Kante und die Resultirende oder Diagonale gelegten Ebenen, und es ist auch das Quadrat einer jeden dieser Senkrechten gleich der Summe der Quadrate der beiden anderen weniger dem doppelten Produkte dieser beiden multiplizirt mit dem Kosinus des von ihnen gebildeten Winkels.

Da nach der Fig. 23 $a = ab \sin. baf$, $b = ac \sin. caf$, $c = ad \sin. daf$ ist, so erhält man auch aus dem Vorigen den Ausdruck

$$ab \sin. baf : ac \sin caf : ad \sin. daf = \sin. \alpha : \sin. \beta : \sin. \gamma.$$

§. 112. Da im Gleichgewichte von vier Bewegungen jede eine Resultirende ist von allen übrigen, also die Diagonale des über den anderen errichteten Parallelopipeds; so sind die Senkrechten von dem Endpunkte je dreier Bewegungen auf die vierte, den Sinusen der Neigungswinkel der durch sie und diese eine als Resultirende betrachtete gelegten Ebene verkehrt proportionirt.

Bezeichnet man also die vier Bewegungen des Gleichgewichtes durch 1, 2, 3, 4; die Winkel, welche sie mit einander bilden, durch (1.2), (1.3) und (1.4) u. s. w. Die über je zwei von ihnen gelegten Ebenen durch (1′2′), (1′3′), (1′4′) u. s. w. und die Neigungswinkel je zweier von diesen Ebenen durch (1′2′.1′3′), (1′2′.1′4), (1′3′.1′4′) u. s. w., so wird der letzte Ausdruck des vorigen Paragraf zu:

I. 1 sin. (1.4) : 2 sin. (2.4) : 3 sin. (3.4) = sin. (2′4′.3′4) : sin. (1′4′.3′4′) : sin. (1′4′.2′4′) und analog demselben

2 sin. (1.2) : 3 sin. (1.3) : 4 sin. (1.4) = sin. (1′3′.1′4′) : sin. (1′2′.1′4′) : sin. (1′2′.1′3′).

1 sin. (1.2) : 3 sin. (2.3) 4 sin. (2.4) = sin. (2′3′.2′4′) : sin. (1′2′.2′4′) : sin. (1′2′.2′3′).

1 sin. (1.3) : 2 sin. (2.3) : 4 sin. (3.4) = sin. (2′3′.3′4′) : sin. (1′3′.3′4′) : sin. (1′3′.2′3′).

Der erste mathematische Ausdruck des Gleichgewichtes von vier Bewegungen im Raume, des Parallelopipeds oder dreiseitigen Prismas, in seiner Vollständigkeit.

Aus dem nämlichen Grunde, daß jede von vier Bewegungen des Gleichgewichtes eine Resultirende ist von allen übrigen, folgt, wenn wir die Senkrechten auf Seite 1 von 2, 3, 4 durch d, e, f, und die gegenüberliegenden Winkel durch δ, ε, ι und die Senkrechten auf 2 durch g, h, i die Winkel durch $\varkappa$, λ, μ; die Senkrechten auf 3 durch k, l, m, die Winkel durch μ, ν, ξ bezeichnen:

II. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos. \gamma$,

$f^2 = d^2 + e^2 - 2de \cos. \iota$,

$i^2 = g^2 + h^2 - 2gh \cos. 2$ und

$m^2 = k^2 + l^2 - 2kl \cos. \xi$.

Der zweite vollständige Ausdruck des Gleichgewichtes von vier Bewegungen im Raume, des Parallelopipeds oder dreiseitigen Prismas, in welchem, so wie in dem vorigen, die Senkrechten durch die Seiten multiplizirt durch die Kosinuse der entsprechenden Winkel vertreten werden können.

§. 113. Die Ausdrücke des Auftretens nach Außen der einzelnen Komponenten des Gleichgewichtes sind die Kosinuse der Winkel, die sie mit der Resultirenden, bilden folglich:

ak = ab cos. baf,

am = ac cos. caf,

al = ad cos. daf, daher

ak + am + al = ab cos. baf + ac cos. caf + ad cos. daf.

Da die Summe des Auftretens nach Außen von allen Dreien gleich ist der Resultirenden, also der Diagonale des Parallelopipeds af, so ist:

af = ab cos. baf + ac cos. caf + ad cos daf

und nach der im vorigen Paragrafe angewendeten Bezeichnung:

$4 = 1 \cos. (1.4) + 2 \cos. (2.4) + 3 \cos. (3.4)$ und diesem analog. $1 = 2 \cos. (2.1) + 3 \cos. (3.1) + 4 \cos. (4.1)$

$2 = 1 \cos. (1.2) + 3 \cos. (3.2) + 4 \cos. (4.2)$

$3 = 1 \cos. (1.3) + 2 \cos. (2.3) + 4 \cos. (4.3)$.

§. 114. Multiplizirt man jeden von den besonderen Ausdrücken des vorigen Paragrafes beziehungsweise durch 4, 1, 2, 3, so erhalten wir:

$4^2 = 1.4 \cos. (1.4) + 2.4 \cos. (2.4) + 3.4 \cos. (3\ 4)$

$1^2 = 1.2 \cos. (1.2) + 1.3 \cos. (1.3) + 1.4 \cos. (1.4)$

$2^2 = 1.2 \cos. (1.2) + 2.3 \cos. (2.3) + 2.4 \cos. (2.4)$

$3^2 = 1.3 \cos. (1.3) + 2\ 3 \cos. (2.3) + 3.4 \cos. (3.4)$

addirt man die drei letzteren und zieht den ersten von der Summe ab, so erhält man:

$1^2 + 2^2 + 3^2 - 4^2 = 2[1.2 \cos. (1.2) + 1.3 \cos. (1.3) + 2.3 \cos. (2.3)]$

(wo das Vorhergehende 2 das Doppelte bedeutet), woraus:

III. $4^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 - 2[1.2 \cos.(1.2) + 1.3 \cos.(1.3) + 2.3 \cos.(2.3)]$

der die besonderen Ausdrücke vertretende dritte allgemeine Ausdruck für das Gleichgewicht, Parallelopiped und das Prisma.

Aus diesen mathematischen Ausdrücken des Gleichgewichtes und des Parallelopipeds können wir in allen Fällen die Größen der Winkel, welche die Resultirende mit den Komponenten, also die Diagonale mit den Kanten, bildet, und ebenso die Größe der Neigungswinkel, welche die durch diese Linien gelegten Ebenen bilden, bestimmen.

§. 115. Beziehen wir die Komponenten eines solchen Gleichgewichtszustandes, ohne Berücksichtigung der Resultirenden, auf die Gränzbegriffe des Gleichen und des Ungleichen, so erhalten wir die Gleichgewichtsfälle, in welchen die Komponenten außer der Resultirenden einander gleich, und solche, in denen die Komponenten einander ungleich sind. Ersteren entsprechen Parallelopipede mit gleichen, letzteren Parallelopipede mit ungleichen Kanten. Beziehen wir die Winkel, welche die Neigungen der Komponenten mit einander bilden, auf diese Gränzbegriffe, so erhalten wir Gleichgewichtsfälle, in welchen die von den drei Komponenten gebildeten Winkel einander gleich sind, und solche in welchen diese Winkel einander ungleich sind.

Ein besonderer Fall von den ersteren ist, wenn diese Winkel rechte Winkel sind. Diesen entspricht ein Parallelopiped, in welchem sämmtliche von den Kanten gebildeten Winkel rechte Winkel sind. Ein solches Parallelopiped wird ein rechtwinkliges genannt.

Für diesen besonderen Fall werden die Kosinuse der Winkel, welche die Komponenten oder die Kanten mit einander bilden $\cos. (1.2) = \cos. (1.3) = \cos. (2.3) = 0$ und es verwandelt sich der Ausdruck III. in: $4^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2$; das Quadrat der Diagonale eines rechtwinkligen Parallelopipeds ist gleich der Summe der Quadrate dreier in einem Punkte zusammenkommenden Kanten.

Sind in einem rechtwinkligen Parallelopipede auch die Kanten gleich, so nennt man es einen Würfel und es ist das Quadrat der Diagonale eines Würfels gleich dem dreifachen Quadrate einer Kante desselben. Bilden in einem Parallelopipede von den drei in einem Punkte zusammenkommenden Kanten zwei einen spitzigen Winkel, während die dritte auf diesen beiden senkrecht steht, so nennt man ein solches Parallelopiped ein gerades. —

Steht aber eine von den drei in einem Punkte zusammenkommenden Kanten eines Parallelopipeds auf den beiden anderen schief, so wird das Parallelopiped ein schiefes genannt. —

In diesem Grundrisse will ich nur den einfachsten Fall, nämlich einen Würfel, dessen Kanten = 1 sind, näher untersuchen.

§. 116. Für einen Würfel, dessen Kanten = 1 sind, wird in den Gleichungen I §. 112 1 = 2 = 3 gleich einer Einheit, und sin. (1.2) = = sin. (1.3) = sin. (1.4) = 1 und man erhält:

$$\sin.\ (1.4)\ ;\ \sin.\ (2.4) : \sin.\ (3.4) = \sin.\ (2'4'.3'4') : \sin.\ (1'4'.3'4') : \sin.\ (1'4'.2'4').$$

$$1 : 1 : 4\ \sin.\ (1.4) = \sin.\ (1'3'.1'4') : \sin.\ (1'2'.1'4') : 1$$

$$1 : 1 : 4\ \sin.\ (2.4) = \sin.\ (2'3'.2'4') : \sin.\ (1'2'.2'4') : 1$$

$$1 : 1 : 4\ \sin.\ (3.4) = \sin.\ (2'3'.3'4') : \sin.\ (1'3'.3'4') : 1$$

Da nun der Winkel (1.4) = (2.4) = (3.4) sein muß, indem kein Grund vorkommt, warum die Resultirende zu einer der gleichen Komponenten, deren Neigungen zu einander ebenfalls gleich sind, eine andere Lage hätte als zu den anderen; so folgt auch aus dem ersteren Ausdruck:
1.) sin. (2'4'.3'4') = sin. (1'4'.3'4') = sin. (1'4'.2'4'). Die Neigungswinkel der durch je eine Kante und die Diagonale des Würfels gelegten Ebenen sind einander gleich.

Aus dem zweiten Ausdruck folgt: 1 : 1 = sin. (1'3'.1'4') : sin. (1'2'.1'4'); ebenso aus dem dritten 1 : 1 = sin. (2'3'.2'4') : sin. (1'2'.2'4') und aus dem vierten 1 : 1 = sin. (2'3'.3'4') : sin. (1'3'.3'4'), woraus

2.) sin. (1'3'.1'4') = sin. (1'2'.1'4'); sin. (2'3'.2'4') = sin. (1'2'.2'4); sin. (2'3'.3'4') = sin. (1'3'.3'4'). — Die durch eine Kante des Würfels und die Diagonale gelegte Ebene hat gleiche Neigung zu den beiden Ebenen des Würfels, deren Durchschnittslinie die obige Kante ist. —

Ebenso bekommt man aus diesen Ausdrücken:

$$1 : 4\ \sin.\ (1.4) = \sin.\ (1'3'.1'4') : 1$$

$$1 : 4\ \sin.\ (1.4) = \sin.\ (1'2'.1'4') : 1$$

$$1 : 4\ \sin.\ (2.4) = \sin.\ (2'3'.2'4') : 1$$

$$1 : 4\ \sin.\ (2.4) = \sin.\ (1'2'.2'4') : 1$$

$$1 : 4\ \sin.\ (3.4) = \sin.\ (2'3'.3'4') : 1$$

$$1 : 4\ \sin.\ (3.4) = \sin.\ (1'3'.3'4') : 1 \quad \text{woraus}$$

$$3.)\quad \sin.\ (1'3'.1'4') = \frac{1}{4\ \sin.\ (1.4)}$$

$$\sin.\ (1'2'.1'4') = \frac{1}{4\ \sin.\ (1.4)}$$

$$\sin.\ (2'3'.2'4') = \frac{1}{4\ \sin.\ (1.4)}$$

$$\sin.\ (1'2'.2'4') = \frac{1}{4\ \sin.\ (2.4)}$$

$$\sin.\ (2'3'.3'4') = \frac{1}{4\ \sin.\ (3.4)}$$

$$\sin.\ (1'3'.3'4') = \frac{1}{4\ \sin.\ (3.4)}$$

Der Sinus des Neigungswinkels, welchen eine über zwei Kanten des Würfels gelegte Ebene mit der über einer dieser Kanten und der Diagonale gelegten Ebene bildet, ist immer gleich 1 getheilt durch den vierfachen Sinus des Winkels, den die in der letzten Ebene sich befindende Kante mit der Diagonale bildet. —

§. 117. Der Ausdruck $4 = 1 \cos. (1.4) + 2 \cos. (2.4) + 3 \cos. (3.4)$ verwandelt sich für den obigen besonderen Fall in $4 = \cos. (1.4) + \cos. (2.4) + \cos. (3.4)$ und wegen Winkel $(1.4) = (2.4) = (3.4)$, $4 = 3 \cos. (1.4)$. Die Resultirende ist gleich dem dreifachen Kosinus des Winkels, welchen sie mit einer Kante bildet. — Da $4^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2$, so ist für diesen Fall $4^2 = 1^2 + 1^2 + 1^2, 4^2 = 3$ und $4 = \sqrt{3}$. Die Diagonale ist gleich $\sqrt{3}$. —

Vereinigen wir die beiden Ausdrücke für die Diagonale mit einander so erhalten wir: $3 \cos. (1.4) = \sqrt{3}$, woraus $\cos. (1.4) = \frac{\sqrt{3}.}{3}$

Der Kosinus, welchen die Diagonale eines Würfels von der Kante $= 1$ mit einer Kante bildet, ist gleich dem dritten Theile der $\sqrt{3}$. —

Aus dem bekannten Kosinus kann man die Größe der Sinuse dieser Winkel und dadurch aus den Ausdrücken 3. nämlich $\sin. (1'3'.1'4') = \frac{1}{4 \sin. (1.4)}$ und so weiter, die Größe der Neigungswinkel der Grenzflächen des Würfels mit den durch ihre Kanten und die Diagonale gelegten Ebenen berechnen. —

Aus dem Ausdrucke: $\sin. (2'4'.3'4') = \sin. (1'4'.3'4') = \sin. (1'4'.2'4')$ weiß man unmittelbar die Größe dieser Winkel. Da nämlich alle einander gleich sind, so beträgt jeder den dritten Theil von 360^0, also 120^0.

So lassen sich alle Bestimmungen des Würfels aus den oben entwickelten Gesetzen berechnen, woraus dann wieder die Berechnung derselben für alle andern Arten der Parallelopipede geschehen kann. —

§. 118. Der mathematische Ausdruck §. 111 ab sin. baf : ac sin. caf : ad sin. daf = sin. α : sin. β : sin. γ : vertritt eigentlich die drei Ausdrücke:

ab sin. baf : ac sin. caf = sin. α : sin. β; ac sin. caf : ad sin. daf = sin. β : sin. γ und ab sin. baf : ad sin. daf = sin. α : sin. γ, welcher letzte Ausdruck in den zwei ersten enthalten ist. Aus den zwei ersteren erhalten wir

ab $= \frac{\text{sin. caf sin. } \alpha}{\text{sin. baf sin. } \beta}$. ac und ad $= \frac{\text{sin. caf sin. } \gamma}{\text{sin. daf sin. } \beta}$. ac, durch welche Ausdrücke, im Falle die in denselben enthaltenen Bestimmungen gegeben sind, ein bestimmtes Gleichgewicht und Parallelopiped gegeben ist, und verzeichnet werden kann.

Sind die Neigungen der drei Komponenten im Voraus gegeben, so genügen zu dieser Konstruktion die Ausdrücke ab = M ac und ad = Nac; wo M und N die Quotiente $\frac{\text{sin. caf sin. } \alpha}{\text{sin. baf sin. } \beta}$ und $\frac{\text{sin. caf sin. } \gamma}{\text{sin. daf sin. } \gamma}$ vertreten, und für einen bestimmten Fall bestimmte Werthe haben. — Ist dann auch die Größe der Linie ac gegeben, so berechnet man aus diesen Beziehungen die Größen der Linien ab und ad; — man schneidet ihre Größen auf den gegebenen Richtungen ab und zieht die Parallelen, wodurch man das Parallelopiped mit der Diagonale oder der resultirenden Bewegung erhält. —

Bei gegebenem Angriffspunkte der Bewegungen und den Richtungen derselben ist also zur Bestimmung der Größe und Richtung der Resultirenden nur die einfache Angabe der Größen der komponirenden Bewegungen ab, ac und ad nöthig. —

§. 119. Ein Gleichgewicht von vier Bewegungen im Raume wird also vollkommen bestimmt, wenn nur die Größen dreier Bewegungen und ihre Lage zu einander oder zur vierten bestimmt wird. —

Es wird also auch ein Parallelopiped vollkommen bestimmt, wenn

1. die Größe von drei in einem Punkte zusammenkommenden Kanten und die Winkel, welche sie mit einander bilden, bestimmt sind, oder

2. die Größe der Diagonale und zweier in dem nämlichen Endpunkte der Diagonale mit ihr zusammenkommenden Kanten, und die von allen Dreien gebildeten Winkel bestimmt sind. —

§. 120. Ein Gleichgewicht von vier Bewegungen im Raume wird gestört, wenn entweder die Größen der einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen oder ihre Neigungen zu einander verändert werden. Ebenso kann ein gestörtes Gleichgewicht durch entsprechende Veränderung der Größen der Bewegungen, oder ihrer Neigungen zu einander, wieder hergestellt werden.

Aus dem Ausdrucke:

$$ab \sin. baf : ac \sin. caf : ad \sin. daf = \sin. \alpha : \sin. \beta : \sin. \gamma$$

folgt $ab : ac : ad = \frac{\sin. \alpha}{\sin. baf} : \frac{\sin. \beta}{\sin. caf} : \frac{\sin. \gamma}{\sin. daf}$.

Die Größen der Bewegungen ab, ac und ad sind bei der Untersuchung des Gleichgewichtes beliebig genommen worden. Es gilt also dieser Ausdruck für jede beliebige Größe von ab, ac und ad. Das Wichtige daran ist nur das Verhältniß der Größen derselben. —

Verändert sich also eine von den Bewegungen des Gleichgewichtes durch Zu- oder Abnahme ihrer Größe, so kann das Gleichgewicht ohne Veränderung der Winkel dadurch wieder hergestellt werden, daß auch die neuen Bewegungen in das nämliche Verhältniß zu einander kommen, wie die vorigen. — Sind also die veränderten Bewegungen ab′, ac′, ad′, so muß

$$ab' : ac' : ad' = ab : ac : ad = \frac{\sin. \alpha}{\sin. baf} : \frac{\sin. \beta}{\sin. caf} : \frac{\sin. \gamma}{\sin. daf}$$

sein. —

Die nur durch die Größe der Bewegungen sich unterscheidenden Gleichgewichtsfälle von vier Bewegungen, oder die sich nur durch die Größe der Kanten unterscheidenden Parallelopipede, werden ähnliche genannt. In denselben sind also alle Winkel beziehungsweise gleich und die die Bewegungen darstellenden Linien oder die Kanten und Diagonalen einander proportionirt. — Wollen wir den algebraischen Ausdruck solcher Gleichgewichtsfälle und Parallelopipede geben, so brauchen wir nur in dem Ausdrucke:

$$ab : ac : ad = \frac{\sin. \alpha}{\sin. baf} : \frac{\sin. \beta}{\sin. caf} : \frac{\sin. \gamma}{\sin. daf}.$$

Die bestimmten Werthe ab, ac, ad durch allgemeine veränderliche Werthe x, y, z vertreten. Dieser Ausdruck wird also:

$$x : y : z = \frac{\sin. \alpha}{\sin. baf} : \frac{\sin. \beta}{\sin. caf} : \frac{\sin. \gamma}{\sin. daf}$$ woraus

$$x = \frac{\sin. caf}{\sin. baf} \cdot \frac{\sin. \alpha}{\sin. \beta}\, y$$ und

$$z = \frac{\sin. caf}{\sin. baf} \cdot \frac{\sin. \gamma}{\sin. \beta}\, y. —$$

Wie nun der vorige bestimmte Ausdruck, der Ausdruck einer bestimmten Bewegung, eines bestimmten Gleichgewichtes und eines bestimmten Parallelopipeds war, so ist dieser der Ausdruck von unendlich vielen ähnlichen Gleichgewichtsfällen und Parallelopipeden. —

Ebenso ist er auch der Ausdruck einer in's Unendliche gehenden durch Ausgleichung dreier Bewegungen im Raume entstehenden geradlinigen Bewegung, also der Ausdruck einer geraden Linie, deren alle Punkte man dadurch erhalten kann, daß man y stetig alle möglichen bestimmten Werthe

von 0 angefangen bis zum ∞ annehmen läßt, die diesen Werthen von y entsprechenden Werthe von x und z aus den beiden Ausdrücken berechnet und die entsprechenden Konstruktionen macht. —

§. 121. Soll aber überhaupt in der Natur eine geradlinige Bewegung durch Ausgleichung dreier anderen bestehen, so kann es analog den Bemerkungen des §. 72 nur dadurch geschehen, daß einem Körper fortwährend drei verschwindend kleine Bewegungen, deren Verhältniß zu einander und die Richtungen stets die nämlichen bleiben, in nacheinander folgenden verschwindend kleinen Zeitaugenblicken mitgetheilt werden. —

Sind nun diese verschwindend kleinen Bewegungen dy, dx und dz; so ist ebenfalls analog dem §. 72 eine nothwendige Bedingung des wirklichen Bestehens einer geradlinigen Bewegung, daß ebenso $dx : dy : dz = \frac{\sin.\alpha}{\sin.baf} : \frac{\sin.\beta}{\sin.caf} : \frac{\sin.\gamma}{\sin.daf}$ wie auch $\int dx : \int dy : \int dz = x : y : z = \frac{\sin.\alpha}{\sin.baf} : \frac{\sin.\beta}{\sin.caf} : \frac{\sin.\gamma}{\sin.daf}$ daher aus dem ersten die Differentialausdrücke der allgemeinen Ausdrücke der Ausgleichung dreier geschehender Bewegungen

$$dx = \frac{\sin.caf}{\sin.baf} \cdot \frac{\sin.\alpha}{\sin.\beta}\, dy \text{ und}$$

$$dz = \frac{\sin.caf}{\sin.baf} \cdot \frac{\sin.\gamma}{\sin.\beta}\, dy. \text{ —}$$

§. 122. Wird eine solche Bewegung auf Komponenten, deren Lage bestimmt ist, bezogen, so brauchen zur allgemeinen Darstellung einer solchen Bewegung die Sinuse der Winkel nicht besonders gegeben werden; es genügen die Ausdrücke:

$$x = My \text{ und}$$

$$z = Ny,$$ wo N und M für eine bestimmte gerade Linie bestimmte Werthe haben. — Es ist also jeder Ausdruck von der obigen Form der algebraische Ausdruck einer geradlinigen auf drei feste Komponenten im Raume bezogenen Bewegung.

§. 123. Aus dem Ausdrucke $x = My$ und $z = Ny$ erhält man die nacheinanderfolgenden Punkte der geraden Linie, wenn man y von 0 angefangen durch unendlich kleine Unterschiede fortwährend wachsen läßt; die diesen Werthen entsprechenden Werthe von x und z berechnet und die entsprechenden Konstruktionen macht.

Hat man für y nur einen Werth, z. B. $y = a$ angenommen, so bekommt man aus den Gleichungen einen Werth für x und einen für z z. B. $x = b$ und $z = d$ und durch entsprechende Konstruktion einen Punkt, der durch den algebraischen Ausdruck bezeichneten Linie. — Der algebraische

Ausdruck eines Punktes auf drei Komponenten, deren Lage bestimmt ist, bezogen, ist also $y = a$, $x = b$ und $z = d$.

§. 124. In dem Ausdrucke $x = My$ und $z = Ny$ sind x, y und z nichts anderes als die Summenausdrücke, oder die Ausdrücke für den Weg, der komponirenden geradlinigen Bewegungen.

Soll der Ausdruck $x = My$, $z = Ny$ eine in der Natur wirklich geschehende Bewegung vorstellen, so muß y als der Summenausdruck einer Bewegung eine Funktion von t sein und zur gänzlichen Bestimmung der Bewegung $y = F(t)$, wobei auch $F(t) = t$ sein kann, gegeben werden, d. h. die nacheinanderfolgenden Zunahmen, deren Summenausdruck y vorstellt, sind nicht beliebig zu nehmen, sondern so, wie sie nach einander wirklich geschehen.

Da nach dem Vorhergehenden die Geschwindigkeit einer beliebigen geradlinigen Bewegung durch die erste Ableitung des Ausdruckes für den Weg dieser Bewegung, und der Ausdruck für die Kraft durch die zweite Ableitung desselben Ausdruckes, oder die erste Ableitung des Ausdruckes für die Geschwindigkeit, gegeben wird; so ist, wenn man den in der Zeit t von der resultirenden Bewegung zurückgelegten Weg $= s$ setzt: $v = \frac{ds}{dt}$ und $k = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$ und ebenso für die Komponenten $v' = \frac{dy}{dt}$ und $k' = \frac{dv'}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$; $v'' = \frac{dz}{dt}$ und $k'' = \frac{dv''}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$; $v''' = \frac{dx}{dt}$ und $k''' = \frac{dv'''}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$. Schneidet man in der Resultirenden $v = \frac{ds}{dt}$ ab, so entsprechen dieser Größe die Komponenten $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ und $\frac{dx}{dt}$. Werden die Richtungen der Komponenten, wie es gewöhnlich geschieht, rechtwinkelig auf einander genommen, so ist

$$v = \sqrt{\left[\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right]}.$$

Schneidet man in der Resultirenden die Größe $k = \frac{d^2s}{dt^2}$ ab, so entsprechen derselben die Komponenten $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$, $\frac{d^2x}{dt^2}$ und es ist:

$$k = \sqrt{\left[\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2\right]}$$

Sind die Winkel, welche die einzelnen Komponenten mit der Resultirenden bilden α, β, γ, so ist auch $\frac{d^2y}{dt^2} = k \cos. \alpha$, $\frac{d^2z}{dt^2} = k \cos. \beta$

$\frac{d^2x}{dt^2} = k \cos. \gamma$; die Ausdrücke, aus denen man bei gegebenen gewissen Bestimmungen einer Bewegung die anderen entnehmen kann. —

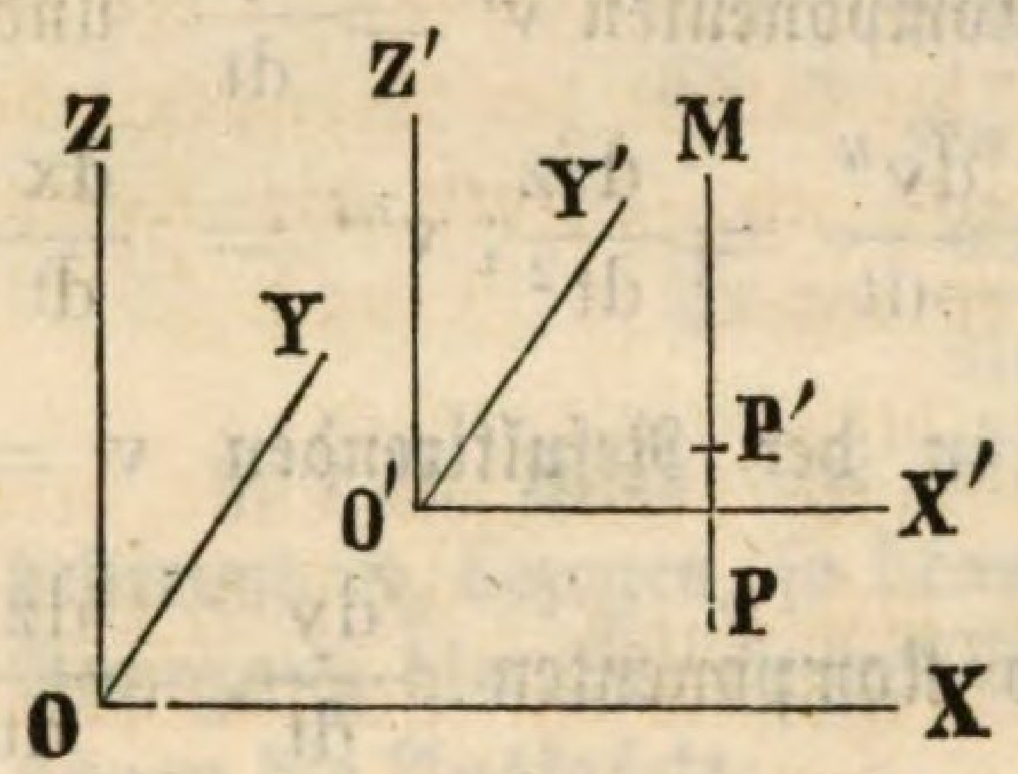
§. 125. In dem Entwickelten ist der mathematische Ausdruck oder die Gleichung einer geraden Linie, auf ihre eigenen drei Komponenten im Raume bezogen, gegeben. Damit sind wir im Stande die besonderen Gleichungen verschiedener solcher Linien und zwar einer jeden für sich besonders, nicht aber die Gleichungen ihrer Beziehungen zu einander, in welchen diese Beziehungen ersichtlich wären, zu geben.

Analog dem §. 81 fordert dieß das Beziehen mehrer solcher Linien auf die nämlichen Komponenten im Raume, also die Beziehung auf drei feste nicht in der nämlichen Ebene liegende Koordinatenaxen, welches die Erkenntniß des Gesetzes der Uebertragung des durch Beziehung auf gewisse Komponenten oder Koordinatenaxen im Raume erhaltenen Ausdruckes einer Linie auf andere Koordinatenaxen fordert.

Wir wollen hier nur den einfachsten Fall der Uebertragung von einem rechtwinkeligen Koordinatensystem auf ein anderes rechtwinkeliges, dessen einzelne Achsen den Achsen des vorigen parallel sind, entwickeln.

§. 126. Sind die Achsen des ersten Systems Fig 24. o x, o y, o z; die den vorigen parallelen Achsen des zweiten Systems o'x', o'y', o'z', die Koordinaten des Anfangspunktes des letzten in Bezug auf das erste $x = a$, $y = b$, $z = c$ und die Koordinaten eines beliebigen Punktes M in Bezug auf das erste System x, y, z, und in Bezug auf das zweite x', y', z'; so ist, wenn man von dem Punkte M eine Senkrechte die MP auf die Ebene xy fällt, welche Senkrechte die Ebene x' y' im Punkte P' schneidet, $MP = z$ und $MP' = z'$, daher $MP = PP' + P'M$ oder $z = c + z'$. Fällt man auf die nämliche Art auf die beiden anderen Ebenen die Senkrechten, so erhält man ebenso $x = a + x'$ und $y = b + y'$.

Fig. 24.



Haben wir also den mathematischen Ausdruck eines Punktes oder einer Linie oder allgemein eines beliebigen Systems von Punkten auf ein rechtwinkeliges Koordinatensystem, so erhalten wir daraus den mathematischen Ausdruck auf ein zweites rechtwinkeliges Koordinatensystem, dessen Achsen jenen des vorigen parallel, und dessen Koordinaten des Anfangspunktes in Bezug auf das erste $x = a$, $y = b$, $z = c$ sind, wenn wir in den ersten Ausdruck $x = a + x'$, $y = b + y'$ und $z = c + z'$ substituiren.

§. 127. Uebertragen wir also den mathematischen Ausdruck der geraden Linie $x = My$, $z = Ny$, welche durch den Anfangspunkt des

ersten Koordinatensystems geht, auf das andere Koordinatensystem, so erhalten wir $x' + a = M(y' + b)$, $z' + c = N'(y' + b)$, oder wenn man in Bezug auf x' und z' auflöst und zugleich die Zeichen wegläßt $x = My + Mb - a$, $z = Ny + Nb - c$, der Ausdruck dieser Linie auf das zweite Koordinatensystem bezogen.

§. 128. Setzt man in dem obigen Ausdrucke $Mb - a = A$ und $Nb - c = B$; so wird: $x = My + A$, $z = Ny + B$.

Untersucht man diesen Ausdruck, indem man zuerst $y = o$ setzt, so wird für diesen Werth von y, $x = A$, $z = B$; es geht also die gerade Linie nicht durch den Anfangspunkt des neuen Koordinatensystems, sondern schneidet die Ebene xz in einem Punkte, dessen Koordinaten $x = A$ und $y = B$ sind.

Der Ausdruck $x = My + A$, $z = Ny + B$ ist daher der Ausdruck einer geraden Linie im Raume, welche nicht durch den Anfangspunkt der Koordinatenachsen geht. Die Größen A und B sind dabei die Ordinaten des Punktes in welchem diese Gerade die Ebene xz schneidet.

Setzt man $x = o$, so wird $y = -\frac{A}{M}$ der Ausdruck der Entfernung, in welcher die Linie die Ordinate y schneidet u. s. w.

§. 129. Der Ausdruck $4^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 - 2(1.2 \cos.(1.2) + 1.3 \cos.(1.3) + 2.3 \cos.(2.3)$ §. 112. III. gibt die Größe der Resultirenden durch ihre Komponenten, oder die Größe der Diagonale des Parallelopipeds durch ihre Kanten ausgedrückt, an. Stehen die Komponenten oder die Kanten rechtwinkelig auf einander, so ist nach §. 113 $4^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2$.

Um den Ausdruck für die Größe D einer beliebigen Linie, deren Koordinaten der beiden Endpunkte x', y', z' und x'', y'', z'' sind, zu bekommen, errichte man über dieser Linie als Diagonale ein Parallelopiped, dessen Kanten den Koordinatenachsen einzeln parallel liegen, so werden die drei zusammenstossenden Kanten desselben $(x' - x'')$, $(y' - y'')$ und $(z' - z'')$, daher $D^2 = (x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 (z' - z'')^2 - 2[(x' - x'')(y' - y'') \cos. xy + (x' - x'')(z' - z'') \cos. xz + (y' - y'')(z' - z'') \cos. yz]$ und für das rechtwinkelige Koordinatensystem $D^2 = (x' - x'')^2 + (y' - y'')^2 + (z' - z'')^2$ die Ausdrücke für die Größe einer geraden Linie oder, was das Nämliche ist, für die Distanz zweier Punkte, deren Koordinaten x', y', z' und x'', y'', z'' sind.

§. 130. Um den Ausdruck einer Linie zu finden, welche durch einen durch die Ordinaten x', y', z' bestimmten Punkt gehen soll, wissen wir, daß dieser Ausdruck die Form $x = ay + b$, $z = a'y + b'$ haben muß.

Soll diese Linie durch den obigen Punkt gehen, so müssen die Ordinaten desselben dem obigen Ausdrucke Genüge leisten; es muß also $x' = ay' + b$, $z' = a'y' + b'$ sein.

Zieht man diese Gleichungen von den vorigen ab, so erhält man $x-x' = a(y-y')$ und $z-z' = a(y-y')$, den mathematischen Ausdruck einer Linie, welche durch einen bestimmten Punkt geht.

§. 131. Die allgemeine Form der Gleichung einer Linie, welche durch zwei durch ihre Ordinaten x', y', z', und x'', y'', z'' bestimmten Punkte gehen soll, ist 1. $x = ay + b$, $z = a'y + b'$. Da diese Linie durch die obigen Punkte gehen soll, so müssen die Werthe ihrer Ordinaten der obigen Gleichung Genüge leisten, es muß also auch

2) $x' = ay' + b$, $z' = a'y' + b'$ und

3) $x'' = ay'' + b$, $z'' = a'y'' + b'$ sein.

Zieht man die beiden letzteren Gleichungen von einander ab, so erhält man:

4) $x'-x'' = a(y'-y'')$, $z'-z'' = a'(y'-y'')$, woraus

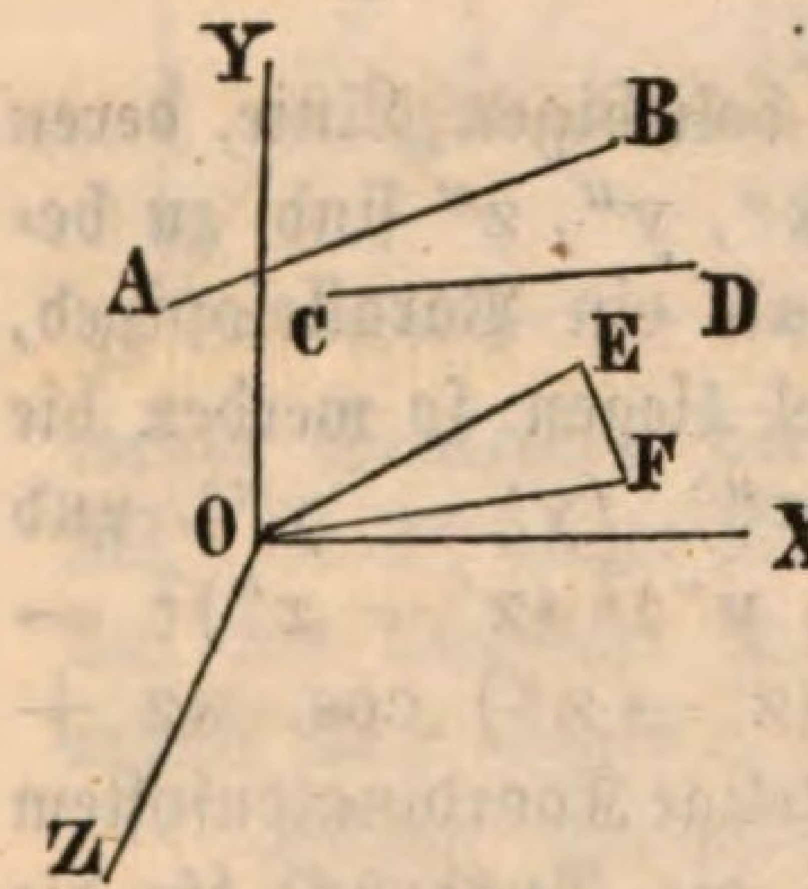
$$a = \frac{x'-x''}{y'-y''} \text{ und } a' = \frac{z'-z''}{y'-y''}.$$

Zieht man die Gleichungen 2 von den Gleichungen 1 ab, so erhält man $x-x' = a(y-y')$, $z-z' = a'(y-y')$ und durch Substituiren der gefundenen Werthe für a und a':

$$x-x' = \frac{x'-x''}{y'-y''}(y-y'),\ z-z'' = \frac{z'-z''}{y'-y''}(y-y')$$ die Gleichung einer Linie, welche durch zwei bestimmte Punkte geht.

§. 132. Um die Größe des Neigungswinkels zweier beliebigen durch ihre Gleichungen $x = ay + b$, $z = a'y + b'$ und $x = cy + d$, $z = c'y + d'$ gegebenen nicht parallelen und sich nicht schneidenden Linien z. B. AB und CD Fig. 25, zu bestimmen, ziehe man durch den Anfangspunkt OE // AB und OF // CD und verbinde E mit F, so sind die Gleichungen der Linien OE und OF $x = ay$, $z = a'y$ und $x = cy$, $z = c'y$, und der Winkel EOF gibt die Neigung der Linien AB und CD zu einander.

Fig. 25.



Setzt man Kürze halber $\sphericalangle EOF = V$, $OE = r$, $OF = r'$, $EF = D$ und sind die Ordinaten des Punktes E : x', y', z' und des Punktes F x'', y'', z'', so ist nach §. 63 $D^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos. V$ woraus

$$\text{I. } \cos. V = \frac{r^2 + r'^2 - D^2}{2rr'}.$$

Nach §. 129 ist, da dabei die Koordinaten des Punktes 0 sämmtlich $= 0$ sind: $r^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$, $r'^2 = x''^2 + y''^2 + z''^2$ und $D^2 = (x'-x'')^2 + (y'-y'')^2 + (z'-z'')^2 = x'^2 - 2x'x'' + x''^2 + y'^2 - 2y'y'' + y''^2 + z'^2 - 2z'z'' + z''^2$, daher, wenn man den

letzten Ausdruck von der Summe der zwei ersteren abzieht: $r^2 + r'^2 - D^2 = 2(x'x'' + y'y'' + z'z'')$ und dieser Werth in die Gleichung I. substituirt, gibt

$$\text{II. } \cos. v = \frac{x'x'' + y'y'' + z'z''}{r'r}.$$

Da die Gerade OE durch den Punkt x', y', z' und die Gerade OF durch den Punkt x'', y'', z'' geht, so gelten auch die Gleichungen $x' = ay'$, $z' = a'y'$ und $x'' = cy''$, $z'' = c'y''$, aus welchen $x'x'' = ac\, y'y''$, $z'z'' = a'c'y'y''$ daher auch

$$1.\ x'x'' + y'y'' + z'z'' = y'y''(1 + ac + a'c') \text{ folgt.}$$

Aus den Gleichungen $r^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$, $r'^2 = x''^2 + y''^2 + z''^2$ folgt

$rr' = \sqrt{[(x'^2 + y'^2 + z'^2)(x''^2 + y''^2 + z''^2)]}$, und wenn man hier die Werthe $x'^2 = a^2 y'^2$; $z'^2 = a'^2 y'^2$; $x''^2 = c^2 y''^2$; $z''^2 = c'^2 y''^2$ substituirt, die gemeinschaftlichen Faktoren y'^2 und y''^2 aushebt und aus denselben die Wurzel zieht:

$$2)\ rr' = y'y''\sqrt{[(1 + a^2 + a'^2)(1 + c^2 + c'^2)]}.$$

Durch die Substitution der Werthe 1 und 2 in die Gleichung II. erhält man: $\cos. v = \frac{1 + ac + a'c'}{\sqrt{[(1 + a^2 + a'^2)(1 + c^2 + c'^2)]}}$ den Ausdruck für die Größe des Neigungswinkels der gegebenen Geraden.

Da nach §. 63. $\sin. v^2 = 1 - \cos. v^2$, so ist:

$\sin. v^2 = 1 - \frac{(1 + ac + a'c')^2}{(1 + a^2 + a'^2)(1 + c^2 + c'^2)}$ und wenn man den zweiten Theil auf den gemeinschaftlichen Nenner bringt, gehörig reduzirt und beiderseits die Quadratwurzel auszieht:

$\sin. v = \sqrt{\frac{(a - c)^2 + (a' - c')^2 + (ac' - a'c)^2}{(1 + a^2 + a'^2)(1 + c^2 + c'^2)}}$ die Größe dieses Neigungswinkels durch die Sinus desselben ausgedrückt.

§. 133. Sollen die zwei Linien senkrecht auf einander stehen, so muß der Kosinus ihres Neigungswinkels $= o$ sein, folglich $1 + ac + a'c' = o$ die Bedingungsgleichung für diesen Fall.

Sind aber die beiden Linien parallel, so ist $\sin. v = o$, daher

$$(a - c)^2 + (a' - c')^2 + (ac' - a'c)^2 = o,$$

welcher Gleichung nur Genüge geschieht, wenn $a = c$, $a' = c'$ ist u. s. w.

Ausgleichung und Gleichgewicht von mehren Bewegungen im Raume.

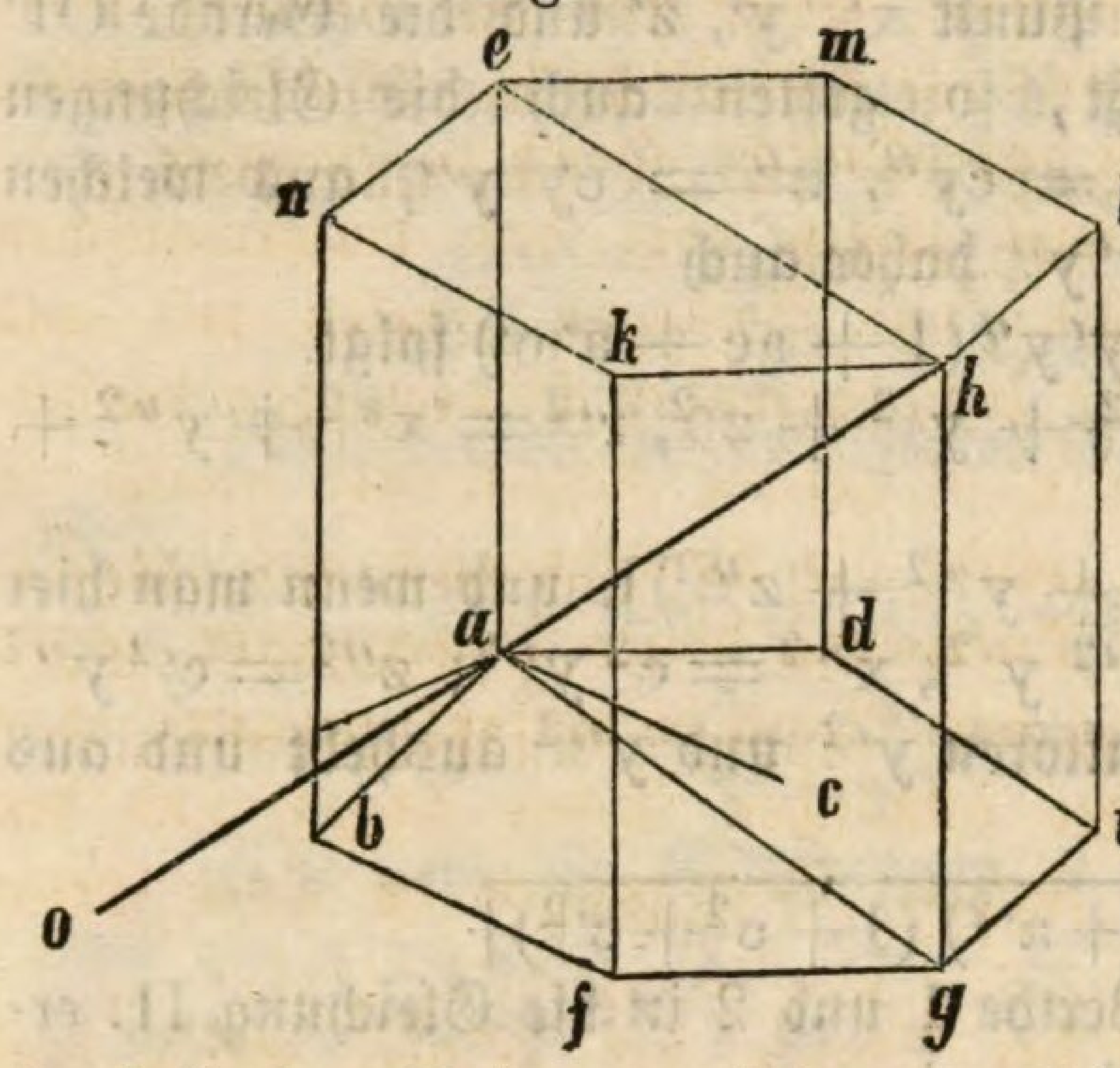
§. 134. Bei der Ausgleichung von mehr als drei im Raume liegenden Bewegungen muß man den Fall, wo alle Bewegungen außer einer

in der nämlichen Ebene liegen, von jenem unterscheiden, wo dieß nicht der Fall ist.

Untersuchen wir die Ausgleichung von vier Bewegungen Fig. 26, von denen drei, ab, ac und ad in der nämlichen Ebene liegen.

Die Resultirende von ab, ac und ad erhalten wir, indem wir vom Punkte b, bf ⌗ ac, vom Punkte f, fg ⌗ ad ziehen und den Punkt g mit dem Punkte a verbinden. Setzen wir diese Resultirende mit der vierten Komponente ae zusammen, indem wir vom Punkte g gh ⌗ ae ziehen; so stellt ah, der Richtung und Größe nach, die Resultirende aller vier Bewegungen vor. Wir erhalten also hier, wie überall früher, die Resultirende, wenn wir von dem Endpunkte einer die Richtung und Größe einer Komponente darstellenden Linie nacheinander den die anderen Bewegungen darstellenden Linien parallele und gleiche Linien ziehen und den Endpunkt der letzten mit dem Angriffspunkte verbinden.

Fig. 26.



Verwechseln wir die Ordnung in dem obigen Verfahren, indem wir vom Punkte b herausgehend, zuerst bn ⌗ ae, dann nk ⌗ ac und kh ⌗ ad ziehen; und wiederholen das Nämliche, indem wir von den Endpunkten der die anderen Komponenten darstellenden Linien, mit Ausnahme der innerhalb der Grundfläche fallenden ac, herausgehen; so erhalten wir einen von zwei parallelen und kongruenten Sechsecken, als Grundflächen, und ebensoviel Parallelogrammen als Seitenflächen eingeschlossenen Raum, also ein sechsseitiges Prisma, in welchem wieder die Resultirende die zwei gegenüberliegenden Ecken verbindet, also die Diagonale des Prisma bildet.

Verbinden wir in diesem Prisma den Punkt e mit h, und denken uns dasselbe längst des Parallelogramms eagh in zwei Theile geschnitten; so sind diese Theile, weil ebenso ihre Grundflächen wie auch ihre Seitenflächen kongruent sind und zu den Grundflächen gleiche Neigungswinkel haben, einander kongruent.

In der Schnittfläche aegh, welche ein Parallelogramm ist, ist die Resultirende der Bewegungen, nämlich ah, eine Diagonale.

Die Resultirende von vier Bewegungen im Raume, deren drei in einer Ebene liegen, wird also auch erhalten, wenn man über den die drei in der nämlichen Ebene liegenden Bewegungen und ihre Resultirende darstellenden Linien, als Grundfläche, und der die vierte Bewegung darstellenden Linie ein vierseitiges Prisma errichtet, und die Diagonale derjenigen

Seitenfläche nimmt, welche über den die Resultirende aus den dreien und die vierte komponirende Bewegung darstellenden Linien errichtet ist.

Zieht man eine der Resultirenden ah gleiche und ihrer Richtung gerade entgegengesetzte Linie ao, so stellen die fünf Linien ab, ac, ad, ae und ao ein Gleichgewicht von fünf Bewegungen im Raume vor.

Die das Gleichgewicht darstellenden Linien und die Sinuse ihrer Neigungen zu einander fallen mit jenen der Ausgleichung und des Prisma zusammen, folglich liegt ihnen allen das nämliche Gesetz zu Grunde.

§. 135. Suchen wir nun dieses Gesetz oder den mathematischen Ausdruck eines solchen Gleichgewichtes und Prismas. Denken wir uns von den Endpunkten einer jeden die komponirenden Bewegungen darstellenden Linien die Senkrechten a, b, c, d auf die Resultirende gefällt, so stellen sie als Sinuse der Winkel, welche die Komponenten mit der Resultirenden bilden, die Maße des Auftretens dieser Bewegungen gegen einander vor. Sie müssen also auf den Punkt a versetzt einander das Gleichgewicht halten, folglich in der nämlichen Ebene liegen, und den Bedingungen des Gleichgewichtes mehrer Bewegungen in einer Ebene entsprechen. Es muß also:

1. Die algebraische Summe der Sinuse der Winkel, welche drei von ihnen mit der vierten bilden, $=$ o sein; und

2. die algebraische Summe der Kosinuse dieser Winkel, gleich dieser vierten Seite. Sind also diese Winkel α, β, γ, so ist:

I. $a \sin. \alpha + b \sin. \beta + c \sin. \gamma = o$, oder was das Nämliche ist, $a \sin. \alpha + b \sin. \beta + c \sin. \gamma + d \sin. o = o$ und

II. $a \cos. \alpha + b \cos. \beta + c \cos. \gamma = d$ oder

$$a \cos. \alpha + b \cos. \beta + c \cos. \gamma + d \cos. o = 0.$$

Ebenso stellen die Kosinuse der Winkel, welche die vier komponirenden Bewegungen im Raume mit der Resultirenden bilden, die Maße des Auftretens dieser einzelnen Bewegungen in der Richtung der Resultirenden vor, es muß daher ihre algebraische Summe gleich der Resultirenden sein, folglich wird, wenn man diese Winkel mit δ, ε, ζ, ι bezeichnet

III. $ab \cos. \delta + ac \cos. \varepsilon + ad \cos. \zeta + ae \cos. \iota = ah$ oder

$ab \cos. \delta + ac \cos. \varepsilon + ad \cos. \zeta + ae \cos. \iota + ah \cos. o = o$

in welchen allen Ausdrücken selbstverständlich die Zeichen entsprechend den Lagen der einzelnen Sinus und Kosinus zu nehmen sind. So wie bei der Ausgleichung dreier Bewegungen im Raume lassen sich auch hier in den Ausdrücken I und II die Senkrechten a, b, c durch $ab \sin. \delta$, $ac \sin. \varepsilon$, $ad \sin. \zeta$ vertreten, und da im Gleichgewichte jede Bewegung die Resultirende von allen übrigen ist, so kann man ebenso hier wie dort die obigen drei Ausdrücke durch die anderen entsprechenden vervollständigen, aus welchen allen Ausdrücken die besonderen Bestimmungen des obigen Gleichgewichtes und Prismas entnommen werden können.

Vertreten wir die bestimmten Werthe in diesen Ausdrücken durch veränderliche, so erhalten wir die algebraischen Ausdrücke für die entsprechenden ähnlichen Gleichgewichtsfälle und Prismen und für die durch Ausgleichung von vier Bewegungen im Raume entstehende in's Unendliche gehende geradlinige Bewegung.

§. 136. Aus dem vorigen Paragraf entnehmen wir, daß allgemein der algebraische Ausdruck der Ausgleichung von n Bewegungen im Raume, von denen (n—1) in der nämlichen Ebene liegen — also auch der algebraische Ausdruck des nseitigen und des aus zwei solchen zusammengesetzten Prismas

$$a \sin. \alpha + b \sin. \beta + c \sin. \gamma + d \sin. \varepsilon + \ldots \& = 0$$
$$a \cos. \alpha + b \cos. \beta + c \cos. \gamma + d \cos \varepsilon + \ldots \& = 0$$
$$ab \cos. \alpha' + ac \cos. \beta' + ad \cos. \gamma' + ae \cos. \varepsilon' + \ldots \& = 0$$

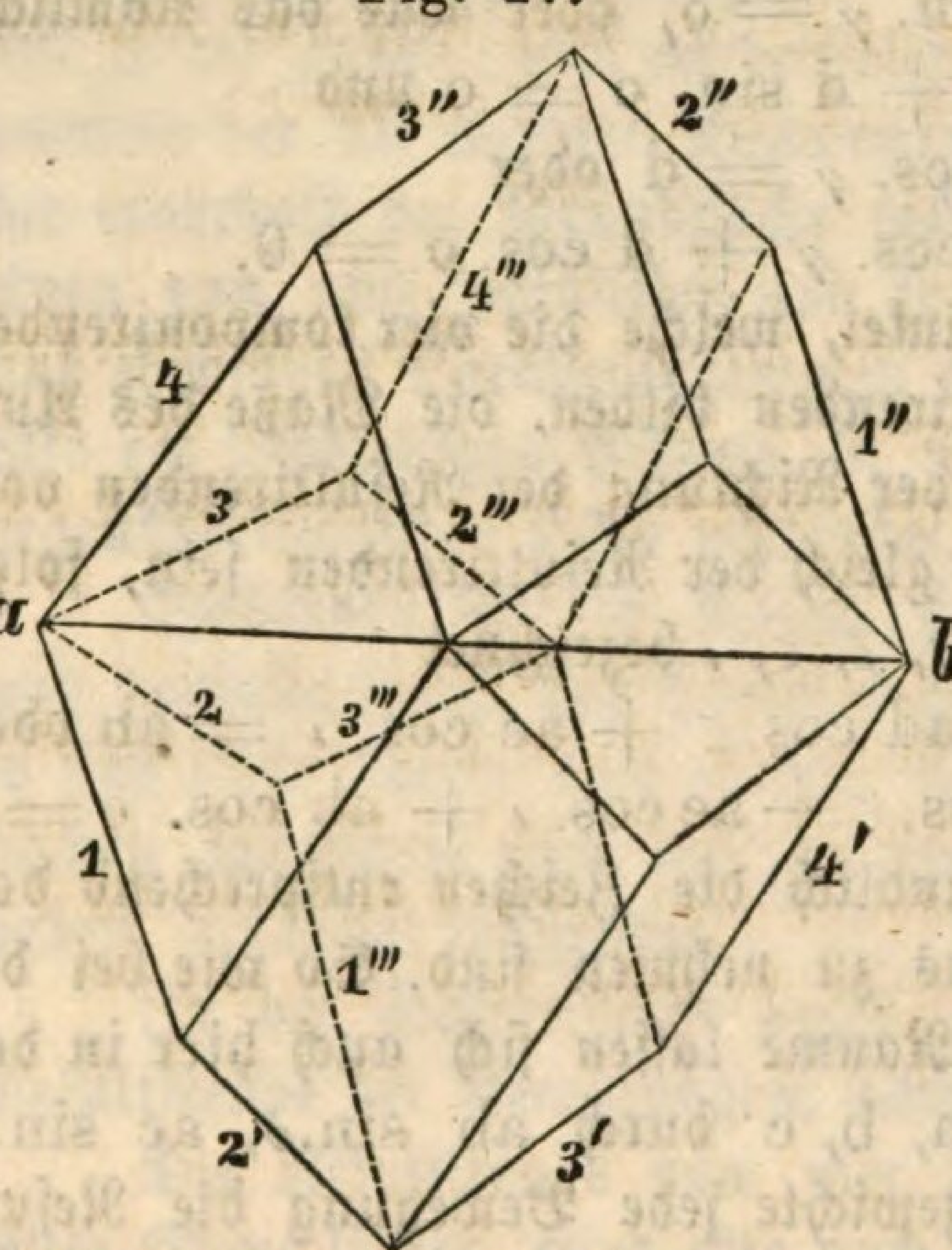
ist, welcher Ausdruck gleich den vorigen verallgemeinert werden kann.

So gelangen wir zum allgemeinen Ausdrucke aller solchen Gleichgewichtsfälle und aller Prismen, wie auch aller durch eine solche Ausgleichung entstehenden Bewegungen.

§. 137. Untersuchen wir nun den allgemeinen Fall der Ausgleichung mehrer Bewegungen im Raume, wo also die Richtungen der Komponenten eine beliebige Lage haben.

Es seien Fig. 27 vier auf diese Art sich ausgleichende Bewegungen, die wir durch 1, 2, 3, 4 bezeichnen.

Fig. 27.



Suchen wir durch allmälige Zusammensetzung derselben ihre Resultirende, indem wir von der die Bewegung 1 darstellenden Linie herausgehen und 2' ⌗ 2, 3' ⌗ 3, 4' ⌗ 4 ziehen, so stellt die Linie ab die Richtung und Größe der Resultirenden vor. —

Verwechseln wir hier wie früher, die Ordnung des Verfahrens, indem wir von der Linie 1 herausgehend zu 2, 4, 3 und hierauf zu 4, 2, 3 parallele und gleiche Linien ziehen und wiederholen das Nämliche von dem Endpunkte einer jeden anderen eine Komponente darstellenden Linie, so erhalten wir einen von lauter Parallelogrammen eingeschlossenen Raum, dessen Diagonale ab die Resultirende der vier Bewegungen nach Richtung und Größe darstellt.

Ein so begränzter Raum wird ein Polyeder genannt. Die Diagonale de Polyeders stellt also die Resultirende dieser Komponenten der Richtung und Größe nach vor.

Denkt man sich eine der Resultirenden ab der Größe nach gleiche und der Richtung nach gerade entgegengesetzte Bewegung dem Punkte a mitgetheilt, so wird sie den anderen das Gleichgewicht halten.

Es liegt also hier wieder der Ausgleichung der Bewegungen, dem Gleichgewichte und dem Polyeder dasselbe Gesetz zu Grunde.

§. 138. Um den algebraischen Ausdruck dieses Gleichgewichtes und des ihm entsprechenden Polyeders zu finden, denkt man sich wieder von den Endpunkten der Linien 1, 2, 3, 4 Senkrechte auf die Resultirende gefällt, so sind sie, als Sinuse der von den Richtungen der Komponenten und der Resultirenden gebildeten Winkel, die Maße des Auftretens dieser Bewegungen gegen einander und müssen auf den Punkt a versetzt als solche einander das Gleichgewicht halten, folglich in derselben Ebene liegen und den Bedingungen des Gleichgewichtes der Bewegungen in der Ebene entsprechen.

Sind also diese Senkrechten a, b, c, d und die von den drei ersten mit der letzten gebildeten Winkel α, β, γ; so ist hier wie früher:

I. $a \sin. \alpha + b \sin. \beta + c \sin. \gamma = 0$ oder
$a \sin. \alpha + b \sin. \beta + c \sin. \gamma + d \sin. 0 =$ und

II. $a \cos. \alpha + b \cos. \beta + c \cos. \gamma = d$ oder
$a \cos. \alpha + b \cos. \beta + c \cos. \gamma + d \cos. 0 = 0.$

Ebenso stellen die Kosinuse der Winkel, welche die Komponenten 1, 2, 3, 4 mit der Resultirenden ab bilden, die Maße des Auftretens der einzelnen Komponenten in der Richtung der Resultirenden vor; es muß daher die algebraische Summe derselben gleich der Resultirenden sein.

Bezeichnet man also diese Winkel durch ξ, ε, δ, i so wird:

III. $1. \cos \xi + 2. \cos. \varepsilon + 3. \cos. \delta + 4. \cos. \iota = ab$ oder
$1. \cos. \xi + 2. \cos. \varepsilon + 3. \cos. \delta + 4. \cos. \iota + ab \cos. 0 = 0.$

In allen drei Gleichungen sind die Sinuse und Kosinuse mit den ihrer Lage entsprechenden Vorzeichen zu nehmen.

Daß dieser Ausdruck auch für mehre Komponenten erweitert werden kann, ist selbstverständlich.

Vertritt man, wie früher, auch in diesem Ausdrucke die bestimmten Werthe durch veränderliche, so erhält man die Ausdrücke für die entsprechenden ähnlichen Gleichgewichtsfälle und Polyeder, wie auch für die durch Ausgleichung von vier oder mehren Bewegungen von beliebiger Lage im Raume resultirende geradlinige in's Unendliche gehende Bewegung. *)

---

*) Nicht alle in der Natur vorkommenden polyedrischen Körperformen (polyedr. Krystalformen) entsprechen diesem Gesetze, nicht in allen fällt das Verhältniß der in einem Punkte zusammenkommenden Kanten zu der entsprechenden Diagonale, mit jenem der Komponenten zu der Resultirenden auf die hier entwickelte Art zusammen.

Man kann aber auch von dem entwickelten Gesetze diese Allgemeingiltigkeit nicht fordern, indem es nur aus einem besonderen Fall der Aus-

§. 139. Aus den vorigen Paragrafen entnehmen wir, daß allgemein für die Ausgleichung und das Gleichgewicht einer beliebigen Anzahl Bewegungen von beliebiger Lage im Raume, also auch für den dieser Ausgleichung entsprechenden Polyeder der algebraische Ausdruck die Form hat

$$\text{I. } a \sin. \alpha + b \sin. \beta + c \sin. \gamma + \ldots \& = 0$$

$$\text{II. } a \cos. \alpha + b \cos. \beta + c \cos. \gamma + \ldots \& = 0$$

$$\text{III. } 1. \cos. \delta + 2 \cos. \varepsilon + 3. \cos. \xi + \ldots \& = 0.$$

Die in der Gleichung III enthaltenen Bestandtheile 1. cos. δ, 2. cos. ε u. s. w. sind nichts Anderes, als die Projektionen der Komponenten auf die Resultirende.

Die in der Gleichung II enthaltenen Bestandtheile a cos. α, b cos. β u. s. w. sind aber ebenfalls nichts Anderes, als die Projektionen der Kom-

---

gleichung der Bewegungen, nämlich aus der Ausgleichung relativ entgegengesetzter in demselben Augenblicke einem absolut einfachen verschwindend kleinen Körper mitgetheilter Bewegungen, entnommen wurde. Es bleiben noch die verschiedenen Fälle der Ausgleichung der sich gegeneinander bewegenden verschwindend kleinen Körper selbst zu untersuchen, welche Untersuchung auch an der dem System entsprechenden Stelle geschehen soll, aus der sich auch wahrscheinlich die den übrigen polyedr. Krystalformen entsprechenden mathematischen Gesetze ergeben dürften. So wissen wir z. B. aus §. 56, daß nach der Ausgleichung zweier unter einem Winkel mit gleicher Geschwindigkeit zusammenkommenden absolut einfachen verschwindend kleinen Körper die Geschwindigkeit beider der Hälfte der Diagonale des über den ihre Bewegungen nach Größe und Richtung darstellenden Linien errichteten Parallelogramms gleichkommt. Dieses Gesetz scheint eben dem Oktaëder zu entsprechen, indem jede seiner Diagonalen nur die Hälfte der Resultirenden beträgt, welche man erhält, wenn man die in einer Ecke zusammenkommenden Kanten als die die sich ausgleichenden Bewegungen nach Größe und Richtung darstellenden Linien betrachtet.

Es ist ganz bestimmt, daß die verschiedenen Arten der festen Körperformen Folgen der verschiedenen in sich Bewegung der Körper und ihrer Bewegung als Ganzes im flüssigen Zustande und der verschiedenen Ausgleichung dieser Bewegungen sind.

Die Naturlehre wird sich auf einen weit höheren Standpunkt erheben, wenn anstatt der oberflächlichen rein geometrischen Untersuchung der Körperformen, sie diese aus ihrer inneren und äußeren Entstehungsart selbst zu erklären im Stande sein wird.

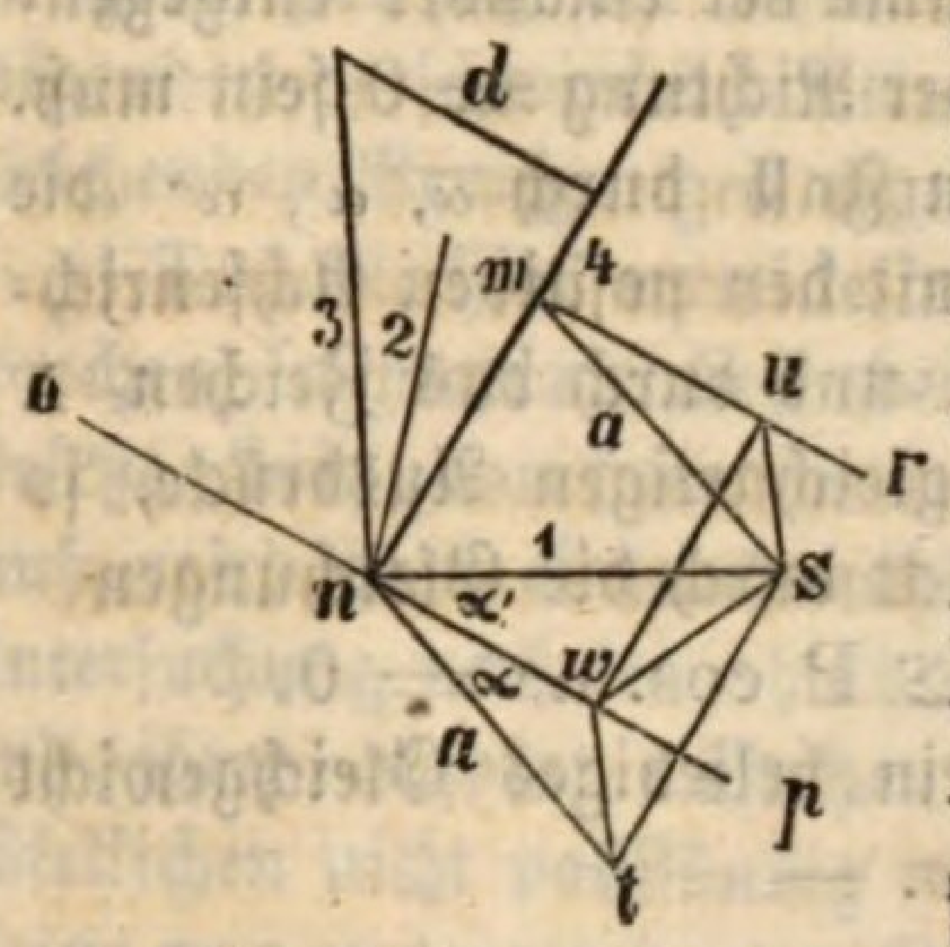
Im allgemeinen Theile haben wir den allgemeinen Unterschied des Entstehens der unorganischen und der organischen Pflanzen- und Thierkörper gegeben; aus diesem läßt sich auch auf den allgemeinen Unterschied ihrer inneren und äußeren Formen schließen. Der jetzige Standpunkt der Wissenschaften scheint aber noch keine hinlängliche Grundlage zu liefern, auch im Besonderen die Beziehung der Körperformen zu ihrer inneren Entstehungsart zu ermitteln. Wir brauchen noch einer erfahrungsmäßigen Vorarbeitung nach dieser Richtung und müssen uns jetzt noch mit der Ergänzung des Mangelnden durch rein geometrische Bestimmungen begnügen.

Es ist aber zu erwarten, daß mit der Zeit auch nach dieser Richtung die Naturerkenntniß sich erweitern wird.

ponenten auf eine auf die Resultirende senkrechte, mit einer von dem Endpunkte einer Komponente auf die Resultirende gefällten Senkrechten, parallele Linie.

Denn es stellen Fig. 28. 1, 2, 3 die drei Komponenten und 4 die Resultirende a und d die Senkrechten von 1 und 3 auf die Resultirende vor. Ziehen wir durch den Anfangspunkt a ⧺ a, op//d, dann mr//op, also senkrecht auf 4, su $\perp$ mr und tw $\perp$ op; so ist $\triangle$ ntw $\cong$ msu, folglich auch nw = mu und wenn wir uw ziehen, nmuw wegen wn $\perp$ mn und nw ⧺ mu ein Rechteck, daher nw $\perp$ uw. Ziehen wir st und denken durch uwts eine Ebene gelegt, so ist nw, weil es auf wt und wu senkrecht steht, auf die ganze Ebene, folglich auch auf ws senkrecht.

Fig. 28.



Bezeichnen wir den Winkel, welchen a mit op bildet, wie früher durch α, und den Winkel 1 mit op durch α', so ist nw = a cos. α und nw = 1 cos. α', folglich a cos. α = 1 cos. α', welches letztere die Projektion der Komponente 1 auf eine auf die Resultirende senkrechte und zur Senkrechten a parallele Linie ist. —

Auf die nämliche Art kann man zeigen, daß b cos. β = 2 cos. β', c. cos. γ = 3 cos. γ' u. s. w.

Die im Ausdrucke I enthaltenen Bestandtheile a sin. α, b sin. γ u. s. w. sind wieder nichts Anderes als die Projektionen der komponirenden Bewegungen auf eine auf die beiden vorigen senkrechte Richtung. —

Denn die obigen Sinuse der Winkel sind die Kosinuse der komplementirenden auf diese senkrechte Richtung bezogenen Winkel, daher wenn man diese komplementirenden Winkel durch λ, μ, ν bezeichnet, a sin. α = a cos. λ, b sin. β = b cos. μ u. s. w.; und von diesen kann auf die nämliche Art wie oben gezeigt werden, daß sie nichts Anderes als die Projektionen der Bewegungen auf diese dritte senkrechte Richtung sind. —

Werden also die Winkel, welche die Richtungen der einzelnen Bewegungen mit der Resultirenden bilden, durch α, β, γ; jene, welche sie mit der einen Senkrechten bilden, durch α', β', γ' und die mit der zweiten Senkrechten durch $\alpha'', \beta'', \gamma''$ bezeichnet; so bekommen wir die mit den vorigen ganz zusammenfallenden Ausdrücke:

$$1 \cos. \alpha'' + 2 \cos. \beta'' + 3 \cos. \gamma'' + \ldots \& = 0$$
$$1 \cos. \alpha' + 2 \cos. \beta' + 3 \cos. \gamma' + \ldots \& = 0$$
$$1 \cos. \alpha + 2 \cos. \beta + 3 \cos. \gamma + \ldots \& = 0$$

Die algebraischen Summen der Projektionen der Bewegungen des Gleichgewichtes auf die Richtung der einen Bewegung und auf zwei auf dieser senkrechte Richtungen sind einzeln gleich Null. —

§. 140. Hier sind die Richtungen der Senkrechten bestimmt; dieselben können aber offenbar beliebig sein, auch nicht nothwendig auf einander senkrecht stehen, und es müssen die algebraischen Summen der Projektionen der einander das Gleichgewicht haltenden Bewegungen auf dieselben = 0 sein; weil die Bewegungen nach beliebiger Richtung in senkrechte Komponenten zerlegt werden können und die algebraische Summe der einander entgegengesetzten Bewegungen im Gleichgewichte nach jeder Richtung = 0 sein muß.

Bezeichnet man also für diesen allgemeinen Fall durch α, α', α'' die Winkel, die die Richtung irgend einer Kraft P mit den positiven Achsenrichtungen x, y, z eines Koordinatensystems bildet, und durch das Zeichen Σ die Summe der auf alle Kräfte sich beziehenden gleichartigen Ausdrücke, so werden die Gleichgewichtsbedingungen ausgedrückt durch die Gleichungen

$$\Sigma \text{ P cos. } \alpha = 0, \Sigma \text{ P cos. } \alpha' = 0, \Sigma \text{ P cos. } \alpha'' = 0.$$

Dieser Ausdruck setzt uns in den Stand, ein beliebiges Gleichgewicht auf ein beliebiges Koordinatensystem zu beziehen. —

§. 141. Diese in den zwei letzten Paragrafen enthaltenen Ausdrücke sind offenbar die allgemeinen Ausdrücke, in welchen alle vorhergehenden Ausdrücke des Gleichgewichtes von Bewegungen im Raume, also auch des Prismas und Parallelopipeds, enthalten sind, und durch entsprechende Vernachlässigung der die einzelnen Bewegungen darstellenden Ausdrücke, und entsprechendes Bestimmen der Richtungen der anderen, aus diesen allgemeinen Ausdrücken erhalten werden können. —

Aber ebenso sind in denselben alle Ausdrücke des Gleichgewichtes der Bewegungen in einer Ebene enthalten, die wir durch Verschwindenlassen aller Bewegungen, die nicht in eine Ebene fallen, wodurch sämmtliche Projektionen der Bewegungen auf eine Richtung einzeln = 0 werden und eine Gleichung z. B. Σ P cos. $\alpha'' = 0$ gänzlich wegfällt, und nur Σ P cos. $\alpha = 0$ und Σ P cos. $\alpha' = 0$ bleibt, erhalten. — Der Winkel α' wird aber damals der komplementirende von α, also cos. α' = sin. α und wir erhalten die nämlichen Ausdrücke, die wir früher für das Gleichgewicht mehrer Bewegungen in einer Ebene gefunden haben, nämlich: Σ P sin. $\alpha = 0$ und Σ P cos. $\alpha = 0$. *)

---

*) Daraus entnehmen wir, daß das ganze System der Entwickelung der Gesetze der Ausgleichung und des Gleichgewichtes relativ entgegengesetzter geradliniger und gleichförmiger Bewegungen, also auch der geradlinigen ebenen und räumlichen Figuren, daß hier die Richtung des Ueberganges von dem Besonderen zum Allgemeinen verfolgte, auch umgekehrt, nämlich als Uebergang von dem oben entwickelten allgemeinen Gesetze auf die besonderen, gegeben werden kann. Die nothwendige Bedingung aber ist diese, daß der allgemeine Ausdruck unabhängig von allem Vorhergehenden aus dem Gesetze, daß jede Bewegung nach Maß des Sinus und Kosinus nach Außen auftritt, oder, was das Nämliche ist, daß jede durch zwei auf einander senkrechte Bewegungen, die den Sinus und Kosinus ihrer Neigungen

§. 142. Damit schließen wir die Untersuchung des Gleichgewichtes mehrer relativ entgegengesetzter Bewegungen und der durch Ausgleichung solcher Bewegungen resultirenden geradlinigen Bewegung. — Als nothwendige Bedingung des Entstehens einer geradlinigen Bewegung durch Ausgleichung der relativ entgegengesetzten komponirenden Bewegungen, hat sich die absolute Konstanz der Verhältnisse der nacheinander-folgenden verschwindend kleinen nach den nämlichen Richtungen sich ausgleichenden Bewegungen ergeben. —

Daß die hier entwickelten Gesetze das Wirkliche nicht vollständig aussprechen, sondern nur besondere, das Wirkliche nicht vollständig aussprechende Gesetze sind, von denen weiter auf die vollständigeren übergangen werden muß, wird ganz einleuchtend, wenn man berücksichtigt, daß wir in dieser Untersuchung noch innerhalb der Gränzbegriffe der absolut einfachen Körper und ihrer absolut einfachen Bewegungen bleiben, welche Begriffe dem Wirklichen nicht vollständig entsprechen, indem die wirklichen Körper allgemeine von untergeordneten Bewegungsganzheiten sind. —

Auch ist der Begriff des absolut konstanten Verhältnisses ein Grenzbegriff, indem dem Wirklichen nicht das absolut Gleiche, sondern der unendliche Uebergang in das Unterschiedene entspricht. — Darum ist auch die geradlinige Bewegung nur ein Gränzbegriff, auf den wir die wirklichen Be-

---

zur vorigen entsprechen, vertreten werden kann, unmittelbar entwickelt werden können.

Am einfachsten würde aber dieses umgekehrte System gegeben werden, wenn man in demselben zuerst alle in das Gleichgewicht der Bewegungen in einer Ebene fallenden Gesetze entwickelt und hierauf erst zum Gleichgewichte der Bewegungen im Raume übergeht, weil die vollständige Entwickelung der besonderen Gesetze des Gleichgewichtes der Bewegungen im Raume, die Entwickelung der besonderen Gesetze des Gleichgewichtes der Bewegungen in der Ebene bedingt.

Das allgemeine Gesetz des Gleichgewichtes mehrer Bewegungen in der Ebene und des beliebigen Polygons kann unabhängig von den ihnen in diesem Werke vorausgeschickten besonderen Gesetzen auf diese Art entwickelt werden.

Man zeichne mehre in einem Punkte zusammenkommende Linien, wie Fig. 17, welche die Komponenten mehrer in der Ebene sich ausgleichender Bewegungen nach Richtung und Größe vorstellen, ziehe von dem Endpunkte der Einen nacheinander parallele und gleich große Linien zu den anderen, verbinde den Endpunkt der letzten mit dem Angriffspunkte der Komponenten, nehme an, sie stelle die Resultirende der Komponenten vor, so wird die ihr der Größe nach gleiche und der Richtung nach gerade entgegengesetzte, allen Komponenten das Gleichgewicht halten

Vertritt man jede Komponente des Gleichgewichtes durch eine auf die Resultirende Senkrechte und eine Parallele, so muß als Bedingung des Gleichgewichtes sowohl die allgebraische Summe aller Senkrechten, als auch die algebraische Summe aller Parallelen gleich Null sein. Die erste Summe ist nichts Anderes, als die algebraische Summe der den Größen der Kompo-

wegungen, die nicht geradlinig sind, beziehen. — Die ganze Theorie der gebrochenen und krummen Bewegungen entwickeln wir durch Beziehen derselben auf die geradlinigen Bewegungen. —

Die objektive Bedeutung des Gleichgewichtes relativ entgegengesetzter Bewegungen ist aber mit jener des Gleichgewichtes absolut entgegengesetzter Bewegungen und allen aus denselben fließenden besonderen Gesetzen nicht zu identifiziren. — Das erste ist ein das Bestehende vollständiger aussprechender Begriff, weil das absolut Entgegengesetzte noch ein Gränzbegriff des relativ Entgegengesetzten ist, welchem letzteren die Wirklichkeit entspricht. — Das Grundgesetz der Ausgleichung relativ entgegengesetzter Bewegungen, welches in sich die Gesetze der Ausgleichung absolut übereinstimmender und absolut entgegengesetzter Bewegungen als Gränzen einschließt, ist die Grundlage aller unserer Begriffe ebenso in der Natur, als im sozialen Leben, was aus dem entwickelten Allgemeinbegriff (Abschnitt 3) ersichtlich ist. — Was die praktische Anwendung der entwickelten Gesetze des Gleichgewichtes und der Bewegungen anbelangt, so kann und soll diese überall geschehen, wo wir wegen der uns verschwindenden Unterschiede, zu den Gränzbegriffen der absolut einfachen Körper und ihrer absolut einfachen Bewegungen und der absolut konstanten Verhältnisse fliehen können. —

---

nenten entsprechenden Sinuse ihrer Neigungen mit der Resultirenden, oder die algebraische Summe der Kosinuse ihrer Neigungen mit der auf die Resultirende senkrechten Linie; die zweite Summe ist die algebraische Summe der den Größen der Komponenten entsprechenden Kosinuse ihrer Neigungen mit der Resultirenden. Untersucht man das in der Figur gezeichnete geschlossene Polygon zuerst in Bezug auf eine feste mit der Richtung der Diagonale zusammenfallende Richtung, und dann in Bezug auf die auf die vorige senkrechte Richtung (Dühamel, Lehrbuch der Mechanik), so findet man, daß in demselben die algebraischen Summen der den Größen der Seiten entsprechenden Kosinuse der Winkel, welche die Komponenten mit diesen beiden Richtungen bilden, wirklich = 0 sind.

Da nun sowohl die Seiten als auch die Sinuse und Kosinuse der Winkel im Polygone und dem angenommenen Gleichgewichte die nämlichen sind, so stellt die als Resultirende der Komponenten angenommene Linie wirklich die Resultirende vor, und die obigen Summen sind der algebraische Ausdruck ebenso des Polygons wie des Gleichgewichtes und der durch Ausgleichung der Komponenten resultirenden Bewegung.

Da jede Komponente des Gleichgewichtes die Resultirende aller übrigen ist, so gelten diese Gesetze in Bezug auf jede Komponente des Gleichgewichtes und auf jede Seite des Polygons, wodurch man den vollständigen mathematischen Ausdruck des Gleichgewichtes mehrer Bewegungen und des Polygons von beliebiger Anzahl Seiten und durch Analyse desselben alle besonderen Gesetze für sämmtliche Gleichgewichtszustände und Polygone, und als besonderen Fall die besonderen Gesetze des Gleichgewichtes von vier und drei Bewegungen, des Viereckes und des Dreieckes.

§. 143. Ebenso können wir abgesondert die Gesetze der absoluten Konstanz der Verhältnisse und der Proportionalität überall anwenden, wo wir wegen verschwindender Unterschiede zu dieser Gränze fliehen können. — Kann man in zwei Fällen die absolute Konstanz des Verhältnisses zweier sich verändernden Größen annehmen, so kann man die Größen proportionirt setzen, und wenn im ersten Falle die beiden verglichenen Größen, im zweiten nur die eine von ihnen bekannt ist, mittelst des Gesetzes der Auflösung einer Proportion die unbekannte Größe finden. — Diese Rechnung wird Regeldetri genannt. Als eine allgemein bekannte Sache übergehen wir die Lehre von der einfachen und zusammengesetzten Regeldetri. — In einem vollständigen Werke soll diese Lehre erst, nachdem die Bedeutung des absolut konstanten Verhältnisses im Naturleben vollständig erkannt wurde, also hier folgen. — Daß wir bei jeder Anwendung der Regeldetri einen, wenn auch nur verschwindend kleinen Fehler bei der Berechnung begehen, braucht hier nicht an besonderen Beispielen gezeigt werden. — Darum ist aber die Anwendung derselben nicht überall zu verwerfen. —

Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri entsprechen keinem Fall, auf welchen wir sie im praktischen Leben anwenden, vollständig. So sind z. B. die Auslagen zur Gewinnung verschiedener Quantitäten eines Stoffes den Quantitäten des gewonnenen Stoffes nicht proportionirt. Der Kraftaufwand bleibt hier nicht konstant, er ist veränderlich, welche Veränderlichkeit, sowie sie vorkommt, nicht zu bestimmen ist. Wir fliehen daher zur Gränze des absolut konstanten Verhältnisses als zu dem einfachsten unmittelbaren Begriffe, außer welchem lange Zeit kein anderer bekannt war. Daß wir bei dieser Anwendung immer einen Fehler begehen, ist selbstverständlich. Dieser Fehler muß, wenn er nicht verschwindend klein ist, immer aus den Bestimmungen der Aufgabe berichtigt werden.

§. 144. Ein besonderer Fall der Anwendung der Proportionalität findet bei der Berechnung des Flächeninhaltes eines Rechteckes und des Körperinhaltes rechtwinkeliger Pararellopipede statt, aus welchen die Berechnung aller ebenen Flächen und aller Körper entnommen wird. Die Berechnung geradliniger ebener Flächen und der Prismen kann hier geschehen, wird aber als allgemein bekannt übergangen. Schließlich glaube ich hier noch diese Bemerkung beifügen zu müssen, daß im Naturleben gerade Proportionirtes sich uns überall dort zeigen muß, wo uns das Nämliche in zwei verschiedenen sinnlichen Aeußerungen erscheint und wir diese beiden Aeußerungen nach anderen Maßeinheiten nehmen. Diese Proportionalität muß darum vorkommen, weil Gleiches nach einem anderen Maße genommen zum Proportionalen wird.

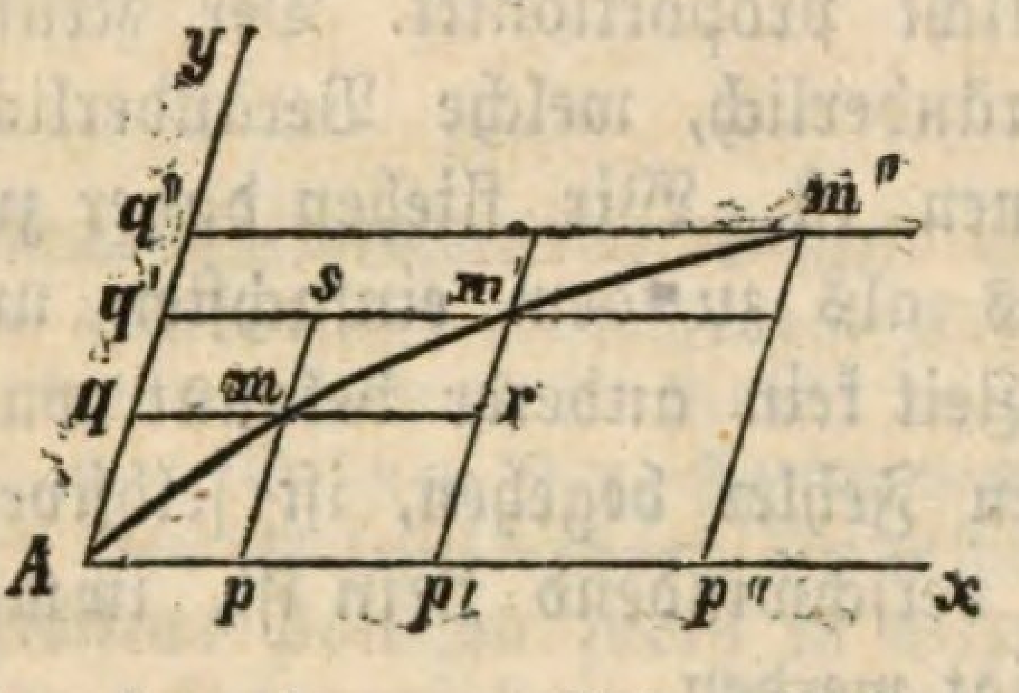
Gebrochene und krummlinige Bewegungen.

§. 145. Nach dem Vorigen bewegt sich ein von zwei oder mehren relativ entgegengesetzten sich nach einander parallel wiederholenden Bewegungen getriebener absolut einfacher Körper geradlinig, wenn das multiplikative Verhältniß der sich nacheinander wiederholenden ausgleichenden Bewegungen, also auch das multiplikative Verhältniß der den größeren Zeiträumen entsprechenden Summen dieser einzelnen Bewegungen, immer das nämliche ist, also absolut konstant bleibt, was für zwei Bewegungen durch $\frac{dy}{dx} = a$ und $\frac{\int dy}{\int dx} = \frac{y}{x} = a$ algebraisch ausgedrückt wird.

Bleibt das multiplikative Verhältniß der nacheinander parallel sich wiederholenden Bewegungen, also auch der Summen derselben, nicht konstant, so wird die Richtung der Bewegungen des Körpers in jedem nachfolgenden Zeitaugenblicke verändert, seine Bahn wird gebrochen.

Es seien also zuerst zwei Bewegungen vom Punkte A Fig. 29 angefangen, auf ein Bewegliches nach beliebigen Richtungen Ax und Ay übertragen.

Fig. 29.



Ist die im ersten Augenblicke nach der Richtung Ax übertragene Bewegung gleich Ap und die nach der Richtung Ay gleich Aq = pm, so ist das Bewegliche am Ende des Zeitaugenblickes in m. Hat nun das Bewegliche im Punkte m, nach der der Ax parallelen Richtung die Bewegung mr = pp' und nach der, der Ay parallelen Richtung die Bewegung ms = qq', wobei das multiplikative Verhältniß $\frac{mr}{ms} \lessgtr \frac{Ap}{Aq}$ ist; so wird das Bewegliche von der vorigen Richtung abgelenkt und in der Richtung mm' am Ende des Zeitaugenblickes im Punkte m' ankommen. Geschieht es ebenso weiter, so wird das Bewegliche am Ende des dritten Zeitaugenblickes in m'' u. s. w. ankommen, — also die Bewegung in gebrochener Linie geschehen. Man bekommt die einzelnen Punkte dieser Bewegung, wenn man über den, die Größen der sich wiederholenden Komponenten darstellenden Linien nacheinander Parallelograme verzeichnet und die Diagonalen zieht.

Geschieht die Bewegung durch eine sich auf diese Art wiederholende Ausgleichung von mehren Bewegungen in der Ebene oder im Raume, so muß man ebenso entsprechende Polygone, Parallelopide u. s. w. oder die nöthigen parallelen Linien konstruiren und Diagonalen ziehen.

Sind die einzelnen komponirenden Bewegungen verschwindend klein, so verschwinden die einzelnen Theile der resultirenden Bewegung. Die Bewegung erscheint als ihre Richtung stetig ändernd, sie erscheint als krummlinig.

Der Begriff des Krummen entsteht also durch die Flucht zur Gränze des absolut Verschwindenden und absolut Stetigen; das Richtige, Begriffliche, ist das Gebrochene. Die Bewegungen in krummen Linien müssen also immer, wie es bis jetzt geschah, aus den gebrochenen Bewegungen begriffen werden. Jede krummlinige Bewegung muß als eine gebrochene betrachtet werden, deren einzelne Theile verschwinden, daher die Veränderung der Richtung stetig erscheint.

§. 146. Aus der vorigen Figur ist aber auch ersichtlich, daß man die einzelnen Punkte der gebrochenen Bewegung ebenfalls durch die Konstruktion der Parallelogramme über Ap und Aq, Ap′ und Aq′, Ap″ und Aq″ u. s. w. erhalten kann.

Ap′, Ap″, Ap‴ u. s. w. Aq′, Aq″, Aq‴ u. s. w. stellen aber nichts Anderes vor, als die Summen der nach der nämlichen Richtung nacheinanderfolgenden komponirenden Bewegungen, die zusammengefaßt als einzelne nach den zwei Richtungen erfolgende veränderliche Bewegungen betrachtet werden können.

Ap′, Ap″, Ap‴ u. s. w. und Aq′, Aq″, Aq‴ u. s. w. stellen also die nacheinanderfolgenden Summen der veränderlichen Bewegungen vor und können zusammen durch ihre allgemeinen Summenformel Sn und Sn′ vertreten werden. Daraus entnehmen wir, daß wir aus zwei oder mehren komponirenden Bewegungen, deren Neigung zu einander gegeben ist, die resultirende krummlinige Bewegung erhalten können, wenn uns nur die allgemeinen Summenformeln der nach der nämlichen Richtung nacheinander stattfindenden partiellen komponirenden Bewegungen gegeben sind. Die resultirende Bewegung erhalten wir dann, wenn wir in den allgemeinen Summenformeln, die bekanntlich immer von veränderlichen Größen abhängige Ausdrücke, Funktionen von veränderlichen Größen sind, die veränderlichen Größen von 0 stetig zunehmen lassen und mit den zu einander gehörenden besonderen Werthen der Funktionen entsprechende Konstruktionen (Parallelograme &) vornehmen und Diagonalen ziehen.

Auf diese Art könnten wir aus den früher entwickelten unendlich verschiedenen veränderlichen Bewegungen durch verschiedenartigste Zusammensetzung und verschiedene Annahme besonderer Werthe eine unendliche Anzahl verschiedener krummliniger Bewegungen erhalten.

Setzen wir z. B. eine gleichförmige Bewegung mit einer einmal oder gleichförmig veränderlichen, deren Summenformeln der Wege $Sn = ct$ und $Sn' = ct + (\frac{t}{2}) d'c$ sind, unter einem rechten Winkel zusammen, so müssen wir sie, von einem gewissen Punkte angefangen, auf ein rechtwinkeliges Koordinatensystem beziehen, und indem wir z. B. für einen gewissen beson-

deren Fall $c = 1$, $d'c = \frac{1}{1000}$ und t von o angefangen um eine Einheit wachsen lassen, die diesen entsprechenden besonderen Werthe von S und S' bestimmen und Parallelograme verzeichnen, so erhalten wir die einzelnen Punkte der entsprechenden krummlinigen Bewegung.

Wir müssen aber dabei nicht lauter beschleunigte, sondern auch verzögerte Bewegungen und theils beschleunigte, theils verzögerte, wie auch solche, deren Richtungen in absolut entgegengesetzte übergehen, d. i. vollständige Bewegungen (siehe allg. Theil) anwenden.

§. 147. Die resultirende krummlinige Bewegung, also ihre Qualität, wird, wie sich dieses bei der Untersuchung der durch Ausgleichung mehrer resultirenden geradlinigen Bewegung zeigte, durch die multiplikativen Verhältnisse der, die sich ausgleichenden Bewegungen darstellenden Funktionen oder ihrer Differentiale, also durch die Differentialverhältnisse bestimmt.

Ist nun eine von zwei sich ausgleichenden Bewegungen eine gleichförmige, deren Summenausdruck des Weges am einfachsten durch x dargestellt werden kann, — und die andere eine veränderliche, deren Summenausdruck allgemein durch F (x) vertreten werden kann, so bestimmt $\frac{F(x)}{x}$ die Natur der durch ihre Ausgleichung erfolgenden krummlinigen Bewegung.

Ist $\frac{F(x)}{x} = f(x)$, (weil dieses Verhältniß nach dem Vorigen für krummlinige Bewegungen nicht konstant sein kann) so ist $F(x) = x\, f(x)$. Setzt man F (x), um sie als eine nach einer anderen Richtung geschehende Bewegung von der anderen zu unterscheiden, und weil sie aus x f (x) für jeden Werth von x bestimmt werden kann, gleich y, so wird $y = x\, f(x)$ oder $y = F(x)$ der algebraische Ausdruck einer, durch Ausgleichung einer gleichförmigen, die hier durch x vertreten ist, und einer veränderlichen durch F (x) bestimmten, die hier durch y vorgestellt ist, resultirenden krummlinigen Bewegung.

Das Maß des Entgegengesetztseins der komponirenden Bewegungen muß hier in Voraus angegeben werden und man erhält dann aus dem obigen Ausdrucke die ihm entsprechende Bewegung, wenn man den Ausdruck auf das dem Entgegengesetztsein der komponirenden Bewegungen entsprechende Koordinatensystem bezieht, die nacheinander angenommenen Werthe von x auf der einen, die dafür entfallenden Werthe für y auf der anderen Koordinatenaxe verzeichnet und die entsprechenden Parallelogramme konstruirt.

In $y = F(x)$ ist y oder F (x) allein, der Summenausdruck einer, durch Ausgleichung verschwindender geradliniger Bewegungen von absolut übereinstimmender oder absolut entgegengesetzter Richtung entstehenden, veränderlichen geradlinigen Bewegung, läßt sich daher für alle Fälle, in

welchen die veränderliche Bewegung nicht in die rückgängige übergeht, wie es z. B. bei der Kreisbewegung u. s. w. stattfindet, nach §. 34 immer auf die Form $Ax + Bx^2 + Cx^3 + \&$ bringen.

Es läßt sich also auch der Ausdruck $y = F(x)$ in den bezeichneten Fällen immer auf die Form $y = Ax + Bx^2 + Cx^3 + \ldots\ldots$ bringen, wo x die eine, y die andere Komponente vorstellt. Soll y den Summenausdruck einer gleichförmigen Bewegung vorstellen, so muß $F(x)$ auf die Form Ax sich bringen lassen und es ist dann $y = Ax$ nach dem Vorigen der Ausdruck der durch die Ausgleichungen relativ entgegengesetzter Bewegungen entstehenden geradlinigen Bewegung.

Soll y den Summenausdruck einer einmal oder gleichförmig veränderlichen nicht in die rückgängige übergehenden Bewegung vorstellen, so muß nach demselben § $F(x)$ auf die Form $Ax + Bx^2$ sich bringen lassen und es ist dann $y = Ax + Bx^2$ der Ausdruck der durch Ausgleichung relativ entgegengesetzter Bewegungen entstehenden krummlinigen Bewegung, weil der verschwindend kleine Unterschied zweier nacheinanderfolgenden Summenausdrücke einer veränderlichen Bewegung, also das Differentiale des Summenausdruckes dy, durch das allgemeine Glied der Geschwindigkeit dieser Bewegung ausgedrückt wird, folglich hier, da die Bewegung eine gleichförmig veränderliche ist, auch veränderlich sein muß, daher durch das konstante Differentiale des Summenausdruckes der gleichförmigen Bewegung x, nämlich dx, dividirt, ein veränderliches Differentialverhältniß geben muß.

Die Unterschiede aber der den nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken entsprechenden Geschwindigkeiten der Bewegung, deren Summenausdruck $Ax + Bx^2$ ist, also die zweiten Unterschiede dieses Summenausdruckes, sind, weil die Bewegung gleichförmig veränderlich ist, konstant, daher auch das zweite Differentialverhältniß von x und y konstant.

Soll y den Summenausdruck einer zweimal veränderlichen in die rückgängige nicht übergehenden Bewegung vorstellen, so muß $F(x)$ auf die Form $Ax + Bx^2 + Cx^3$ gebracht werden können und es ist dann $y = Ax + Bx^2 + Cx^3$ der algebraische Ausdruck einer durch Ausgleichungen relativ entgegengesetzter Bewegungen entstehenden krummlinigen Bewegung. Aus dem nämlichen Grunde wie bei der vorhergehenden krummlinigen Bewegung ist hier nicht nur das erste, sondern auch das zweite Differentialverhältniß veränderlich.

Da die Veränderlichkeit des Differentialverhältnisses eine in einer Bewegung vorkommende Krümmung anzeigt, so deutet hier die Veränderlichkeit des zweiten Differentialverhältnisses auf eine Krümmung in den unendlich kleinen Unterschieden der Bewegung, welche schon wegen der Veränderlichkeit des ersten Differentialverhältnisses nicht in gerader Richtung nach-

einanderfolgen. Die Veränderlichkeit des zweiten Differentialverhältnisses zeigt also eine in der ersten Krümmung vorhandene zweite Krümmung an. *)

§. 148. Sind die beiden sich ausgleichenden Bewegungen beliebig veränderlich und durch die Ausdrücke F (x) und φ (x) gegeben und ihr Verhältniß $\frac{F(x)}{\varphi(x)} = f(x)$, so ist $F(x) = \varphi(x)\, f(x)$. Setzt man F (x), weil es aus φ (x) f (x) für jeden Werth von x ermittelt werden kann, gleich y und den algebraischen Ausdruck der zweiten komp. Bewegung $\varphi(x) = z$, so wird $y = F(x)\, z$, wo x nicht die dritte mit jenen sich ausgleichende Bewegung, sondern jene Größe vorstellt, durch welche die beiden komp. veränderlichen Bewegungen entstehen. Es ist also in $y = f(x)\, z$, z keine unabhängige veränderliche Größe, sondern eine von x abhängige, welche Abhängigkeit durch $z = \varphi(x)$ gegeben ist.

Aus $\varphi(x) = z$ kann man durch algebraische Operationen $x = F(z)$ erhalten, was man ein Umkehren der Funktion nennt. Substituirt man diesen Werth für x in $y = f(x)\, z$, so erhält man $y = F'(z)$, wo $z = \varphi(x)$ eine von x abhängige Veränderliche ist. Dies ist der einfachste algebraische Ausdruck einer aus zwei beliebig veränderlichen Bewegungen resultirenden krummlinigen Bewegung.

Für den Fall, daß $f(x) = C$ einer Konstante gleich ist, ist $y = Cz$ der Ausdruck einer aus der Ausgleichung zweier beliebigen veränderlichen resultirenden geradlinigen Bewegung.

---

*) Wären uns auch die allgemeinen Summenausdrücke der geradlinigen veränderlichen rückgängigen Bewegungen bekannt, so könnten wir hier ebenso unmittelbar die allgemeine Form der algebraischen Ausdrücke der ihnen entsprechenden durch nacheinanderfolgende Ausgleichungen in relativ entgegengesetzten Richtungen entstehenden krummlinigen rückgängigen Bewegungen bestimmen. Da aber bis jetzt die allgemeine algebraische Form der Summenausdrücke solcher Bewegungen unmittelbar nicht ermittelt wurde, so muß man umgekehrt verfahren, und entweder einzeln aus bestimmten krummlinigen rückgängigen Bewegungen ausgehend die Beziehung ihrer Componenten zu einander, also zugleich den algebraischen Ausdruck dieser Bewegungen bestimmen, oder von besonderen Formen der algebraischen Ausdrücke herausgehen und aus denselben die Beziehungen der Componenten und die ihnen entsprechenden krummlinigen Bewegungen bestimmen.

Untersucht man z. B. auf die erste Art den Kreis. Man sieht unmittelbar, daß bei einer Kreisbewegung das Verhältniß der Componenten zu einander kein anderes, als das Verhältniß des Sinus zum Sinus versus ist. Das letzte Verhältniß ist aber für den Halbmesser r, $\sin^2\alpha = 2r \operatorname{sinv} \alpha - \operatorname{sinv}^2\alpha$. Setzt man $\sin\alpha = y$ und $\operatorname{sinv}\alpha = x$, so erhält man $y^2 = 2rx - x^2$ den algebraischen Ausdruck einer Kreisbewegung (Scheitelgleichung des Kreises), und der durch y vorgestellte Summenausdruck der veränderlichen Bewegung ist $y = \pm \sqrt{[2rx - x^2.]}$

Dieser Methode ist aber die zweite mathematische vorzuziehen, indem sie den ganzen Unterricht der krummlinigen Bewegungen in ein System mehr verbindet, sie wird auch weiter §. 175 befolgt.

Es ist also überhaupt $y = f(x)$ der allgemeine Ausdruck einer jeden möglichen durch Ausgleichung zweier Komponenten entstehenden Bewegung, in welchem y und x die komponirenden Bewegungen vorstellen. Ist die durch x vertretene komp. Bewegung gleichförmig, so ist x unabhängig veränderlich, im entgegengesetzten Falle abhängig, welche Abhängigkeit durch eine besondere Beziehung z. B. $x = \varphi(t)$ gegeben werden muß. Stellt $\varphi(t)$ eine in die rückgängige nicht übergehende veränderliche Bewegung vor, so hat sie die Form $At + Bt^2 + Ct^3 + Dt^4 + \&$. Der Ausdruck $y = f(x)$ kann auch die Form haben $y = f(v, x, z\ \&)$, weil $f(x)$ als Ausdruck einer veränderlichen Bewegung in sich zusammengesetzt ist. Setzt man nun in demselben statt seiner beliebig gestalteten Theile einzelne Veränderliche, welche diese Theile vertreten, so bekommt derselbe die obige Form. In diesem Falle sind sämmtliche Variablen von der ursprünglichen x abhängig, stellen für sich keine besonderen komp. Bewegungen vor und müssen auch bei der Konstruktion übergangen werden. War schon x selbst abhängig, so werden die, die besonderen Funktionen von x vertretenden Variablen, von abhängigen Variablen abhängig.

§. 149. Entsteht die resultirende krummlinige Bewegung durch Ausgleichung dreier komp. Bewegungen, deren allgemeine Summenformeln $S = F(x)$, $S' = f(x)$ und $S'' = \varphi(x)$ sind, so bestimmt wiederum das multiplikative Verhältniß der komp. Bewegungen zu einander $\frac{S}{S'} = \frac{F(x)}{f(x)}$ und $\frac{S''}{S'} = \frac{\varphi(x)}{f(x)}$ die Qualität der resultirenden Bewegung.

Aus diesen Ausdrücken bekommt man $S = \frac{F(x)}{f(x)} S'$ und $S'' = \frac{\varphi(x)}{f(x)} S'$ oder auch $S' = \frac{f(x)}{\varphi(x)} S''$ und durch Verbindung derselben $S = \frac{F(x)}{f(x)} \cdot \frac{f(x)}{\varphi(x)} S''$, woraus, wenn im Zeller $f(x) = S'$ gesetzt wird und die übrigen Funktionen von x zusammenverbunden werden $S = F'(x).\ S'.\ S''$. Vertritt man die, die allgemeinen Ausdrücke der einzelnen Bewegungen darstellenden Buchstaben durch y, v, z, so erhält man $y = F'(x)\, v.\, z.$, wo x nicht die komp. Bewegung, sondern die Größe, aus der S, S', S'' entsteht darstellt. Aus $S' = v = f(x)$ oder $S'' = z = \varphi(x)$ läßt sich $x = F(v)$, oder $x = F'(z)$ ableiten und man erhält durch Substitution eines dieser Werthe in $y = F'(x)\, v.\, z$; $y = F''(vz)$, den einfachsten algebraischen Ausdruck einer durch Ausgleichung dreier komp. Bewegungen y, v, z erfolgenden resultirenden krummlinigen Bewegung.

y oder $F''(vz)$ allein, zeigt wiederum nichts Anderes als eine durch Ausgleichungen der Bewegungen von absolut übereinstimmender oder ab-

solut entgegengesetzter Richtung entstehende geradlinige veränderliche Bewegung.

Stellen in $y = F\ (vz)$, wie hier entwickelt wurde, v und z die Summenausdrücke veränderlicher Bewegungen vor, so sind v und z abhängige Veränderliche, deren Abhängigkeit durch die besonderen Beziehungen $v = f\ (x)$ und $z = \varphi\ (x)$ gegeben sind. Stellen v und z die Summenausdrücke gleichförmiger Bewegungen vor, so sind sie unabhängig veränderlich. Für den besonderen Fall einer geradlinigen Bewegung müssen die einzelnen Verhältnisse der komponirenden Bewegungen $\frac{F\ (x)}{f\ (x)}$ und $\frac{\varphi\ (x)}{f\ (x)}$ konstant sein.

§. 150. Setzt man die einzelnen Verhältnisse $\frac{F\ (x)}{f\ (x)} = F'\ (x)$ und $\frac{\varphi\ (x)}{f\ (x)} = \varphi\ (x)$; so erhält man $F\ (x) = F'\ (x)\ //\ f\ (x)$ und $\varphi\ (x) = \varphi'\ (x).\ f\ (x)$ und für $F\ (x)$, $\varphi\ (x)$ und $f\ (x)$, welche die komp. Bewegungen vorstellen, y, z und v gesetzt: $y = F'\ (x)\ v$, $z = \varphi'\ (x)\ v$. Bestimmt man aus der Beziehung $v = f\ (x)$, $x = F\ (v)$ und substituirt in den erhaltenen Ausdrücken diesen Werth, so erhält man $y = F'\ (v)$ und $z = F''\ (v)$, die zweite Form des algebraischen Ausdruckes einer durch Ausgleichung dreier Bewegungen entstehenden resultirenden krummlinigen Bewegung.

Für den besonderen Fall einer geradlinigen Bewegung ist $\frac{F\ (x)}{f\ (x)} = C$ und $\frac{\varphi\ (x)}{f\ (x)} = C'$. Aus diesem Grunde läßt sich immer durch Abkürzen das x im Nenner auf die erste Potenz bringen und der obige Ausdruck der resultirenden Bewegung bekommt die Form $y = Mx$ und $z = Nx$ wie früher.

Ueberhaupt ist also der algebraische Ausdruck $y = F\ (x\ z)$ oder der Ausdruck $y = f\ (x)$ und $z = \varphi\ (x)$ der Ausdruck einer beliebigen durch Ausgleichung dreier Komponenten entstehenden resultirenden Bewegung.

Dieser Ausdruck kann als ein zusammengesetzter auch die Form $y = F\ (u, v, w, x, z\ \&)$ haben, wo aber nicht sämmtliche Variablen die einzelnen komp. Bewegungen darstellen.

§. 151. Auf die nämliche Art kann gezeigt werden, daß überhaupt jeder Ausdruck von der Form $y = F\ (u, v, x, z\ \&)$ oder nach §. 150 von der Form $v = F\ (x)$, $y = f\ (x)$, $z = \varphi\ (x)\ \ldots$, oder ebenso von der Form $y = F\ (u\ v)$, $x = f\ (u\ v\ \ldots)$ $z = \varphi\ (u\ v\ \ldots)$ u. s. w. Der algebraische Ausdruck einer durch nacheinanderfolgende Ausgleichungen mehrer verschiedenen Bewegungen von relativ entgegengesetzten aber fort-

während einander parallel bleibenden Richtungen entstehenden Bewegung ist. Diese ist, wenn sämmtliche Differentialverhältnisse ihrer veränderlichen Größen konstant sind, geradlinig; im entgegengesetzten Falle krummlinig — und zwar bilden nur die ersten Unterschiede derselben eine krumme Linie, wenn nur die ersten Differentialverhältnisse ihrer Variablen veränderlich sind; die Unterschiede dieser Unterschiede bilden eine krumme Linie, wenn auch die zweiten Differentialverhältnisse veränderlich sind u. s. w.

Liegen die Richtungen sämmtlicher Komponenten in der Ebene, so bleibt die resultirende krummlinige Bewegung in der nämlichen Ebene; liegen diese Richtungen nicht in der Ebene, so bleibt die krummlinige Bewegung, wenn die Differentialverhältnisse der Funktion wenigstens nach zwei die Komponenten darstellenden Variablen veränderlich sind, nicht in der Ebene, sie wird nach zwei Richtungen gekrümmt und heißt eine Bewegung von doppelter Krümmung. Die Krümmung derselben ist nach den beiden Richtungen nur in den ersten Unterschieden derselben, wenn nur die ersten Differentialverhältnisse der Variablen veränderlich sind; sie ist in den Unterschieden dieser Unterschiede, wenn auch die zweiten Differentialverhältnisse veränderlich sind u. s. w.

Diese Ausdrücke sind die allgemeinen Ausdrücke sämmtlicher durch nacheinanderfolgende Ausgleichungen relativ entgegengesetzter aber einander fortwährend parallel bleibender Komponenten entstehenden Bewegungen. Man bekommt aus ihnen die besonderen Ausdrücke, wenn man die einzelnen Komponenten verschwinden läßt, die veränderlichen Komponenten durch unabhängig werden Lassen der sie vorstellenden abhängigen Funktionen zu gleichförmigen macht oder durch beliebige Bestimmung der Konstanten dieselben beliebig verändert.

§. 152. Wie nun diese resultirenden Bewegungen durch die Anzahl der sie bestimmenden Komponenten, durch die verschiedene Veränderlichkeit derselben (was in ihren algebraischen Ausdrücken durch verschiedene algebraische Zusammenstellung der konstanten mit variablen Größen ausgedrückt ist), dann durch das verschiedene Verhältniß ihrer verschwindend kleinen Aenderungen sich anders bestimmen und nach denselben von einander unterschieden werden müssen; so müssen auch die diese Bewegungen darstellenden algebraischen Ausdrücke oder nur die Funktionen F (u, v, x . . .):

1. Nach der Anzahl der in ihnen enthaltenen veränderlichen Größen, in Funktionen mit einer, zwei oder mehren veränderlichen Größen.

2. Nach der Unabhängigkeit und Abhängigkeit der veränderlichen Größen, in Funktionen von unabhängigen und Funktionen von einmal, zweimal u. s. w. abhängigen Größen oder Funktionen, in welchen unabhängige und abhängige veränderliche Größen vorkommen.

3. Nach der verschiedenen Art der Zusammenstellung der konstanten mit den veränderlichen Größen und zwar: a) je nachdem diese Zusammenstellung einen einfachen oder zusammengesetzten algebraischen Ausdruck gibt, in einfache und zusammengesetzte Funktionen, und

b) nach den verschiedenen algebraischen Operationen: in Potenzfunktionen und zwar: rationale ganze und gebrochene Funktionen und irrationale Funktionen, dann transzendente Funktionen d. i. die logarithmischen, die Exponential- und die trigonometrischen Funktionen — und

4. die ganzen Ausdrücke $y = f(u, v, x \ldots)$ oder $y = f(u\, v \ldots)$, $x = F(u\, v \ldots)$, $z = \varphi(u\, v \ldots)$ je nachdem die ersten, zweiten u. s. w. Differentialverhältnisse ihrer veränderlichen Größen konstant sind, welcher Unterschied nach dem Vorhergehenden vor allen anderen die Qualität der krummlinigen Bewegungen von einfacher und doppelter Krümmung bestimmt, allgemein in algebraische Ausdrücke der Linien, deren 1. 2. 3. u. s. w. Differentialverhältnisse konstant sind, unterschieden werden.

§. 153. Soll aber durch einen solchen Ausdruck die ihm entsprechende Bewegung bestimmt werden, so muß der Punkt, wo die Ausgleichung der Komponenten beginnt, die Anzahl und Lage derselben, wie auch diejenigen Variablen, welche dieselben vorstellen, angegeben, und die Abhängigkeit der Variablen durch besondere Beziehungen bestimmt werden, oder aus einer Aufgabe von selbst fließen.

Außerdem kann, wenn ein solcher Ausdruck eine in der Natur wirklich geschehende Bewegung vollständig geben soll, die Nacheinanderfolge der einzelnen verschwindend kleinen Zunahmen der unabhängigen Variablen nicht beliebig genommen werden. Diese Nacheinanderfolge muß, als eine Funktion der Zeit, durch eine besondere Beziehung $x = F(t)$, wobei auch $F(t) = t$ sein kann, gegeben werden.

§. 154. Nach §. 145 geschieht jede in der Natur vorkommende Bewegung in einer gebrochenen Linie; die Veränderung ihrer Richtung ist nicht absolut stetig, d. i. nicht so, daß dabei die nämliche Richtung auch nicht während der unendlich kleinen Zeit unendlicher Ordnung beibehalten wäre. Während dieser Zeit wird ein Weg in gerader Richtung zurückgelegt, der als unendlich klein im Besonderen unserer Anschauung vollständig entgeht. Nur eine Summe von solchen Wegen ist uns wahrnehmbar und muß krummlinig erscheinen.

Die krummlinige Bewegung geschieht also in jedem Augenblicke nach einer gewissen Richtung, die uns wahrnehmbar wäre, wenn sie durch eine längere Zeit unverändert bliebe. Demgemäß ist unter der Richtung einer krummlinigen Bewegung in einem gewissen Punkte jene Richtung zu verstehen, in welcher die Bewegung von diesem Punkte angefangen weiter geschehen würde, wenn jeder Einfluß auf die Veränderung ihrer Richtung verschwinden möchte.

Diese Richtung wird mit der wirklich geschehenden Bewegung, wie sie uns wahrnehmbar wird, nur einen Punkt gemeinschaftlich haben. Eine gerade Linie, welche mit der krummen nur einen Punkt gemeinschaftlich hat, wird eine die krumme Linie Berührende, oder eine Tangente der krummen Linie genannt.

Ebenso ist die Geschwindigkeit der in der Natur vorkommenden krummlinigen Bewegungen immer veränderlich, welche Veränderlichkeit auch nicht absolut stetig ist, und es ist unter der Geschwindigkeit einer veränderlichen Bewegung in einem gewissen Zeitaugenblicke jene Geschwindigkeit zu verstehen, mit welcher die Bewegung weiter geschehen würde, wenn jeder Einfluß auf die Aenderung derselben, von diesem Augenblicke angefangen, verschwinden möchte.

Da die verschwindend kleinen Theile einer durch Ausgleichung zweier oder mehrer Komponenten entstehenden uns als krummlinig erscheinenden Bewegung geradlinig sind; so fallen die Ausdrücke für die Geschwindigkeit dieser resultirenden Bewegung und der Komponenten und die Ausdrücke für die Kraft mit jenen, welche in §. 124 für die durch Ausgleichung zweier oder mehrer Komponenten entstehenden geradlinigen Bewegungen entwickelt wurden, zusammen, weshalb hier ihre Entwickelung überflüssig ist.

Entwickelung der allgemeinen Formen der Differentiale und der Differentialverhältnisse der Funktionen von einer und von mehren unabhängigen und abhängigen Variablen.

§. 155. In §. 151 ist die allgemeine Form sämmtlicher algebraischen Ausdrücke der durch Ausgleichung zweier oder mehrer Komponenten in der Ebene oder im Raume entstehenden krummlinigen Bewegungen gegeben.

Da die Qualität der krummlinigen Bewegungen vornehmlich durch die Differentialverhältnisse der ihre Komponenten darstellenden Funktionen bestimmt ist, so ist zur Bestimmung der den einzelnen allgemeinen Ausdrücken entsprechenden krummlinigen Bewegungen die Kenntniß der Differentiale und der Differentialverhältnisse der Funktionen nothwendig.

§. 156. Um das Differentiale einer beliebigen Funktion von einer Veränderlichen, also $df(x)$ zu ermitteln, gehe man in derselben von dem Werthe $x = x$ heraus, und lasse denselben stetig um dx zunehmen, die dadurch entstehenden besonderen Werthe der Reihe werden:

$$f(x),\ f(x+dx),\ f(x+2dx),\ f(x+3dx)\ \ .\ \ .\ \ .\ \ .\ \ f(x+ndx).$$

Die ersten Differentiale dieser besonderen Werthe werden:

$$f(x+dx)-f(x)=df(x),\ f(x+2dx)-f(x+dx)=df(x+dx)$$
$$f(x+ndx)-f\{x+(n-1)dx\}=df\{x+(n-1)dx\}.$$

Die zweiten Differentiale werden:

$$df(x+dx) - df(x) = d^2f(x)$$
$$df(x+2dx) - df(x+dx) = d^2f(x+dx)$$
. . . .
$$df(x+ndx) - df\{x+(n-1)dx\} = d^2f\{x+(n-1)dx\}$$

ebenso die dritten Differentiale u. s. w.

§. 157. Ist die Funktion von zwei unabhängigen veränderlichen abhängig z. B. $f(xy)$, so ist die entsprechende Reihe:

$$f(xy), f(x+dx, y+dy), f(x+2dx, y+2dy), \ldots f(x+n\,dx, y+n\,dy).$$

Die ersten Differentiale:

$$f(x+dx, y+dy) - f(xy) = df(xy)$$
$$f(x+2dx, y+2dy) - f(x+dx, y+dy) = df(x+dx, y+dy)$$
$$f(x+3dx, y+3dy) - f(x+2dx, y+2dy) = df(x+2dx, y+2dy)$$
$$f(x+ndx, y+ndy) - f\{x+(n-1)dx, y+(n-1)dy\} = df\{x+(n-1)dx, y+(n-1)dy\}.$$

Die zweiten Differentiale:

$$df(x+dx, y+dy) - df(xy) = d^2f(xy)$$
$$df(x+2dx, y+2dy) - df(x+dx, y+dy) = d^2f(x+dx, y+dy)$$
. . . .
$$df(x+ndx, y+ndy) - df\{x+(n-1)dx, y+(n-1)dy\} = d^2f\{x+(n-1)dx, y+(n-1)dy\}$$

ebenso die dritten Differentiale u. s. w.

§. 158. Um das Differentiale einer Funktion von einer abhängigen Veränderlichen also der Funktion einer Funktion allgemein zu bestimmen, sei $f(v)$ eine Funktion, in der v abhängig ist, also für sich wiederum $v = f(x)$ ist, v nur die $f(x)$ vertritt.

$f(v)$ kann sich nur ändern, wenn die Veränderliche v sich ändert; es muß also $df(v)$ die Form haben $df(v) = f(v+dv) - fv$.

Wäre aber v unabhängig, so könnte es sich beliebig ändern. Es sind also für $df(v)$ verschiedene Werthe möglich.

Soll $df(v)$ denjenigen Werth haben, welcher der Aenderung des x entspricht, so muß für dv derjenige Werth genommen werden, welcher aus $v = f(x)$ der Aenderung von x entspricht.

Man bekommt also das Differentiale einer Funktion, deren Veränderliche abhängig ist, wenn man die Funktion in Bezug auf ihre Veränderliche so differenzirt, als wenn sie unabhängig wäre und den Werth für das Differentiale der abhängigen aus der Beziehung $v = f(x)$ nämlich $dv = df(x)$ substituirt.

Diese Substitution kann entweder während der Differentiation selbst geschehen oder nach derselben. Gibt man nämlich dem $df(v)$ die Form

$\frac{d\,f\,(v)}{d\,v}\,d\,v$ und substituirt für d v den gehörigen Werth, so erhält man:

$$d\,f\,(v) = \frac{d\,f\,(v)}{d\,v}\,d\,f\,(x) \text{ oder } \frac{d\,f\,(v)}{d\,x} = \frac{d\,f\,(v)}{d\,x}\,\frac{d\,f\,(x)}{d\,x}.$$

Man erhält also das Differentiale oder das Differentialverhältniß einer Funktion von einer abhängigen Veränderlichen, wenn man das Differentialverhältniß in Bezug auf diese Veränderliche, als wenn sie unabhängig wäre, durch das Differentiale oder das Differentialverhältniß der Abhängigen in Bezug auf ihre Unabhängige multiplizirt. Daß man durch die nämliche Betrachtung für f (u), wo u = f (v) und v = f (x) ist, also u von einer abhängigen Veränderlichen abhängig ist, zum Schluße gelangt, daß

$$d\,f\,(u) = \frac{d\,f\,(u)}{d\,u}.\frac{d\,f\,(v)}{d\,v}\,d\,f\,(x) \text{ und}$$

$$\frac{d\,f\,(u)}{d\,x} = \frac{d\,f\,(u)}{d\,u}\,.\,\frac{d\,f\,(v)}{d\,v}\,.\,\frac{d\,f\,(x)}{d\,x}$$ ist u. s. w. ist augenscheinlich.

Ist also allgemein in einer Funktion die Variable von einer zweiten, diese von einer dritten u. s. w. abhängig, so erhält man das Differentialverhältniß der Funktion in Bezug auf die letzte Unabhängige, wenn man das Differentialverhältniß einer jeden Funktion in Bezug auf ihre Veränderliche so sucht, als wenn diese unabhängig wäre und diese mit einander multiplizirt.

§. 159. Ist f (x z) eine von zwei unabhängigen Veränderlichen abhängige Funktion, so ändert sich die Funktion wegen der Abhängigkeit von x, wenn sich x allein ändert und z konstant bleibt, und ebenso wegen Abhängigkeit von z, wenn sich z allein ändert und x konstant bleibt.

Aendern sich nun beide Variablen x und z nacheinander, so ändert sich f (x z) erstens in Folge Aenderung des x und zweitens in Folge Aenderung des z und die ganze Aenderung der f (x z) ist, da die Funktion eine geradlinige Bewegung darstellt, daher die Aenderungen derselben in den nämlichen Richtungen geschehen, gleich der algebraischen Summe der beiden nacheinanderfolgenden Aenderungen.

Die Aenderung der ganzen Funktion ist offenbar von der Größe der Zeit, in welcher die Aenderung der einen Variablen jener der anderen nachfolgt, unabhängig, bleibt also die nämliche, wenn dieselbe verschwindend klein ist und völlig verschwindet, also die beiden Veränderlichen sich zusammen verändern.

Das Differentiale einer von zwei unabhängigen Veränderlichen abhängigen Funktion wird also gefunden, wenn man zuerst die eine, dann die andere Variable als konstant annimmt, die Funktion in beiden Fällen

in Bezug auf die als veränderlich betrachtete Variable differenzirt und diese Differentiale zusammenaddirt. Es ist also

$$df(xz) = \frac{df(xz)}{dx} dx + \frac{df(xz)}{dz} dz.$$

Jedes Differentiale in Bezug auf eine Veränderliche, während die andere konstant bleibt, wird ein partielles Differentiale genannt.

Aus dem nämlichen Grunde wird, wenn f (vxz) eine von drei unabhängigen Veränderlichen abhängige Funktion ist

$$df(vxz) = \frac{df(vxz)}{dv} dv + \frac{df(vxz)}{dx} dx + \frac{df(vxz)}{dz} dz$$

u. s. w.

§. 160. Ist eine Funktion f (uv) von zwei Veränderlichen abhängig, welche wiederum beide von einer dritten x abhängig sind und diese Abhängigkeit durch die Beziehungen $u = f(x)$ und $v = F(x)$ gegeben ist; so ändert sich f (u v) durch die unendlich kleine Aenderung von u und von v und df (uv) muß nach dem Vorigen die Form $df(uv) =$

$$f(uv + du) - f(uv) + f(uv + dv) - f(uv)$$ oder

$$df(uv) = \frac{df(uv)}{du} du + \frac{df(uv)}{dv} dv$$ haben.

Soll df (uv) derjenigen Aenderung von u und v entsprechen, welche sie durch die Aenderung des x in $u = f(x)$ und $v = F(x)$ erleiden, so muß man die aus dieser Aenderung hervorkommenden du und dv also $du = df(x)$ und $dv = dF(x)$ in dem obigen Ausdrucke gebrauchen, also sie dort substituiren. Es ist also

$$df(uv) = \frac{df(uv)}{du} df(x) + \frac{df(uv)}{dv} dF(x)$$ und

$$\frac{df(uv)}{dx} = \frac{df(uv)}{du} \cdot \frac{df(x)}{dx} + \frac{df(uv)}{dv} \cdot \frac{dF(x)}{dx}.$$

Das gesuchte Differentiale und Differentialverhältniß ist also gleich der Summe der Differentiale und Differentialverhältnisse, welche man erhält, wenn man einmal die eine, das anderemal die andere abhängige veränderliche als abhängig veränderlich ansieht und den ganzen Ausdruck differenzirt.

Ebenso ist bei f (uvz), wenn $u = f(x)$, $v = F(x)$, $z = \varphi(x)$ ist, $df(uvz) = \frac{df(uvz)}{du} df(x) + \frac{df(uvz)}{dv} dF(x) + \frac{df(uvz)}{dz} d\varphi(x)$, oder $\frac{df(uvz)}{dx} = \frac{df(uvz)}{du} \cdot \frac{df(x)}{dx} + \frac{df(uvz)}{dv} \frac{dF(x)}{dx} + \frac{df(uvz)}{dz} \frac{d\varphi(x)}{dx}$.

§. 161. Sind in f (u v) die Veränderlichen von verschiedenen anderen abhängig, also u = f (x), v = F (z), so gelangt man durch die nämliche Betrachtung zum Schluße, daß

$$df(uv) = \frac{df(uv)}{du}\, df(x) + \frac{df(uv)}{dv}\, dF(z) \text{ oder}$$

$$\frac{df(uv)}{dx\, dz} = \frac{df(uv)}{du} \cdot \frac{df(x)}{dx} + \frac{df(uv)}{dv} \cdot \frac{dF(z)}{dz}.$$

§. 162. Um das allgemeine Gesetz für das Differentiale höherer Ordnungen einer von mehren Veränderlichen abhängigen Funktion zu bestimmen, sei f (x z) eine von zwei unabhängigen Veränderlichen abhängige Funktion, so ist nach §. 159 das erste Differentiale derselben

$$df(xz) = \frac{df(xz)}{dx}\, dx + \frac{df(xz)}{dz}\, dz.$$

Das Differentiale von diesem Differentiale oder das zweite Differentiale wird sein:

$$d^2f(xz) = d\left(\frac{df(xz)}{dx}\, dx + \frac{df(xz)}{dz}\, dz\right) = d\,\frac{df(xz)}{dx}\, dx$$

$+ d\,\frac{df(xz)}{dz}\, dz$ da nun $\frac{df(xz)}{dx}$ und $\frac{df(xz)}{dz}$ Funktionen von zwei unabhängigen Veränderlichen sind, und dx und dz als gewisse bestimmte Aenderungen der unabhängigen Variablen konstant sind, so ist

$$d^2f(xz) = d\,\frac{\frac{df(xz)}{dx}}{dx}\, dx^2 + d\,\frac{\frac{df(xz)}{dx}}{dz}\, dx\, dz + d\,\frac{\frac{df(xz)}{dz}}{dx}\, dz\, dx + d\,\frac{\frac{df(xz)}{dz}}{dz}\, dz^2$$

Man bezeichnet die Differentialverhältnisse $d\,\frac{\frac{df(xz)}{dx}}{dx}$ einfacher durch $\frac{d^2f(xz)}{dx^2}$ und analog $d\,\frac{\frac{df(xz)}{dx}}{dz}$ durch $\frac{d^2f(xz)}{dx\, dz}$ wodurch man erhält:

$$d^2f(xz) = \frac{d^2f(xz)}{dx^2}\, dx^2 + \frac{d^2f(xz)}{dx\, dz}\, dxdz + \frac{d^2f(xz)}{dz\, dx}\, dzdx + \frac{d^2f(xz)}{dz^2}\, dz^2.$$

Von den Ausdrücken $\frac{d^2f(xz)}{dx\, dz}\, dx\, dz$ und $\frac{d^2f(xz)}{dz\, dx}\, dz\, dx$ zeigt der erste an, daß f (xz) zuerst in Bezug auf x und dann in Bezug auf z allein differenzirt werden soll, und der zweite umgekehrt zuerst in Bezug auf z und dann in Bezug auf x. Dieß entspricht der Veränderung der Funktion durch nacheinanderfolgende Veränderung ihrer Variablen, welche nach §. 159 die nämliche bleibt, wenn diese Veränderungen nicht nacheinanderfolgen, sondern zusammen geschehen. Daraus folgt daß

$$\frac{d^2f(xz)}{dx\,dz}\,dx\,dz = \frac{d^2f(xz)}{dz\,dx}\,dz\,dx, \text{ daher}$$

$$d^2f(xz) = \frac{d^2f(xz)}{dx^2}\,dx^2 + 2\,\frac{d^2f(xz)}{dx\,dz}\,dx\,dz + \frac{d^2f(xz)}{dz^2}\,dz^2.$$

Auf die nämliche Art bekommt man $d^3f(xz) = \frac{d^3f(xz)}{dx}\,dx^3 +$

$$3\,\frac{d^3f(xz)}{dx^2\,dz}\,dx^2\,dz + 3\,\frac{d^3f(xz)}{dx\,dz^2}\,dx\,dz^2 + \frac{d^3f(xz)}{dz^3}\,dz^3 \text{ u. s. w.}$$

Ebenso findet man die Differentiale einer Funktion von mehren unabhängigen Variablen und durch Berücksichtigung der Abhängigkeit die höheren Differentiale der Funktionen von mehren abhängigen Variablen.

Aus den obigen Gesetzen der Differentation der durch Neben- und Unterordnung zusammengesetzten Funktionen erkennt man, wie ein auf beliebige Art in sich verbundener zusammengesetzter algebraischer Ausdruck mit veränderlichen Größen differenzirt werden kann.

Man zerlege nämlich den zusammengesetzten Ausdruck, wie er von selbst in die einander neben und untergeordneten Theile zerfällt, in lauter einfache leicht differenzirbare Ausdrücke, vertrete diese durch einzelne Variable, welche theils abhängige, theils unabhängige Variable sein werden, differenzire jeden Ausdruck in Bezug auf seine Veränderliche und substituire dann in dem ganzen algebraischen Ausdrucke die angenommenen Variablen und ihre Differentiale durch die Werthe, welche sie vertreten.

Zur Differentiation einer beliebigen zusammengesetzten Funktion ist also nur die Kenntniß der Differentiale der einfachen Funktionen nöthig.

Differentiale der einfachen Funktionen.

§. 163. Die einfachen algebraischen Ausdrücke sind der Potenzausdruck x^m, der logarithmische log. x, die Exponentialgröße a^x und die einfachen trigonometrischen Funktionen sin. x und cos. x. Das Differentiale des Potenzausdruckes x^m ist bei der Untersuchung des Ausdruckes für den Weg einer geradlinigen veränderlichen Bewegung ermittelt worden. Es ist $dx^m = mx^{m-1}\,dx$, welcher Ausdruck für ganze und gebrochene, positive und negative, rationale und irrationale Werthe von m gilt. *)

---

*) Der Unterschied zwischen einer ganzen Zahl und einem Bruche ist kein reeler sondern nur ein formeller. Ob wir eine in der Natur wirklich vorkommende Größe, in Form einer ganzen Zahl oder eines Bruches geben, hängt gänzlich von der Maßeinheit ab, nach der wir diese Größe bestimmen. Jede in der Natur vorkommende Größe, die uns für eine gewisse Maßeinheit in Form eines Bruches sich darstellt, läßt sich durch entsprechende Wahl der Maßeinheit in Form einer ganzen Zahl geben, weil jede Größe in gleiche Theile sich theilen läßt. Daher läßt sich auch jede Funktion, in welcher

§. 164. Um d log. x zu bestimmen, setze man log. x = y, so wird $(y + dy) - y = \log.(x + dx) - \log. x$ und $\frac{dy}{dx} = \frac{\log.(x + dx) - \log. x}{dx}$. Da der Logarithmus eines Bruches dem Logarithmus des Zählers weniger dem Logarithmus des Nenners gleich ist, so wird auch $\frac{dy}{dx} = \frac{\log.\left(\frac{x + dx}{x}\right)}{dx} = \frac{\log.\left(1 + \frac{dx}{x}\right)}{dx}$. Setzt man $\frac{dx}{x} = \frac{1}{u}$ wo, wegen $dx = \omega$, $\frac{dx}{x}$ noch kleiner, also $=0$ daher auch $\frac{1}{u} = 0$ und $u = \infty$ sein muß; so wird $dx = \frac{x}{u}$ und $\log. \frac{\left(1 + \frac{dx}{x}\right)}{dx}$

$$= \log. \frac{\left(1 + \frac{1}{u}\right)}{\frac{x}{u}} = \frac{u}{x}. \log.\left(1 + \frac{1}{u}\right) = \frac{1}{x} u \log.\left(1 + \frac{1}{u}\right)$$

$$= \frac{1}{x} \log.\left(1 + \frac{1}{u}\right)^u = \frac{1}{x} \log.\left[1 + u.\frac{1}{u} + \frac{u(u-1)}{1.2}\frac{1}{u^2} + \frac{u(u-1)(u-2)}{2.3}\frac{1}{u^3} + \&\right]$$

und wenn man vom 3. Gliede angefangen jeden Faktor außer dem ersten und letzten durch u dividirt und

---

irgend eine Größe in Bruchform erscheint, durch entsprechende Wahl der Maßeinheit durch eine solche Funktion vertreten, in welcher diese Größe in Form der ganzen Zahl ausgedrückt ist, — und umgekehrt. Gilt nun ein gewisses mathematisches Gesetz für eine gewisse in Form einer ganzen Zahl ausgedrückte Größe (hier für einen ganzen Exponenten m) so gilt es also auch für die nämliche Größe in Form eines Bruches. Ist z. B. eine Berechnung nach Fußmaß geschehen, so muß das nämliche Resultat herauskommen, wenn die vorkommenden Größen vor der Berechnung auf Klaftermaß übertragen werden, und dadurch die Bruchform erhalten. — Dasselbe gilt vom Rationalen und Irrationalen und auch vom Positiven und Negativen, weil es ganz gleichgiltig ist, welche von den entgegengesetzten Bestimmungen wir positiv oder negativ nehmen.

Jede Erweiterung eines für positive ganze Zahlen entwickelten Gesetzes auf Brüche, negative und irrationale Zahlen beruht auf der entsprechenden Verwandlung der Ausdrücke, so daß das Gebrochene zum Ganzen, das Negative zum Positiven, das Irrationale zum Rationalen wird. Diese Erweiterung ist aber für jeden überflüssig, der begriffen hat, daß zwischen diesen Zahlen nur ein formeller Unterschied stattfindet. Anstatt der besonderen Erweiterung eines jeden für die positiven ganzen Zahlen bewiesenen Satzes für gebrochene, negative und irrationale Zahlen ist es meiner Ansicht nach entsprechender diese Erweiterung für alle Fälle zusammen zu begründen.

dafür den ersten durch sovielte Potenz von u multiplizirt, wie viele Faktoren durch u dividirt wurden und dann abkürzt:

$$\frac{d\,y}{d\,x} = \frac{1}{x} \log. \left[1 + 1 + \frac{1 - \frac{1}{u}}{2} + \frac{\left(1 - \frac{1}{u}\right)\left(1 - \frac{2}{u}\right)}{2\,.\,3} + \frac{\left(1 - \frac{1}{u}\right)\left(1 - \frac{2}{u}\right)\left(1 - \frac{3}{u}\right)}{2\,.\,3\,.\,4} + \&\right],$$ und wenn man zur Gränze übergeht, indem man die verschwindenden Größen $\frac{1}{u}, \frac{2}{u}, \frac{3}{u}$ Null werden läßt: $\frac{d\,y}{d\,x} = \frac{1}{x} \log. \left[2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \&\right]$. Bezeichnet man die Summe der Zahlenreihe Kürze wegen durch e, so wird $\frac{d\,y}{d\,x} = \frac{1}{x} \log.\ e$ und $d\,y = \frac{1}{x} \log.\ e\ d\,x$, daher $d \log.\ x = \frac{1}{x} \log.\ e\ d\,x$ und $\frac{d \log.\ x}{d\,x} = \frac{\log.\ e}{x}$. —

Die Logarithmen, deren Basis e angenommen wird, werden natürliche Logarithmen genannt. Für die Basis e wird $\log.\ e = 1$, folglich für diese Basis: $d\,l\,x = \frac{d\,x}{x}$ und $\frac{d\,l\,x}{d\,x} = \frac{1}{x}$.

§. 165. Um $d\,a^x$ zu bestimmen, setze man $a^x = y$, so wird $\log.\ a^x = \log.\ y$, $x \log.\ a = \log.\ y$, $d\,(x \log.\ a) = d \log.\ y$ und nach §. 164 $\log.\ a\ d\,x = \frac{\log.\ e\ d\,y}{y}$, woraus $d\,y = \frac{\log.\ a}{\log.\ e}\, y\ d\,x$ folglich $d\,a^x = \frac{\log.\ a}{\log.\ e}\, a^x\ d\,x$ und für die natürlichen Logarithmen $d\,a^x = l\,a\ a^x\ d\,x$. Ist die Konstante $a = e$, so ist $d\,e^x = e^x\ d\,x$ und $\frac{d\,e^x}{d\,x} = e^x$. Die Funktion e^x hat also die Eigenschaft sich durch Differentiation wieder zu erzeugen, indem das Differentialverhältniß derselben immer diese Funktion selbst ist.

§. 166. Läßt man den einem Winkel zugehörenden Bogen x um die verschwindend kleine Größe d x zunehmen, so ändert sich sein Sinus in $\sin.\ (x + d\,x)$ und es wird $d \sin.\ x = \sin.\ (x + d\,x) - \sin.\ x$ oder $\frac{d \sin.\ x}{d\,x} = \frac{\sin.\ (x + d\,x) - \sin.\ x}{d\,x}$ woraus nach §. 78 $\frac{d \sin.\ x}{d\,x} = \frac{2 \sin.\ \frac{1}{2}\,d\,x \cos.\ \frac{1}{2}\,(2\,x + d\,x)}{d\,x} = \frac{\sin.\ \frac{1}{2}\,d\,x}{\frac{1}{2}\,d\,x} \cos.$

$(x + \frac{1}{2}\,d\,x)$ und da wegen dem verschwindend kleinen Werthe von $d\,x$, $\frac{\sin.\frac{1}{2}\,d\,x}{\frac{1}{2}\,d\,x} = 1$ ist und $\cos.(x + \frac{1}{2}\,d\,x)$, $\cos.\,x$ zur Gränze hat:

$\frac{d\,\sin.\,x}{d\,x} = \cos.\,x$ und $d\,\sin.\,x = \cos.\,x\,d\,x$.

§. 166. Ebenso ist: $d\,\cos.\,x = \cos.(x + d\,x) - \cos.\,x$ und $\frac{d\cos.x}{d\,x} = \frac{\cos.(x+dx) - \cos.x}{d\,x} = \frac{2\,\sin.\frac{1}{2}(2\,x + dx).-\sin.\frac{1}{2}dx}{d\,x} = -\frac{\sin.\frac{1}{2}\,d\,x}{\frac{1}{2}\,d\,x}.\,\text{Sin.}\,(x + \frac{1}{2}\,d\,x)$, daher $\frac{d\,\cos.\,x}{d\,x} = -\sin.\,x$ und $d\,\cos.\,x = -\sin.\,x\,d\,x$.

Die Kenntniß der Differentiale der einfachen Funktionen setzt uns in den Stand, mit Hilfe der früher entwickelten allgemeinen Gesetze des Differenzirens, sämmtliche zusammengesetzte Funktionen zu differenziren, wie auch die höheren Differentiale derselben zu entwickeln.

Ich übergehe diese Entwickelung, weil ich in derselben nichts Neues geben kann. — Bemerken will ich nur, daß die in §. 33 entwickelten, die Konstanten betreffenden Sätze, wie auch der Satz, daß das Differentiale eines zusammengesetzten algebraischen Ausdruckes gleich ist der algebraischen Summe der Differentiale seiner einfachen Ausdrücke, hier allgemein auf bekannte einfache Art entwickelt werden müssen.

Es ist nämlich nach §. 156, wenn

1. $y = a + f(x)$ ist, $d\,y = a + f(x + d\,x) - [a + f(x)] = f(x + d\,x) - f(x) = d\,f(x)$; folglich $d\,[a + f(x)] = d\,f(x)$

2. $y = a\,f(x)$ gibt: $d\,y = a\,f(x + d\,x) - a\,f(x) = a\,[f(x + dx) - f(x)] = a d\,f(x)$; folglich $d\,a\,f(x) = a\,d f(x)$

3. $y = f(x) + F(x) - \varphi(x)$ gibt: $f(x + dx) + F(x + dx) - \varphi(x + dx) - [f(x) + F(x) - \varphi(x)] = f(x + dx) - f(x) + F(x + dx) - F(x) - [\varphi(x + dx) - \varphi(x)]$; folglich $dy = d\,[f(x) + F(x) - \varphi(x)] = d\,f(x) + d\,F(x) - d\,\varphi(x)$. —

Entwickelung der Funktionen nach ganzen Potenzen der veränderlichen Größen. Taylor'scher Lehrsatz.

§. 167. In den allgemeinen Ausdrücken für die Geschwindigkeit oder den Weg der geradlinigen veränderlichen Bewegungen (allgemeines und summatorisches Glied der Reihe) haben wir schon Größen, welche nach ganzen Potenzen der Veränderlichen entwickelt sind.

Um daher einen Ausdruck zur solchen Entwickelung einer beliebigen Funktion zu erhalten, brauchen wir nur einem von diesen Ausdrücken die allgemeine diesem Zwecke entsprechende Form zu geben.

Bilden wir das allgemeine Glied der Reihe:

$f(x) f(x + dx) f(x + 2dx) f(x + 3dx) \ldots f(x + ndx)$, deren erste Differenz. $d f(x)$, $d f(x + dx)$ u. s. w. die zweiten Differenz. $d^2 f(x)$ $d^2 f(x + dx)$ u. s. w. sind, indem wir diese Werthe in das §. 31 entwickelte allgemeine Glied: $c_{n+1} = c + \binom{n}{1} d^1 c + \binom{n}{2} d^2 c + \binom{n}{3} d^3 c + \ldots + d^n c$ substituiren, so erhalten wir:

$$f(x + ndx) = f(x) + nd f(x) + \frac{n(n-1)}{2} d^2 f(x) + \frac{n(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3} d^3 f(x) + \ldots + d^n f(x)$$ und durch Multiplikation und Division der Koëffizienten vom 3. Gliede angefangen respektive durch n, n^2, n^3, u. s. w.

$$f(x + ndx) = f(x) + nd f(x) + \frac{n^2 (1-\frac{1}{n})}{2} d^2 f(x) + \frac{n^3 (1-\frac{1}{n})(1-\frac{2}{n})}{2 \cdot 3} d^3 f(x) + \ldots + d^n f(x),$$ woraus durch Multiplikation und Division der Glieder vom zweiten angefangen respektive durch dx, dx^2, dx^3 u. s. w.

$$f(x + ndx) = f(x) + ndx \frac{d f(x)}{dx} + \frac{(ndx)^2 (1-\frac{1}{n})}{2} \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \frac{(ndx)^3 (1-\frac{1}{n})(1-\frac{2}{n})}{2 \cdot 3} \cdot \frac{d^3 f(x)}{dx^3} + \ldots + d^n f(x).$$

Man nehme an, n d x bleibe konstant und sei gleich h, und lasse gleichzeitig d x ohne Ende abnehmen dafür aber die Zahl n in gleichem Verhältnisse ohne Ende zunehmen. Da die vorige Gleichung bei dieser Annahme bestehen bleibt, so wird sie auch bestehen, wenn man für jedes ihrer Glieder diejenige Gränze setzt, der dasselbe bei fortwährender Abnahme von dx und Zunahme von n immer näher kommt. — Beim unendlichen Wachsen von n verschwinden aber die Brüche $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}$, $\frac{3}{n}$ u. s. w. und es wird

$$f(x + ndx) = f(x + h) = f(x) + h \frac{d f(x)}{dx} + \frac{h^2}{2} \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \frac{h^3}{2.3} \frac{d^3 f(x)}{dx^3} + \ldots$$ u. s. w. oder nach Bezeichnung von Lagrange:

$$f(x + h) = f(x) + h f'(x) + \frac{h^2}{2} f''(x) + \frac{h^3}{2.3} f'''(x) +$$

u. s. w., welcher Ausdruck den Namen der Taylor'schen Reihe führt. *)

Setzt man in diesem Ausdrucke $x = o$, bezeichnet den Werth, welchen dadurch $f(x)$ bekommt, durch $f(o)$ und setzt in den Ausdruck, den man dadurch erhält, x statt h, so erhält man:

$$f(x) = f(o) + x f'(o) + \frac{x^2}{2} f''(o) + \frac{x^3}{2.3} f'''(o) + \text{u. s. w.}$$

— die Maclaurin'sche Reihe. —

Diese Entwickelung der Taylor'schen Reihe ist aus dem Lehrbuch der Differentialrechnung von Navieu entnommen. — Die Untersuchung des Restes dieser Reihe muß hier übergangen werden.

§. 168. Um das allgemeine Gesetz für die Entwicklung der Funktionen von zwei unabhängigen Veränderlichen zu bestimmen, bilde man das allgemeine Glied der Reihe:

$f(xz)\ f(x + dx, z + dz)\ f(x + 2dx, z + 2dz)$ u. s. w., deren $n + 1$. Glied $f(x + ndx, z + ndz)$ ist, und die Differentiale im §. 157 bestimmt wurden, indem man die entsprechenden Werthe in das allgemeine Glied $c_{n+1} = c + ndc + \binom{n}{2} d^2c + \binom{n}{3} d^3c$ u. s. w. substuirt. Man erhält dann:

$$f(x + ndx, z + ndz) =$$

$$f(xz) + \frac{ndf(xz)}{dx}dx + \frac{n(n-1)}{2}\frac{d^2f(xz)}{dx^2}dx^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}\frac{d^3f(xz)}{dx^3}dx^3 + \ldots \&$$

$$+ \frac{ndf(xz)}{dz}dz + \frac{n(n-1)}{2}2\frac{d^2f(xz)}{dx\,dz}dx\,dz + \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}3\frac{d^3f(xz)}{dx^2\,dz}dx^2dz + \ldots \&$$

$$+ \frac{n(n-1)}{2}\frac{d^2f(xz)}{dz^2}dz^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}3\frac{d^3f(xz)}{dx\,dz^2}dx\,dz^2 + \ldots \&$$

$$+ \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}\frac{d^3f(xz)}{d'z^3}dz^3 + \ldots \&$$

Multiplizirt und dividirt man die Glieder dieses Ausdruckes vom dritten angefangen respektive mit n, n^2, n^3 u. s. w. so erhält man:

$$f(x + ndx, z + ndz) = f(xz)$$

$$+ \frac{df(xz)}{dx}ndx + \frac{(1-\frac{1}{n})\,d^2f(xz)}{dx^2}\cdot\frac{(ndx)^2}{2} + \frac{(1-\frac{1}{n})(1-\frac{2}{n})\,d^3f(xz)}{dx^3}\cdot\frac{(ndx)^3}{2.3} + \&$$

$$+ \frac{df(xz)}{dz}ndz + \frac{(1-\frac{1}{n})\,d^2f(xz)}{dx\,dz}\,ndx\,ndz + \frac{(1-\frac{1}{n})(1-\frac{2}{n})\,d^3f(xz)}{dx^2\,dz}\cdot\frac{(ndx)^2ndz}{2} + \&$$

$$+ \frac{(1-\frac{1}{n})\,d^2f(xz)}{dz^2}\cdot\frac{(ndz)^2}{2} + \frac{(1-\frac{1}{n})(1-\frac{2}{n})\,d^3f(xz)}{dx\,dz^2}\cdot\frac{ndx\,(ndz)^2}{2} + \&$$

$$+ \frac{(1-\frac{1}{n})(1-\frac{2}{n})\,d^3f(xz)}{dz^3}\cdot\frac{(ndz)^3}{2.3} + \&$$

Denkt man sich, wie im §. 167, daß, während in ndx und ndz dx und dz ohne Ende abnehmen, n ohne Ende so zunimmt, daß $ndx = h$

*) Vergleiche mit dem entwickelten allgemeinen Ausdrucke für die Geschwindigkeit einer beliebig veränderlichen Bewegung §. 31.

und ndz = k dabei stets konstant bleiben; so verschwinden beim vollständigen Uebergang zur Gränze, die Brüche $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}$ u. s. w. und der obige Ausdruck übergeht in:

$$f(x+h, z+k) = f(xz)$$
$$+ \frac{d f(xz)}{dx} h + \frac{d^2 f(xz)}{dx^2} \cdot \frac{h^2}{2} + \frac{d^3 f(xz)}{dx^3} \cdot \frac{h^3}{2.3} + \&$$
$$+ \frac{d f(xz)}{dz} k + \frac{d^2 f(xz)}{dx\, dz} hk + \frac{d^3 f(xz)}{dx^2\, dz} \cdot \frac{h^2 k}{2} + \&$$
$$+ \frac{d^2 f(xz)}{dz^2} \frac{k^2}{2} + \frac{d^3 f(xz)}{dx\, dz^2} \cdot \frac{hk^2}{2} + \&$$
$$+ \frac{d^3 f(xz)}{dz^3} \cdot \frac{k^3}{2.3} + \&$$

der für zwei unabhängige Veränderliche erweiterte Taylor'sche Lehrsatz.

Setzt man in diesem Ausdrucke x = o und z = o, bezeichnet den Werth, welchen f (x z) dadurch erhält, durch f (o) und setzt in den Ausdruck, den man dadurch erhält x statt h und z statt k, so erhält man die für zwei unabhängige Veränderliche erweiterte Maklaurin'sche Reihe.

Wie die beiden Reihen für mehre unabhängige Veränderliche sich erweitern, ist aus dem Entwickelten ersichtlich.

Sind dabei die Variablen von anderen abhängig, so müssen sie nach §. 160 behandelt werden.

§. 169. Mittelst Anwendung dieser Reihen lassen sich sämmtliche Funktionen nach ganzen Potenzen ihrer veränderlichen Größen entwickeln.

Diese Entwickelung der Funktionen, sowie alles was sich darauf bezieht, übergehe ich in diesem Grundrisse, indem sie mit dem in der Wissenschaft der Mathematik bereits Vorhandenen gänzlich zusammenfallen würde.

§. 170. Aus dem nämlichen Grunde übergehe ich die Entwicklung der Elementarintegrale und der verschiedenen Integrationsmethoden, die am entsprechendsten hier ihren Platz findet und will nur die analytische Untersuchung der krummlinigen Bewegungen und ihrer Beziehungen zu einander und den geraden Linien, die auch mit der in der Wissenschaft bereits Vorhandenen zusammenfallen muß, kurz einleiten.

Analytische Untersuchung der krummlinigen Bewegungen und ihrer Beziehungen zu einander und den geraden Linien.

Das Steigen oder Fallen der krummen Linien.

§. 171. Der allgemeine Ausdruck des Verhältnisses der Komponenten zu einander gibt den algebraischen Ausdruck der aus ihnen resultirenden krummlinigen Bewegung.

Aus diesem könnte die geometrische Konstruktion der krummlinigen Bewegung selbst geschehen, wenn man für die unabhängigen Variablen stetig nacheinander die Werthe zwischen o und ∞ oder zwischen $-\infty$ und $+\infty$ annehmen, die entsprechenden Werthe der abhängigen Variablen berechnen und durch entsprechende Konstruktionen die nacheinanderfolgenden Punkte der krummen Linie verzeichnen würde.

Die Gestalt der durch einen algebraischen Ausdruck gegebenen krummlinigen Bewegung kann man aber schon aus den Differentialverhältnissen der Komponenten entnehmen.

So kann man, wenn der algebraische Ausdruck einer krummen Linie $y = f(x)$ ist, das Steigen oder Fallen derselben in der Nähe eines bestimmten Punktes, wie auch diejenige Seite, nach welcher sie in der Nähe dieses Punktes ihre Konvexität oder Konkavität wendet, aus dem bloßen Vorzeichen entnehmen, welches die beiden Differentialverhältnisse der ersten und zweiten Ordnung $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{d^2y}{dx^2}$ für den betreffenden Werth von x annehmen.

Wächst nämlich in der Nähe eines Punktes eine Komponente, während die andere ebenfalls wächst, oder nimmt die eine mit dem Abnehmen der anderen ab; so ist offenbar die Bewegung in der Nähe dieses Punktes im Steigen begriffen. Dann sind aber die Differentiale der beiden Komponenten in der Nähe dieses Punktes im ersten Falle beide positiv, im zweiten Falle beide negativ, also das Differentialverhältniß in beiden Fällen positiv.

Das positive Vorzeichen des Differentialverhältnisses $\frac{dy}{dx}$ in der Nähe eines Punktes deutet also auf das Steigen der Bewegung oder Linie in der Nähe dieses Punktes.

Wächst aber in der Nähe eines Punktes die eine Komponente, während die andere abnimmt, so ist die betreffende Bewegung oder Linie in der Nähe dieses Punktes offenbar im Fallen begriffen. Dann ist aber das Vorzeichen des Differentialverhältnisses in der Nähe dieses Punktes negativ.

Das negative Vorzeichen des Differentialverhältnisses $\frac{dy}{dx}$ in der Nähe eines Punktes deutet also auf das Fallen der Bewegung oder Linie in der Nähe dieses Punktes.

Dieß ist in Bezug auf das primitive Steigen oder Fallen einer Bewegung oder Linie, indem es den primitiven oder ersten Differenzen ihrer Komponenten entspricht.

Das entwickelte Gesetz gilt auch für die geradlinige Bewegung, indem bei dieser die ersten Differentialverhältnisse vorkommen. Es ist für diese Bewegung erschöpfend, weil bei derselben alle nachfolgenden Differentialverhältnisse Null sind. Die gerade Linie hat so nur ein Steigen oder Fallen,

und dieses ist durch das Vorzeichen des Differentialverhältnisses gänzlich gegeben. —

Für die krummlinige Bewegung gibt das Vorzeichen des ersten Differentialverhältnisses nur das primitive Steigen oder Fallen, indem von dem Ausdrucke ihrer Krümmung in dem ersten Differentialverhältnisse gar nichts vorkommt, sondern derselbe erst in den weiteren Differentialverhältnissen enthalten ist.

Man erkennt, ohne die obige Untersuchung für das Vorzeichen des zweiten Differentialverhältnisses zu wiederholen, daß das positive Vorzeichen des zweiten Differentialverhältnisses auf ein in dem primitiven Steigen oder Fallen der Bewegung oder Linie enthaltenes zweites Steigen oder das Steigen der zweiten Ordnung, — und ebenso das negative Vorzeichen auf das Fallen der zweiten Ordnung deutet.

Das Vorhandensein des Steigens oder Fallens in dem schon vorhandenen Steigen oder Fallen macht eben die Krümmung aus; diese ist offenbar, wenn das Steigen der zweiten Ordnung vorkommt, also das zweite Differentialverhältniß positiv ist, gegen die der unabhängigen Variablen x entsprechende Komponente konvex, im entgegengesetzten Falle konkav.

Ebenso deuten die Vorzeichen der weiteren Differentialverhältnisse auf die in der vorigen vorhandenen weiteren konvexen oder konkaven Krümmungen, die aber alle unserer Anschauung entgehen.

Maxima und Minima der Funktionen.

§. 172. Aus dem Vorzeichen der Differentialverhältnisse kann man ebenso entnehmen, wann eine durch $y = f(x)$ oder $y = f(x, z \,\&)$ gegebene krummlinige Bewegung im Uebergange vom Steigen zum Fallen oder umgekehrt vom Fallen zum Steigen begriffen ist, d. i. wann der Werth der abhängigen Variablen y vom Wachsen zum Abnehmen oder vom Abnehmen zum Wachsen übergeht, wann dieser Werth ein Maximum oder Minimum wird.

Soll $y = f(x)$ für $x = a$ ein Maximum sein, so muß $f(a)$ größer sein, als $f(a + h)$ und $f(a - h)$, wo h so klein gedacht werden kann, als man nur will.

Entwickelt man $f(x + h)$ nach der Taylor'schen Reihe und bricht die Entwickelung mit dem dritten Gliede ab, so erhält man:

$f(x + h) = f(x) + \frac{d f(x)}{dx} h + \frac{d^2 f(x + \Theta h)}{dx^2} \frac{h^2}{2}$, wo das letzte Glied den Rest der Reihe und Θ eine zwischen 0 und 1 enthaltene Zahl vertritt.

Soll nun für einen Werth $x = a$, $f(a)$ größer sein als $f(a + h)$ und als $f(a - h)$; so muß, da das zweite Glied, wenn man h beliebig klein werden läßt, immer von dem dritten Gliede größer gemacht werden

kann, und dieses Glied, da in demselben h in der ersten Potenz vorkommt, auf keinen Fall ebenso für $+$ h wie $-$ h negativ ausfallen kann.

$\frac{d f(\alpha)}{dx} = 0$ und $\frac{d^2 f(\alpha)}{dx^2}$ negativ sein, weil nur in diesem Falle $f(\alpha) = f(\alpha \pm h) + \frac{d^2 f(x \pm \Theta h)}{dx^2} \frac{h^2}{2}$, also $f(\alpha) > f(\alpha \pm h)$ ist. Es findet also, wenn für $x = a$, $\frac{d f(x)}{dx} = 0$ und $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$ negativ ist ein Maximum der Funktion statt.

Daraus ist auch ersichtlich, daß für $x = a$, $f(x)$ ein Minimum ist, wenn für diesen Werth $\frac{d f(x)}{dx} = 0$ und $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$ positiv ist.

Sollen also für $y = f(x)$ die Werthe gefunden werden, für welche diese Funktion ein Maximum oder Minimum wird, so bilde man $\frac{d f(x)}{d x}$ und setze es gleich Null, löse diese Gleichung in Bezug auf x auf, und substituire diese Werthe in $\frac{d^2 f(x)}{d x}$. Für diejenigen Werthe, welche diese Funktion negativ machen, ist $y = f(x)$ ein Maximum, für diejenigen, welche sie positiv machen, ein Minimum.

Sollte für diese Werthe auch das zweite Differentialverhältniß zu Null werden, so kann auf die nämliche Art gezeigt werden, daß dann für ein Maximum oder Minimum der Funktion auch das dritte Differentialverhältniß $= 0$ und das vierte negativ oder positiv werden muß u. s. w.

§. 173. Soll eine von zwei unabhängigen Veränderlichen abhängige Funktion $y = f(x, z)$ für $x = a$ und $z = b$ ein Maximum sein, so muß $f(a, b)$ größer sein, als $f(a - h, b - k)$ und $f(a + h, b + k)$ wo h und k so klein gedacht werden können, als man nur will.

Entwickelt man $f(x + h, z + k)$ nach der Taylor'schen Reihe und bricht die Entwickelung mit dem dritten Gliede ab, so erhält man:

$$f(x + h, z + k) = f(xz) + \frac{d f(xz)}{dx} h + \frac{d^2 f(x + \Theta h, z + \Theta k)}{dx^2} \frac{h^2}{2}$$
$$+ \frac{d f(xz)}{dz} k + \frac{d^2 f(x + \Theta h, z + \Theta k)}{dx\, dz} hk$$
$$+ \frac{d^2 f(x + \Theta h, z + \Theta k)}{dz^2} \frac{k^2}{2}$$

wo das dritte Glied den Rest der Reihe und Θ eine zwischen 0 und 1 enthaltene Zahl vertritt.

Soll für $x = a$ und $z = b$, $f(xz)$ größer sein als $f(x - h, z - k)$ und auch größer als $f(x + h, z + k)$, so muß ebenso für $-$ h und $-$ k

wie $+$ h und $+$ k die Summe der beiden letzten Glieder der Reihe negativ ausfallen. Da das zweite Glied, wenn man h und k beliebig klein werden läßt, immer von dem dritten größer gemacht werden kann, dasselbe aber, weil es h und k in der ersten Potenz als Faktoren in sich enthält, auf keinen Fall ebenso für $+$ h und $+$ k wie $-$ h und $-$ k negativ werden kann, so muß es gleich Null sein, was wegen der Unabhängigkeit der beiden Differentialverhältnisse von einander, nur dann möglich ist, wenn $\frac{d f(xz)}{dx} = 0$ und $\frac{d f(xz)}{dz} = 0$ ist.

Das dritte Glied muß also für sich selbst negativ sein. — Um zu bestimmen wann dieß stattfindet, untersuche man statt demselben, weil sein Vorzeichen von den Größen Θh und Θk unabhängig ist, den Ausdruck:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{d^2 f(xz)}{dx^2}h^2 + 2\frac{d^2 f(xz)}{dx\,dz}hk + \frac{d^2 f(xz)}{dz^2}k^2\right]$$ oder

$\frac{1}{2}(Ph^2 + 2\,Qhk + Rk^2)$, wo P, Q und R die Differentialverhältnisse vertreten.

Bringt man diesen Ausdruck durch Addition und Subtraktion der Größe $\frac{Q^2 k^2}{2P}$ auf die Form $\frac{1}{2} P (h + \frac{Qk}{P})^2 + \frac{1}{2} k^2 \left(\frac{PR - Q^2}{P}\right)$ und zugleich durch Addition und Subtraktion der Größe $\frac{Q^2 h^2}{2R}$ auf die Form: $\frac{1}{2} R (k + \frac{Q}{R} h)^2 + \frac{1}{2} h^2 \left(\frac{PR - Q^2}{R}\right)$, so müssen diese beiden dem vorigen gleichen Ausdrücke negativ sein. — Da die Faktoren $(h + \frac{Q}{P} k)^2$ und k^2 im ersten, $(k + \frac{Q}{R} h)^2$ und h^2 im zweiten Ausdrucke immer positiv sind; so können nur die beiden Ausdrücke negativ sein, wenn einzeln P und R negativ und $\frac{PR - Q^2}{P}$ wie auch $\frac{PR - Q^2}{R}$ einzeln $= 0$ oder negativ sind, welches letztere, da P und R negativ sein müssen, dann stattfindet, wenn $PR - Q^2 = 0$ oder positiv ist.

Es ist also f (xz) für $x = a$, $y = b$ ein Maximum, wenn für diese Werthe $\frac{d f(xz)}{dx}$ und $\frac{d f(xz)}{dz}$ gleich Null, $\frac{d^2 f(xz)}{dx^2}$ und $\frac{d^2 f(xz)}{dz^2}$ negativ und $\frac{d^2 f(xz)}{dx^2} \cdot \frac{d^2 f(xz)}{dz^2} - \left(\frac{d^2 f(xz)}{dx\,dz}\right)^2 = 0$ oder positiv ist.

Daraus ist auch ersichtlich, daß für $x = a$, $z = b$, f (xz) ein Minimum wird, wenn für diese Werthe die ersten partiellen Differential-

verhältnisse dieser Funktion gleich Null, die zweiten positiv, und

$$\frac{d^2 f(xz)}{dx^2} \cdot \frac{d^2 f(xz)}{dz^2} - \left(\frac{d^2 f(xz)}{dx\, dz}\right)^2 = 0 \text{ oder positiv ist.}$$

Dieß gibt das Gesetz wie man die Maxima und Minima einer von zwei unabhängigen Veränderlichen abhängigen Funktion aufsuchen soll.

Für den Fall, daß für diese Werthe beide Glieder zu Null werden, verfahre man auf die nämliche Art mit den nachfolgenden zwei Gliedern u. s. w. Auf die nämliche Art findet man die Bedingungen für das Maximum und Minimum einer Funktion von mehren unabhängigen Veränderlichen.

Ist die Funktion von abhängigen Veränderlichen abhängig, so muß dabei der §. 158 berücksichtigt werden.

Bewegungen oder Linien der zweiten Ordnung.

§. 174. In §. 147 haben wir die aus einer gleichförmigen und einer beliebig veränderlichen nicht in die rückgängige übergehenden Bewegung resultirenden krummlinigen Bewegungen erhalten und dabei erkannt, daß die letzteren sich in ihren allgemeinen Ausdrücken nach dem höchsten Exponenten der unabhängigen Veränderlichen von einander qualitativ unterscheiden, indem von diesem der Grad der Veränderlichkeit des Verhältnisses der verschwindenden Aenderungen der Komponenten abhängt.

Dasselbe Merkmal muß überhaupt bei denjenigen allgemeinen Ausdrücken der krummlinigen Bewegungen, deren veränderliche Größen in Potenzform erscheinen, den Unterschied der durch dieselben dargestellten Bewegungen selbst angeben, was die Eintheilung sowohl dieser Ausdrücke, als auch der durch dieselben dargestellten Bewegungen nach diesem Merkmale begründet.

So werden die Gleichungen nach dem höchsten Exponenten der in denselben vorkommenden veränderlichen Größen in Gleichungen des ersten, zweiten & Grades und die denselben entsprechenden Bewegungen oder Linien in Bewegungen oder Linien der ersten, zweiten & Ordnung eingetheilt.

Unter den Bewegungen oder Linien der ersten Ordnung werden daher diejenigen Bewegungen oder Linien verstanden, in deren allgemeinem Ausdrucke die veränderlichen Größen nur in der ersten Potenz vorkommen. Dieß sind also die schon behandelten geradlinigen Bewegungen oder die geraden Linien.

Die Bewegungen oder Linien der zweiten Ordnung sind jene, in deren algebraischen Ausdrücken die veränderlichen Größen nicht in der höheren als zweiten Potenz vorkommen. —

Die allgemeine Gleichung der Bewegungen oder Linien der zweiten Ordnung ist also: $Ay^2 + Bxy + Cx^2 + Dy + Ex + F = 0$.

Wir wollen die Untersuchung dieser Bewegungen oder Linien, wie es gewöhnlich zu geschehen pflegt, mit der Untersuchung der einfacheren Gleichung $y^2 = px + nx^2$ beginnen.

§. 175. Aus dem Ausdrucke $y^2 = px + nx^2$ erhalten wir $y = \pm \sqrt{[px + nx^2]}$. Beziehen wir diesen Ausdruck auf rechtwinkelige Axen und lassen x alle möglichen positiven und negativen Werthe annehmen, so sehen wir:

1. Daß für $x = 0$ auch $y = 0$ wird. Die durch $y^2 = px + nx^2$ vorgestellte krumme Linie geht also durch den Anfangspunkt der Ordinaten.

2. Für $y = 0$ wird $\pm \sqrt{[px + nx^2]} = 0$ folglich $px + nx^2 = 0$, $nx^2 = -px$, $x = -\frac{n}{p}$. Es schneidet somit die krumme Linie in der Entfernung $-\frac{n}{p}$ ebenfalls die Abszissenaxe.

3. Einem jeden positiven Werthe von x entsprechen zwei gleiche und entgegengesetzte Werthe von y, also jeder positiven Abszisse zwei gleiche und entgegengesetzte Ordinaten. Es theilt daher die Abszissenaxe nach ihrer positiven Seite die krumme Linie in zwei kongruente Hälften, welche im Anfangspunkte der Koordinatenaxen zusammenkommen.

4. Für $x < -\frac{p}{n}$ wird $x^2 < -\frac{p}{n}x$, daher auch $nx^2 < -px$, folglich $y = \pm \sqrt{[-px + nx^2]}$ immaginär. Es kommen also zwischen dem Anfangspunkte der Koordinatenaxen und der Entfernung $x = -\frac{p}{n}$ keine Punkte der Kurve vor.

5. Für $x > -\frac{p}{n}$ wird $nx^2 > -px$, daher $y = \pm \sqrt{[-px + nx^2]}$ immer reel. Es entsprechen von dem Punkte $x = -\frac{p}{n}$ angefangen, jeder Abszisse zwei gleiche einander entgegengesetzte Ordinaten, daher theilt die Abszissenaxe auch auf der negativen Seite die krumme Linie in zwei kongruente Hälften.

6. Aus $y = \pm \sqrt{[px + nx^2]}$ sehen wir auch, daß y für jede Zunahme von x fortwährend wächst, daher die krumme Linie auf keiner Seite der Abszissen oder Ordinatenaxe zu einem Maximum kommt. Die krumme Linie hat also auf der positiven und negativen Seite der Abszissenaxe zwei unendliche Aeste, von denen die ersteren im Anfangspunkte der Ordinatenaxen und die letzteren im Punkte $x = -\frac{p}{n}$ und $y = 0$ zusammenkommen.

Eine solche krumme Linie wird eine Hyperbel; die Punkte, in welchen die Hyperbel die Abszissenaxe schneidet, die Scheitel der Hyperbel; der Theil der Abszissenaxe zwischen den beiden Scheiteln die Hauptaxe; der die Hauptaxe halbirende Punkt der Mittelpunkt der Hyperbel genannt.

§. 176. In dem allgemeinen Ausdrucke $y^2 = px + nx^2$ stellen die Buchstaben p und n bestimmte Werthe vor, welche beliebig sein können. Ist $n = 0$, so wird $y^2 = px$ und $y = \pm \sqrt{px}$.

In diesem Ausdrucke ist:

1. Für $x = 0$ auch $y = 0$; die krumme Linie geht also durch den Anfangspunkt der Ordinatenaxen.

2. Für jeden negativen Werth von x ist y immaginär. Es befindet sich daher kein Punkt der krummen Linie auf der negativen Seite der Abszissenaxe.

3. Für jeden positiven Werth von x hat y zwei gleiche einander entgegengesetzte Werthe. Es entsprechen also jeder Abszisse zwei entgegengesetzte Ordinaten; die krumme Linie besteht aus zwei zu beiden Seiten der Abszissenaxe liegenden kongruenten Theilen.

4. Mit jeder Zunahme von x nimmt auch y zu. Die krumme Linie besteht daher aus zwei unendlichen Aesten, welche im Anfangspunkte der Ordinatenaxen zusammenkommen.

Eine solche Linie wird eine Parabel; der Punkt der Parabel, welcher die Abszissenaxe schneidet, der Scheitel derselben genannt.

§. 177. Ist n negativ, so ist $y^2 = px - nx^2$ und $y = \pm \sqrt{(px - nx^2)}$. — In diesem Ausdrucke wird:

1. Für $x = 0$ auch $y = 0$. Die krumme Linie geht daher durch den Anfangspunkt der Ordinatenaxen.

2. Für $y = 0$ ist auch $px - nx^2 = 0$, woraus $nx^2 = px$, $x = \frac{p}{n}$. Die krumme Linie schneidet also die Abszissenaxe auf der positiven Seite in der Entfernung $\frac{p}{n}$.

3. Für x negativ ist y immer immaginär. Es befindet sich daher auf der negativen Seite der Abszissenaxe kein Punkt der krummen Linie.

4. Für jeden positiven Werth von x bekommt y zwei gleiche einander entgegengesetzte Werthe. Die Abßissenaxe theilt also die krumme Linie in zwei kongruente Theile.

5. Läßt man x von 0 angefangen stufenweise zunehmen, so nimmt auch y bis zu einem gewissen Werthe von x immer zu. Mit diesem Werthe erhält y sein Maximum.

Differenziren wir den Ausdruck $y = \sqrt{(px - nx^2)}$, so bekommen wir $\frac{dy}{dx} = \frac{p - 2nx}{2\sqrt{(px - nx^2)}}$. Für ein Maximum muß $\frac{dy}{dx} =$

$\frac{p - 2nx}{2\sqrt{(px - nx^2)}} = 0$ sein, woraus $p - 2nx = 0$ und $x = \frac{p}{2n}$.

Die Ordinate bekommt also für $x = \frac{p}{2n}$ auf der positiven und negativen Seite ihren größten Werth, von dem sie wieder abnimmt. Substituirt man den obigen Werth von x in den Ausdruck $y^2 = px - nx^2$, so erhält man: $y^2 = \frac{p^2}{2n} - \frac{p^2}{4n} = \frac{p^2}{4n}$, daher $y = \frac{p}{2\sqrt{n}}$ das Maximum der Ordinate.

Der Ausdruck $y^2 = px - nx^2$ stellt also eine krumme in sich selbst zurückkehrende Bewegung oder Linie vor. — Diese Linie wird eine Elipse; die Punkte, in welchen sie die Abszissenaxe schneidet, ihre Scheitel; die Abszissenaxe zwischen den beiden Scheiteln die Hauptaxe, die Mitte derselben der Mittelpunkt und die doppelte große Ordinate, welche durch diesen Mittelpunkt geht, die kleine Axe der Elipse genannt.

§. 178. Ein besonderer Fall der Elipse wäre derjenige, wo die beiden Axen einander gleich wären. — Für diesen Fall würde also $\frac{p}{2n} = \frac{p}{2\sqrt{n}}$, daher $2n = 2\sqrt{n}$ folglich $n = 1$ sein.

Der algebraische Ausdruck einer solchen Elipse ist also: $y^2 = px - x^2$. Differenziren wir diesen Ausdruck, so erhalten wir $2y\,dy = pdx - 2x\,dx$, $\frac{dy}{dx} = \frac{p - 2x}{2y}$. Für $p - 2x = 0$ oder $x = \frac{p}{2}$ findet daher ein Maximum statt. Setzt man diesen Werth in $y^2 = px - x^2$, so erhält man auch $y = \pm\frac{p}{2}$.

§. 179. Setzt man die halbe große Axe der Elipse $\frac{p}{2n} = a$ und die halbe kleine Axe $\frac{p}{2\sqrt{n}} = b$, so wird $p = 2an$ und auch $p = 2b\sqrt{n}$, daher $2an = 2b\sqrt{n}$, $a^2 n^2 = b^2 n$, $n = \frac{b^2}{a^2}$ und $p = \frac{2b^2}{a}$. — Substituirt man diese Werthe in die Gleichung der Elipse $y^2 = px - nx^2$, so wird $y^2 = \frac{2b^2}{a} x - \frac{b^2}{a^2} x^2$, $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax - x^2)$, die Gleichung der Elipse durch ihre Axen ausgedrückt.

Sind die beiden Axen einander gleich, so ist $\frac{b^2}{a^2} = 1$ und $y^2 = 2ax - x^2$.

§. 180. Da die Gleichung der Hyperbel von jener der Elipse sich nur durch das positive Vorzeichen des Koëfficienten n unterscheidet, so ist der algebraische Ausdruck der Hyperbel durch ihre Axen: $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax + x^2)$

wo a die halbe Haupt- oder Queraxe und b eine im Mittelpunkte derselben senkrechte Linie von bestimmter Länge vorstellt. Diese senkrechte Linie wird die konjungirte Axe der Hyperbel genannt.

Dem besonderen Fall einer Elipse von gleichen Axen entspricht eine solche Hyperbel; diese Hyperbel wird eine gleichseitige genannt. Der algebraische Ausdruck einer solchen Hyperbel wird wegen $a = b$, $y^2 = 2ax + x^2$ oder nach §. 178 wegen $n = 1$, $y^2 = px + x^2$, daher für diese Hyperbel $p = 2a$.

§. 181. Aus dem Ausdrucke $\frac{p}{2n} = a$ (§. 179) folgt $n = \frac{p}{2a}$. Substituiren wir diesen Werth in die ursprünglichen Gleichungen der Elipse und Hyperbel, so erhalten wir für die Elipse: $y^2 = p(x - \frac{x^2}{2a})$ und für die Hyperbel: $y^2 = p(x + \frac{x^2}{2a})$. Die konstante Größe p wird in den Gleichungen der Linien der zweiten Ordnung der Paramater und die Gleichungen dieser Kurven, in welchen außer dem Parameter nur noch die Halbaxe 2a vorkommen kann, eine Parametergleichung derselben genannt.

Vergleichen wir die Parametergleichungen sämmtlicher Linien der zweiten Ordnung mit einander, so sehen wir, daß dieselben bei verschiedenen Werthen der großen Axe in einander übergehen. So entsteht aus der Elipse eine Hyperbel, wenn ihre große Axe 2a negativ wird und beide Kurven verwandeln sich in eine Parabel, wenn ihre große Axe unendlich groß wird, weil dann in beiden Gleichungen $\frac{x^2}{2a} = 0$ wird. Für $2a = p$ wird die Elipse und Hyperbel gleichseitig.

§. 182. In den vorhergehenden Paragrafen sind die entwickelten Linien der zweiten Ordnung auf rechtwinkelige Axen im Scheitel dieser Linien bezogen, weßwegen die obigen Gleichungen die Scheitelgleichungen dieser Linien genannt werden.

Beziehen wir die Elipse und Hyperbel auf rechtwinkelige Axen, deren Anfangspunkt im Mittelpunkte dieser Linien sich befindet.

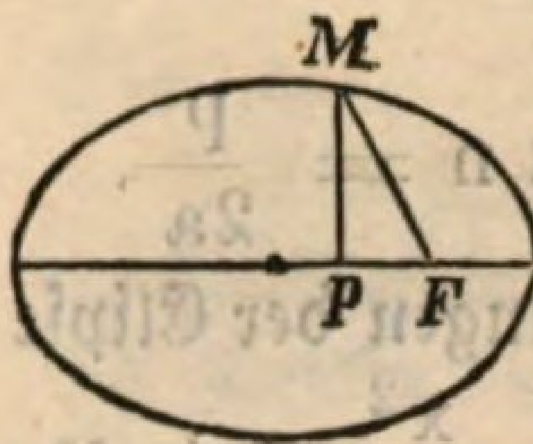
Die Abszisse eines jeden Punktes auf den vorigen Anfangspunkt bezogen, wird bei der Elipse um die halbe Axe größer und bei der Hyperbel um die halbe Axe kleiner als bei dem jetzigen Anfangspunkte der Axen. Setzt man also in der Scheitelgleichung der Elipse $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax - x^2)$, $x = x + a$ und in der Scheitelgleichung der Hyperbel $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax + x^2)$, $x = x - a$; so bekommt man: $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$ oder $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ als Mittelpunktsgleichung der Elipse — und $y^2 =$

$\frac{b^2}{a^2}(x^2 - a^2)$ oder $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ als Mittelpunktsgleichung der Hyperbel.

Für die gleichseitige Elipse und Hyperbel werden also die Mittelpunktsgleichungen $x^2 + y^2 = a^2$ und $x^2 - y^2 = a^2$ sein.

§. 183. Es sei F, Fig. 30, ein Punkt der großen Axe der Elipse, dessen Abstand vom Mittelpunkte gleich e ist. Verbindet man ihn mit einem Punkte M der Elipse, dessen Ordinaten x und y sind und setzt die Verbindungslinie FM = r, so wird in dem Dreiecke FMP: $r^2 = (e - x)^2 + y^2$ und $r = \pm\sqrt{[(e - x)^2 + y^2]}$. Setzt man hier statt y^2 dessen Werth und Kürze halber $1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = k$, so wird r

F.g. 30.



$= \pm\sqrt{[e^2 + b^2 - 2ex + kx^2]}$ oder $r = \pm\sqrt{\left[k\left(x^2 - \frac{2ex}{k} + \frac{e^2 + b^2}{k}\right]\right.}$. Dieser Ausdruck wird in Beziehung auf x rational, wenn die eingeklammerte Größe ein vollständiges Quadrat ist, was nur dann eintrifft, wenn $\frac{e^2 + b^2}{k} = \frac{e^2}{k^2}$ oder $e^2(1 - k) = kb^2$ und für k den Werth substituirt: $\frac{e^2 b^2}{a^2} = b^2\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)$ daher $e = \pm\sqrt{(a^2 - b^2)}$ ist.

Es sind also nur zwei Punkte der großen Axe zu beiden Seiten des Mittelpunktes in der Entfernung $\sqrt{(a^2 - b^2)}$ von demselben, für welche r in Beziehung auf x rational ist. Sie werden Brennpunkte der Elipse und ihre Entfernung vom Mittelpunkte $e = \pm\sqrt{(a^2 - b^2)}$ die Exzentrizität der Elipse genannt.

Für diese Punkte erhält man durch Substitution der entsprechenden Werthe für e und k: $r = \pm\sqrt{\left[a^2 - 2x\sqrt{(a^2 - b^2)} + \frac{(a^2 - b^2)x^2}{a^2}\right]}$ oder $r = \pm a \mp \frac{x\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$ der Ausdruck für die Entfernung der Brennpunkte von einem beliebigen Punkte der Elipse. Diese Entfernung FM = r wird der Radiusvektor genannt.

Da der Werth desselben nur positiv sein kann und in der Elipse die Abszisse $x < a$ und ebenso $e = \sqrt{(a^2 - b^2)} < a$, daher $\frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a} < 1$ und $\frac{x\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a} > a$ ist, so kann für die Elipse nur das positive Vorzeichen von a gelten. — Die beiden Werthe von r sind also

$r_1 = a - \frac{x \sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$ und $r_2 = a + \frac{x \sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$, woraus $r_1 + r_2 = 2a$; die Summe der von den beiden Brennpunkten an einem beliebigen Punkt der Elipse gezogenen Radienvektoren ist immer der großen Axe der Elipse gleich.

§. 184. Aus den in §. 182 entwickelten Mittelpunktsgleichungen der Elipse und Hyperbel sieht man, daß die erste in die zweite übergeht, wenn man das Vorzeichen von b^2 in das entgegengesetzte verwandelt.

Um daher die Ausdrücke für die Exzentrizität und die beiden Radienvektoren der Hyperbel zu erhalten, brauchen wir nur in denselben Ausdrücken für die Elipse das Vorzeichen von b^2 in das entgegengesetzte zu verwandeln.

Es wird also bei der Hyperbel $e = \pm \sqrt{(a^2 + b^2)}$ und $r = \pm a \mp \frac{x \sqrt{(a^2 + b^2)}}{a}$.

Da hier der Werth von r ebenfalls nur positiv sein kann, hingegen die Abszisse $x > a$ und ebenso die Exzentrizität $\sqrt{(a^2 + b^2)} > a$, folglich $\frac{x \sqrt{(a^2 + b^2)}}{a} > a$ ist, so kann $\frac{x \sqrt{(a^2 + b^2)}}{a}$ nur positiv sein, daher ist: $r_1 = \frac{x \sqrt{(a^2 + b^2)}}{a} + a$ und $r_2 = \frac{x \sqrt{(a^2 + b^2)}}{a} - a$, woraus $r_1 - r_2 = 2a$. Es ist also bei der Hyperbel der Unterschied der beiden zu einem beliebigen Punkte gezogenen Radienvektoren gleich der Hauptaxe.

§. 185. In der gleichseitigen Elipse wird wegen $a = b$, $e = 0$ und $r_1 = r_2 = a$. Es fallen daher die beiden Brennpunkte im Mittelpunkte zusammen und es ist die Entfernung eines jeden Punktes dieser Elipse vom Mittelpunkte gleich der halben großen Axe. Diese Elipse ist also nichts Anderes als der Kreis vom Halbmesser a, daher ist die im §. 179 entwickelte Gleichung $y^2 = 2ax - x^2$ die Scheitelgleichung und die im §. 182 $y^2 + x^2 = a^2$ die Mittelpunktsgleichung eines Kreises vom Halbmesser a. — Für den Halbmesser r wird $y^2 = 2rx - x^2$ und $y^2 + x^2 = r^2$. In der gleichseitigen Hyperbel ist $e = \pm a \sqrt{2}$, und wenn die halbe große Axe $a = 1$ genommen wird, $e = \pm \sqrt{2}$.

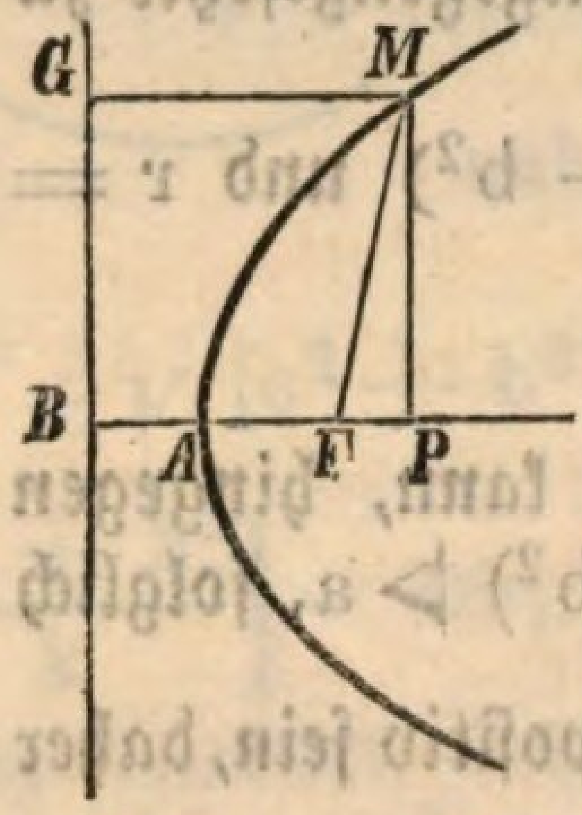
§. 186. Der Abstand der beiden Brennpunkte von einem Scheitel der Elipse ist: $AF = a + \sqrt{(a^2 - b^2)}$ und $AF' = a - \sqrt{(a^2 - b^2)}$ und beziehungsweise durch $a - \sqrt{(a^2 - b^2)}$ und $a + \sqrt{(a^2 - b^2)}$ multiplizirt und dividirt:

$AF = \frac{b^2}{a - \sqrt{(a^2 - b^2)}}$, $AF' = \frac{b^2}{a + \sqrt{(a^2 - b^2)}}$ für $b^2 = \frac{ap}{2}$

gesetzt: $AF = \frac{\frac{1}{2}p}{1 - \sqrt{(1 - \frac{p}{2a})}}$, $AF' = \frac{\frac{1}{2}p}{1 + \sqrt{(1 - \frac{p}{2a})}}$ für $2a = \infty$ wird die Elipse zur Parabel, dann wird aber $AF = \frac{\frac{1}{2}p}{0} = \infty$ und $AF' = \frac{\frac{1}{2}p}{2} = \frac{1}{4}p$. Die Parabel hat also nur einen Brennpunkt, dessen Abstand vom Scheitel den vierten Theil des Parameters ausmacht.

§. 187. Es sei Fig. 31 F der Brennpunkt der Parabel, $FM = r$ der Radiusvektor x und y die Ordinaten des Punktes M; so ist $r^2 = (x - \frac{1}{4}p)^2 + y^2$. Da für die Parabel $y^2 = px$ ist, so ist $r^2 = x^2 - \frac{1}{2}px + \frac{1}{16}p^2 + px = x^2 + \frac{1}{2}px + \frac{1}{16}p^2$, $r = \sqrt{(x^2 + \frac{1}{2}px + \frac{1}{16}p^2)} = x + \frac{1}{4}p = AP + AF = 2AF + FP$. Zieht man also in der Entfernung $AB = AF$ vom Scheitel der Parabel eine auf ihre Axe senkrechte Linie, welche die Axe im Punkte B schneidet, so ist $r = BP = MG$.

Fig. 31.



Die gezogene Senkrechte wird die Leitlinie der Parabel genannt. Es ist daher der Radiusvektor eines jeden Punktes der Parabel gleich der Summe aus der Abszisse dieses Punktes und dem vierten Theile des Parameters oder gleich der Entfernung dieses Punktes von der Leitlinie. Mit Hilfe dieser im §§. 183, 184 und 187 entwickelten Sätze lassen sich die Linien der zweiten Ordnung geometrisch konstruiren.

§. 188. Errichtet man im Brennpunkte einer Elipse oder Hyperbel eine Senkrechte, so trifft sie die betreffende krumme Linie in einem gewissen Punkte. — Die Abszisse dieses Punktes wird, für den Anfangspunkt der Axen im Mittelpunkte, gleich der Exzentrizität, daher für die Elipse $x = \sqrt{(a^2 - b^2)}$, und für die Hyperbel $x = \sqrt{(a^2 + b^2)}$, welche Werthe in den betreffenden Gleichungen dieser Linien substituirt, $y^2 = \frac{b^4}{a^2} = \frac{1}{4}p^2$ oder $y = \frac{1}{2}p$ geben.

Setzt man auch in der Parabel $x = \frac{1}{4}p$; so erhält man ebenfalls $y^2 = \frac{1}{4}p^2$ und $y = \frac{1}{2}p$.

Die Ordinate im Brennpunkte einer Linie der zweiten Ordnung ist also immer dem halben Parameter gleich.

Indem wir mit dieser Entwicklung den Fortgang des Systems hinlänglich angedeutet zu haben glauben, unterbrechen wir diese Partie, weil die weitere Entwicklung mit dem in der Wissenschaft der Mathematik bereits Vorhandenen gänzlich zusammenfallen möchte und bemerken nur, daß hier Alles folgen soll, was sich auf die, auf das Parallel-Koordinatensystem bezogenen Kurven aller Art bezieht. —

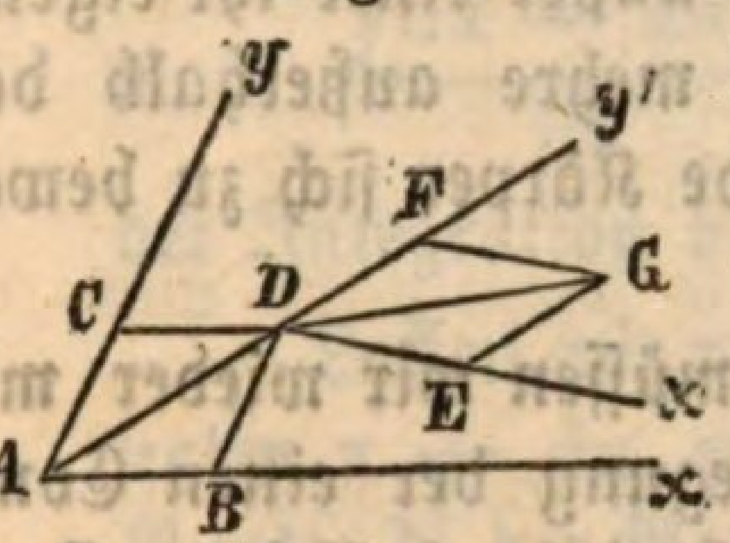
Centralbewegung.

§. 189. In der vorhergehenden Entwicklung ist nur derjenige Fall der nacheinanderfolgenden Ausgleichungen relativ entgegengesetzter Bewegungen verschwindender absolut einfacher Körper behandelt worden, wo die Richtungen der nacheinanderfolgenden sich ausgleichenden komponirenden Bewegungen fortwährend parallel bleiben, also mit einander fortwährend denselben Winkel bilden.

Zu untersuchen bleibt noch der Fall, wo diese Richtungen einander nicht parallel bleiben, also der von ihnen gebildete Winkel sich fortwährend ändert.

Werden einem verschwindend kleinen absolut einfachen Körper im Punkte A Fig. 32 in derselben Zeit zwei verschwindend kleine Bewegungen nach relativ entgegengesetzten Richtungen Ax und Ay von der Größe AB und AC mitgetheilt, so wird derselbe am Ende einer verschwindend kleinen Zeit in D ankommen.

Fig. 32



Wird der Körper im Punkte D angekommen wieder von zwei Bewegungen von der Größe DE und DF nach beliebigen den vorigen nicht parallelen Richtungen Dx' und Dy' getrieben, so kommt er am Ende des zweiten Zeittheilchens im Punkte G an.

Der Körper beschreibt also im Ganzen den Weg in der gebrochenen Linie ADG, welche, wenn AD, DG und der Winkel FDG verschwindend klein sind, als krummlinig erscheinen muß und daher auch als solche genommen werden kann.

§. 190. Wird sowohl die Veränderlichkeit der Richtungen Ax und Dx', Ay und Dy', als auch die Veränderlichkeit der Größen der Bewegungen oder der Geschwindigkeit der einzelnen Bewegungen in nacheinanderfolgenden Zeitaugenblicken an kein Gesetz gebunden, so kann auch über die resultirende krummlinige Bewegung nichts bestimmt werden. Diese Veränderungen müssen daher einer Gesetzmäßigkeit unterliegen, damit die resultirende Bewegung nach einem Gesetze geschehe und dieses bestimmt werden könne.

Diese Gesetzmäßigkeit der Veränderlichkeit der Richtungen und der Geschwindigkeiten der Komponenten muß wiederum nicht beliebig angenommen, sondern aus dem allgemeinen Gesetze des Entstehens entnommen werden.

In dem entwickelten allgemeinen Theile haben wir gesehen, daß jede Veränderung des Bestehenden auf zweierlei Art, nämlich durch Trennung, Auseinanderbewegung (Abstoßung) der Besonderheiten und Vereinigung, Aneinanderbewegung (Anziehung) der Besonderheiten und zwar auf beide Arten zugleich, nämlich durch Trennung (Auseinanderbewegung, Abstoßung)

von einer und Vereinigung (Aneinanderbewegung, Anziehung) mit einer anderen Besonderheit geschehe.

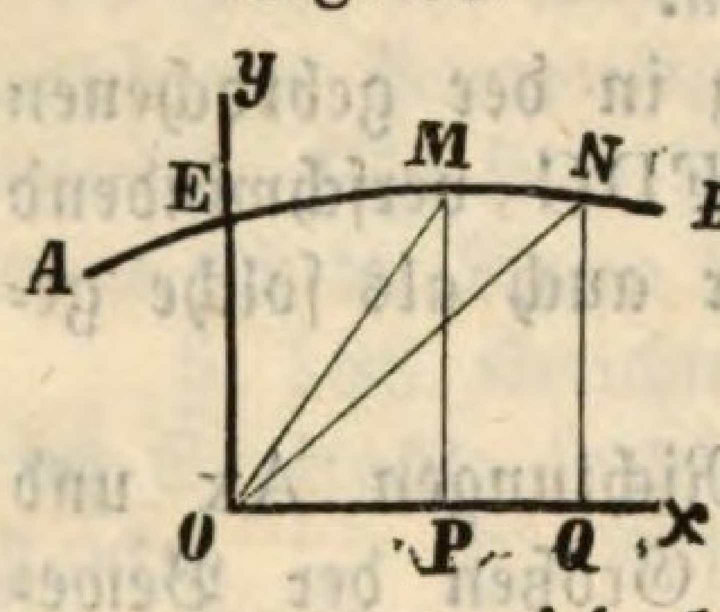
Sind nun die Richtungen der Trennung einer Besonderheit von einer anderen und der Vereinigung derselben mit einer dritten dieselben, so bewegt sich die Besonderheit in einer geraden Linie, indem sie von einem Minimum der Geschwindigkeit zu einem Maximum und von diesem wieder zu einem Minimum übergeht.

Ist aber die Besonderheit, mit der sich die aus der Verbindung tretende andere zu vereinigen strebt, außerhalb der Richtung der Auseinanderbewegung der anderen, so ist die Bewegung der letzteren eine krummlinige, welche eben durch nacheinanderfolgende Ausgleichungen der Komponenten entsteht, deren Richtungen einander nicht parallel bleiben.

Die Bewegung, in welcher das sich Bewegende außer einer ihr eigenthümlichen Bewegung fortwährend an einen oder mehre außerhalb der Richtung ihrer Bewegung ruhende oder sich bewegende Körper sich zu bewegen strebt, wird eine Centralbewegung genannt.

In der Untersuchung der Centralbewegungen müssen wir wieder mit den Gränzbegriffen der absolut gleichförmigen Bewegung der einen Componente und der absoluten Ruhe eines einzigen verschwindend kleinen Centralkörpers oder Centralpunktes beginnen.

Fig. 33.



§. 191. Es sei nun AB Fig. 33 die krummlinige Bewegung, welche von einem verschwindenden absolut einfachen Körper in Folge seiner Auseinanderbewegung von einem anderen, die hier als gleichförmig angenommen wird, und fortwährender Bewegung an einen zweiten, der außerhalb der Richtung der Auseinanderbewegung des ersten im Punkte O ruhend angenommen wird, beschrieben wird.

Da die Richtung der Componenten aus der durch die Richtung der Anfangsgeschwindigkeit und den Punkt O gelegten Ebene nicht heraustritt, so geschieht die Centralbewegung fortwährend in dieser Ebene.

Bezieht man diese Bewegung auf rechtwinkelige Coordinatenaxen Ox und Oy, deren Anfangspunkt im Punkte O angenommen wird, und es sei M ein Punkt derselben, OM = r der zugehörende Leitstrahl, EM der in der Zeit t zurückgelegte Weg, EOM = S der während dieser Zeit vom Leitstrahl beschriebene Flächenraum, x und y die Ordinaten des Punktes M, α und β die Winkel, welche der Leitstrahl mit denselben bildet; so ist

$$x = r\cos.\alpha \text{ und } y = r\cos.\beta, \text{ daher } \cos.\alpha = \frac{x}{r} \text{ und } \cos\beta = \frac{y}{r}.$$

Ist k die der Zeiteinheit entsprechende Geschwindigkeit des Beweglichen gegen den Punkt O oder die Kraft, welche denselben gegen den Punkt O bewegt, so sind nach §. 124 die Componenten derselben nach der Rich-

tung der Axen $\frac{d^2x}{dt^2} = - k \cos.\alpha = - k \frac{x}{r} = X$ und $\frac{d^2y}{dt^2} = - k \cos.\beta = - k \frac{y}{r} = Y$, wo k negativ genommen wird, weil die Kraft das Bewegliche im entgegengesetzten Sinne der Richtungen der Coordinaten bewegt.

Multiplizirt man die erste dieser Gleichungen mit y und die zweite mit x und zieht dann die zweite von der ersten ab, so wird:

$$\frac{yd^2x - xd^2y}{(dt)^2} = \frac{kxy}{r} - \frac{kxy}{r} = o \text{ oder } \frac{d\left(\frac{ydx - xdy}{dt}\right)}{dt} = O.$$

Multiplizirt man diesen Ausdruck mit dt und integrirt ihn hierauf, so erhält man $\frac{ydx - xdy}{dt} = C$ oder $ydx - xdy = Cdt$, wo C die Constante der Integration vertritt.

Lassen wir x und y um ihre Differentiale wachsen, so werden die Ordinaten $x + dx$, $y + dy$ dem vom Punkte M unendlich wenig entfernten Punkte N der Bahn entprechen, und MON ist die vom Leitstrahl in der Zeit dt beschriebene Fläche, daher $MON = dS$.

Es ist aber $MON + NOQ = MOP + MPNQ$, oder, wenn für die Flächen ihr Werth gesetzt wird: $dS + \frac{x + dx}{2}(y + dy) = \frac{xy}{2} + (y + y + dy)\frac{dx}{2}$, woraus $dS = \frac{ydx - xdy}{2}$ und für den zweiten Theil den Werth substituirt: $dS = \frac{C}{2} dt$ und $S = \frac{C}{2} t + C'$. Da in der Zeit $t = o$ kein Flächenraum beschrieben wird, also $S = o$ sein muß, so muß auch die Konstante $C' = o$ sein, und es ist $S = \frac{C}{2} t$.

Für den in der Zeit t' von dem Radiusvektor beschriebenen Flächenraum wird, da der konstante Faktor $\frac{C}{2}$ von der Zeit unabhängig ist, $S' = \frac{C}{2} t'$ folglich $S : S' = t : t'$. Es nehmen also die vom Radiusvektor bei der Centralbewegung beschriebenen Flächenräume gerade wie die Zeit zu.

§. 192. Wenn umgekehrt die Bewegung in der Bahn EMB so geschieht, daß die vom Radiusvektor beschriebenen Flächenräume der Zeit proportionirt sind, so ist diese Bewegung eine Centralbewegung.

Denn es bilde die unbekannte Richtung der Kraft k, welche die Ablenkung der Bewegung im Punkte M von der geraden Richtung bewirkt, mit

den Koordinaten die Winkel α' und β'; so sind die Komponenten dieser Kraft; $X = k \cos.\alpha'$, $Y = k \cos.\beta'$.

Es ist aber nach §. 124 allgemein $X = \frac{d^2x}{dt^2}$, $Y = \frac{d^2y}{dt^2}$ und beziehungsweise durch y und x multiplizirt und den zweiten Ausdruck von dem ersten abgezogen: $Xy - Yx = \frac{yd^2x - xd^2y}{dt^2} = d\left(\frac{ydx - xdy}{dt^2}\right)$.

Wegen der Proportionalität der vom Radiusvektor beschriebenen Flächenräume ist $S = ct$, folglich $dS = cdt$ und $2dS = 2cdt = ydx - xdy$. Diese Ausdrücke in dem vorigen substituirt, geben $Xy - Yx = d\left(\frac{2c}{dt}\right) = o$, woraus $Xy = Yx$, oder $ky \cos.\alpha' = kx \cos.\beta' = kx \sin.\alpha'$ und $y = x$ tang. α'. Da aber aus der Relation $x = r \cos \alpha$ und $y = r \cos.\beta = r \sin.\alpha$, wo α den Winkel bedeutet, welchen der Leitstrahl mit der Abszissenaxe bildet, $y = x$ tang. α folgt; so ist x tang. $\alpha' = x$ tang. α daher $\alpha' = \alpha$. Die Richtung der ablenkenden Kraft fällt mit der Richtung des Leitstrahls zusammen.

§. 193. Die Geschwindigkeit einer jeden veränderlichen Bewegung ist nach §. 124 gleich der ersten Ableitung des Ausdruckes für den Weg derselben, folglich $v = \frac{ds}{dt}$ die Geschwindigkeit, mit der das Bewegliche im Punkte M ankommt.

Da der Winkel $MON = d\beta$ verschwindend klein ist, so ist der Bogen $MN = ds = rd\beta$, daher $v = \frac{rd\beta}{dt}$. Stellt p die aus O auf die durch M gezogene Tangente gefällte Senkrechte vor, so ist, da $MN = ds$ als geradlinig betrachtet werden kann, die Fläche des Dreieckes $MON = MN . \frac{p}{2} = rd\beta \frac{p}{2}$, oder $2MON = 2dS = Cdt = rd\beta . p$, folglich $r\frac{d\beta}{dt} = v = \frac{C}{p}$

Für die Geschwindigkeit derselben Bewegung in einem anderen Punkte der Bahn wird, da die Konstante von der Dauer der Bewegung unabhängig ist, $v' = \frac{C}{p'}$, folglich $v : v' = \frac{C}{p} . \frac{C}{p'}$, oder $v : v' = p' : p$. Die Geschwindigkeit des Beweglichen ist bei der Centralbewegung an jedem Orte der Bahn der auf die Tangente dieses Ortes gefällten Senkrechten umgekehrt proportional.

§. 194. Da $x = r\sin.\beta$ und $y = r\cos.\beta$ ist, so wird $dx = dr\sin\beta + rd\beta\cos.\beta$ und $dy = dr\cos\beta - rd\beta\sin.\beta$.

Multiplizirt man die erste Gleichung mit y, die zweite mit x, substituirt rechts vom Gleichheitszeichen die Werthe von x und y und zieht die zweite von der ersten ab; so erhält man $ydx - xdy = r^2 (\sin.^2\beta + \cos.^2\beta)$

$= r^2 d\beta$ und nach §. 191 $ydx - xdy = Cdt$ gesetzt: $Cdt = r^2 d\beta$ und $dt = \frac{r^2 d\beta}{C}$.

Erhebt man aber die nämlichen Gleichungen zum Quadrate und addirt sie, so erhält man $dx^2 + dy^2 = dr^2 + r^2 d\beta.^2$

Nach §. 191 ist aber $\frac{d^2x}{dt^2} = - k \frac{x}{r}$ und $\frac{d^2y}{dt^2} = - k \frac{y}{r}$ und mit 2dx die erste und 2dy die zweite Gleichung multiplizirt: $\frac{2dx\, d^2x}{dt^2} = -\frac{2k}{r} xdx$, $\frac{2dy\, d^2y}{dt^2} = -\frac{2k}{r} ydy$, somit durch Addition: $\frac{2dx.d^2x + 2dy.d^2y}{dt^2} = - 2k \frac{xdx + ydy}{r}$.

Da $x^2 + y^2 = r^2$, daher $2xdx + 2ydy = 2rdr$ oder $xdx + ydy = rdr$ ist, so wird $d\left(\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2}\right) = - 2kdr$ und durch Integration: $\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} = - 2\int kdr$, woraus, wenn man für $dx^2 + dy^2$ wie auf für dt die obigen Werthe setzt:

$\frac{C^2 dr^2}{r_4 d\beta^2} + \frac{C^2}{r^2} = - 2\int kdr$, aus welchem Ausdrucke die Größe der Centripetalkraft k sich bestimmen läßt, wenn die Gleichung einer Bahnlinie gegeben ist.

§. 195. Aus Fig. 33 ist ersichtlich, daß ein Punkt der krummen Linie AMB bestimmt ist, wenn die Lage des Punktes O, die Richtung des zugehörenden Leitstrahls, also der Winkel, den er mit einer festen Linie, hier z. B. mit der Abszissenaxe bildet, und die Größe des Leitstrahls gegeben wird.

Daraus entnehmen wir, daß der algebraische Ausdruck einer Bewegung oder Linie auch durch Beziehung derselben auf eine feste Gerade und einen fixen Punkt derselben erhalten werden kann.

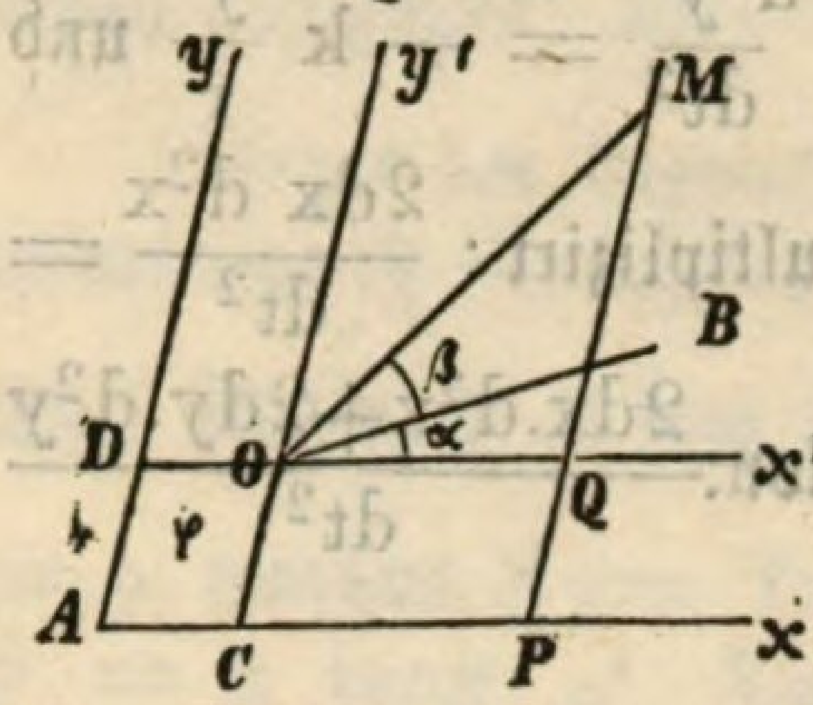
Kann man nämlich das Verhältniß oder die Gleichheitsbeziehung zwischen dem einer Bewegung zugehörenden veränderlichen Radiusvektor und dem veränderlichen Winkel, welchen derselbe mit einer festen Linie bildet, bestimmen, so wird dadurch die Bewegung in jeder Lage bestimmt; folglich der algebraische Ausdruck oder die Gleichung der Bewegung gegeben.

Die allgemeine Form dieser algebraischen Ausdrücke der Bewegungen wird daher $r = f(\alpha)$ oder $F(r, \alpha) = o$ sein, wo r den veränderlichen Radiusvektor und α den veränderlichen Winkel bezeichnet. Diese veränderliche Größen werden die Polarkoordinaten, und der algebraische Ausdruck der Bewegung die Polargleichung derselben genannt.*)

*) Von dem Polar-Koordinatensystem ist erst hier die Rede, weil es mit dieser Art der Ausgleichung der Bewegungen der Form nach zusammenfällt.

§. 196. Da man oft einfacher durch Transformation einer auf Parallel-Koordinatensystem sich beziehenden Gleichung einer krummlinigen Bewegung oder einer krummen Linie, als durch unmittelbare Entwickelung, die Polargleichung dieser Bewegung oder Linie erhalten kann, so wollen wir die Formeln dieser Transformation entwickeln.

Fig. 34.



Es seien Fig. 34. AX und AY die Axen des ursprünglichen Koordinatensystems mit dem Koordinatenwinkel $XAY = \varphi$, O der Pol, OB die Axe der Polarkoordinaten, $OM = r$ der Leitstrahl an den Punkt M einer krummen Linie und β der Winkel, den er mit der Polaraxe bildet. Zieht man $OX' \,//\, AX$ und $OY' \,//\, AY$, setzt die Parallel-Koordinaten des Punktes M, $AP = x$ und $MP = y$ und die Koordinaten des Poles $AC = d$ und $AD = \delta$, und den Winkel $BOx' = \alpha$; so ist: $x = d + OQ$ und $y = \delta + QM$, und in dem Dreiecke MOQ, $r : OQ : QM = \sin.\ \varphi : \sin.\ (\varphi - \alpha - \beta) : \sin.\ (\alpha + \beta)$ woraus $OQ = \frac{r.\ \sin.\ (\varphi - \alpha - \beta)}{\sin.\ \varphi}$ und $QM = \frac{r.\ \sin.\ (\alpha + \beta)}{\sin.\ \varphi}$, folglich $x = d + \frac{r.\ \sin\ (\varphi - \alpha - \beta)}{\sin.\ \varphi}$; $y = \delta + \frac{r.\ \sin.\ (\alpha + \beta)}{\sin.\ \varphi}$ die allgemeine Formel für die Transformation auf das Polar-Koordinatensystem.

Ist das Parallel Koordinatensystem rechtwinkelig, so ist $\sin.\ \varphi = 1$ und $\sin.\ (\varphi - \alpha - \beta) = \cos.\ (\alpha + \beta)$, folglich $x = d + r.\ \cos.\ (\alpha + \beta)$, $y = \delta + r.\ \sin.\ (\alpha + \beta)$. —

Fällt dabei noch die feste Gerade mit der Abszissenaxe und der Pol mit dem Anfangspunkt der rechtwinkeligen Koordinaten zusammen, so ist $d = o$, $\delta = o$ und $\alpha = o$, somit $x = r \cos.\beta$, $y = r \sin.\beta$.

Durch Substituirung dieser Werthe in eine auf das Parallel-Koordinatensystem sich beziehende Gleichung einer krummlinigen Bewegung oder einer krummen Linie erhält man die Polargleichung derselben.

Will man die umgekehrte Transformation machen, so muß man aus diesen Formeln r und β bestimmen, und die erhaltenen Werthe in die Polargleichung substituiren.

§. 197. Um z. B. die Polargleichung einer Elipse für den Fall, wo die Polaraxe mit der Hauptaxe und der Pol mit einem Brennpunkt der Elipse zusammenfällt, zu erhalten, transformire man die Mittelpunktsgleichung derselben $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$ oder $y^2 = b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2$.

Addiren wir zu der rechten Seite dieser Gleichung $\frac{2b^4}{a^2} + b^2 + \frac{2b^2 \varepsilon x}{a}$, wo $\varepsilon = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$ das Verhältniß der Exzentrizität zur halben großen

Axe vertritt, — und ziehen auch von derselben diesen Ausdruck ab, so erhalten wir:

$$y^2=\frac{b^4}{a^2}-\frac{b^2}{a^2}x^2-b^2+\frac{b^4}{a^2}+\frac{2b^2\varepsilon x}{a}-\frac{2b^2\varepsilon x}{a}+2b^2-\frac{2b^4}{a^2}$$

$$=\frac{b^4}{a^2}-\frac{b^2}{a^2}(x^2-a^2\varepsilon^2-2a\varepsilon x)-\frac{2b^2}{a}\varepsilon.(x-a\varepsilon)$$

$$=\frac{b^4}{a^2}-\frac{b^2}{a^2}(x-a\varepsilon)^2-\frac{2b^2}{a}\varepsilon.(x-a\varepsilon);$$ beiderseits $(x-a\varepsilon)^2$ addirt und den halben Parameter $\frac{b^2}{a}=p$ gesetzt:

$$y^2+(x-a\varepsilon)^2=p^2-\varepsilon^2(x-a\varepsilon)^2-2p\varepsilon(x-a\varepsilon)$$

$$\sqrt{[y^2+(x-a\varepsilon)^2]}=p-\varepsilon(x-a\varepsilon),\ \sqrt{[y^2+(x-a\varepsilon)^2]}+\varepsilon(x-a\varepsilon)=p$$

$$1=\frac{p}{\sqrt{[y^2+(x-a\varepsilon)^2]}+\varepsilon(x-a\varepsilon)};\ \sqrt{[y^2+(x-a\varepsilon)^2]}=\frac{p}{1+\varepsilon.\frac{x-a\varepsilon}{\sqrt{[y^2+(x-a\varepsilon)^2]}}}.$$

Nun ist aber für diese Transformation $\varphi=90,^0$ $\alpha=0$, $\delta=0$ und $d=\sqrt{(a^2-b^2)}=a\varepsilon$, daher $x=a\varepsilon+r\cos.\beta$, $y=r\sin\beta$, $\cos.\beta=\frac{(x-a\varepsilon)}{r}$ und $\cos.\beta=\sqrt{\left(1-\frac{y^2}{r^2}\right)}$, somit: $\sqrt{\left(1-\frac{y^2}{r^2}\right)}=\frac{x-a\varepsilon}{r}$,

$$1-\frac{y^2}{r^2}=\frac{(x-a\varepsilon)^2}{r^2};\ r^2=y^2+(x-a\varepsilon)^2,\ r=\sqrt{[y^2+(x-a\varepsilon)^2]}$$

und $\cos.\beta=\frac{x-a\varepsilon}{\sqrt{[y^2+(x-a\varepsilon)^2]}}$.

Diese Werthe in den vorigen Ausdruck substituirt, geben $r=\frac{p}{1+\varepsilon\cos.\beta}$ die Polargleichung einer Elipse, Parabel oder Hyperbel, je nachdem $\varepsilon<1$, $\varepsilon=1$, $\varepsilon>1$ ist.

§. 198 Aus dieser Polargleichung $r=\frac{p}{1+\varepsilon\cos.\beta}$ folgt $1+\varepsilon\cos.\beta=\frac{p}{r}$ und $\varepsilon\cos.\beta=\frac{p}{r}-1$. Differenzirt man diese Gleichung, so wird, da p konstant ist: $\varepsilon d\beta\sin.\beta=-\frac{pdr}{r^2}$; $r^2d\beta^2\sin.\beta=\frac{p^2dr^2}{r^4}$ und wegen $\sin.^2\beta=1-\cos.^2\beta$; $\varepsilon^2-\varepsilon^2\cos.^2\beta=\frac{p^2dr^2}{r^4d\beta^2}$. Setzt man für $\varepsilon\cos.\beta$ den vorigen Werth und dividirt beiderseits durch p^2, so wird

$$\frac{\varepsilon^2}{p^2}-\frac{1}{r^2}+\frac{2}{pr}-\frac{1}{p^2}=\frac{dr^2}{r^4d\beta^2}.$$

Wird dieser Werth in den §. 194 entwickelten, allgemeinen Ausdruck für die Centripetalkraft: $\frac{C^2 dr^2}{r^4 d\beta^2} + \frac{C^2}{r^2} = -2\int kdr$ substituirt, so erhält man: $-2kdr = \frac{C^2\varepsilon^2}{p^2} - \frac{C^2}{r^2} + \frac{2C^2}{pr} - \frac{C^2}{p^2} + \frac{C^3}{r^2} = \frac{C^2}{p^2}(\varepsilon^2 - 1) + \frac{2C^2}{pr}$.

Differenzirt man beiderseits; so erhält man: $k = \frac{C^2}{p} : \frac{1}{r^2}$.

Bei einem Kegelschnitte nimmt also die Intensität der Centripetalkraft so ab, wie das Quadrat der Entfernung des Beweglichen vom Centralpunkte zunimmt.*)

Ist die Bahnlinie eine Elipse und bedeutet T die Umlaufszeit, so ist nach §. 191 der Flächeninhalt der ganzen Elipse $S = \frac{C}{2} \cdot T$.

Es ist aber auch $S = \pi ab$,**) folglich $\frac{C}{2} T = \pi ab$. Da $\frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a} = \varepsilon$ daher $b = a\sqrt{(1 - \varepsilon^2)}$ und der halbe Parameter $p = \frac{b^2}{a} = a(1 - \varepsilon^2)$ ist, so ist auch $\frac{C}{2} T = \pi a^2 \sqrt{(1 - \varepsilon^2)}$ und $k = \frac{C^2}{p} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{4\pi^2 a^4 (1 - \varepsilon^2)}{a(1 - \varepsilon^2) T^2} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} \cdot \frac{1}{r^2}$.

Für die Bewegung in einer Kreislinie wird, wegen $a = r$ die Centripetalkraft $k = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$.

§. 199. Bisher wurde bei der Centralbewegung der Centralkörper oder Centralpunkt als ruhend angenommen. Bewegt sich auch dieser und zwar am allerersten gleichförmig, so muß man die relative Bewegung der beiden Körper d. h. die Bewegung des einen in Bezug auf den anderen in Betrachtung nehmen.

---

*) Diese Entwicklung der Centralbewegung ist aus Herrn Dr. Kunzek's Werke: Studien aus der höheren Physik genommen.

**) Es ist selbstverständlich, daß die Benützung dieses Satzes die Entwicklung der Berechnung der Flächeninhalte krummliniger ebener Figuren voraussetzt. Diese sollte nach der Entwicklung der krummlinigen Bewegungen folgen, wurde aber ebenso wie die Berechnung geradliniger ebener Figuren als bekannt übergangen.

Sollte aber die Konsequenz des Systems diese Berechnung, sowie jene der Körperinhalte, weil die Flächen und Körper durch Bewegung eines Systems von nebeneinanderseienden verschwindenden Körpern entstehen, erst weiter fordern; so müßte die obige Anwendung des allgemeinen Gesetzes für die Centripedalkraft auf die Elipse und den Kreis hier übergangen werden, und erst nach jener geschehen.

Das Verhältniß der beiden Körper bei der relativen Bewegung zu einander ist offenbar das nämliche, als wenn der eine, also hier der Centralkörper eine feste Lage hätte, und dem anderen nur die seiner relativen Bewegung entsprechende Componente eigen wäre.

Daraus sehen wir, daß die Gesetze einer solchen Centralbewegung mit den in den vorigen §§. entwickelten gänzlich zusammenfallen werden. Der algebraische Ausdruck derselben muß aber offenbar aus der absoluten Bewegung des ganzen Systems also aus der Beziehung des ganzen Systems auf feste Koordinaten entnommen werden.

Diese Entwickelung, so wie auch die Entwickelung jener Centralbewegungen, in welchen der sich bewegende Körper gleichzeitig gegen mehre Centralkörper, die entweder in Ruhe oder in verschiedenartigster gleichförmiger oder beliebig veränderlicher Bewegung sich befinden, fortwährend sich zu bewegen strebt, überlassen wir dem später vollständig zu entwickelnden System der Naturlehre.

Außerdem müssen noch bei der dem sich bewegenden Körper ohne die Centralkomponente eigenen Bewegung die verschiedenartigsten besonderen Fälle der Veränderlichkeit angenommen werden, wenn wir mit der Wissenschaft in die Unendlichkeit der in der Wirklichkeit stattfindenden verschiedenartigsten Centralbewegungen, die nicht allein bei den Himmelskörpern, sondern überall vorkommen, hineingehen wollen.

So wie überall, bleibt auch hier noch ein unendliches Feld der Forschungen übrig, und wir können ganz bestimmt behaupten, daß, trotz der großen Errungenschaften der Neuzeit, die Wissenschaften erst an der Grundlage der Erkenntniß arbeiten, die das Hineingehen in die Unendlichkeit des Weltgebäudes ermöglichen wird.

Damit schließen wir den ersten Theil der Naturlehre, nämlich die Untersuchung der Ausgleichung der Bewegungen verschwindend kleiner absolut einfacher Körper, ab. Der zweite Theil wird mit der Untersuchung der Ausgleichung der Bewegungen der Systeme starr verbundener materieller Punkte beginnen.

Das Verhältniß der beiden Körper bei der relativen Bewegung zu einander ist offenbar das nämliche, als wenn der eine, also hier der Centralkörper eine feste Lage hätte, und dem andern nur die seiner relativen Bewegung entsprechende Componente eigen wäre.

Daraus sehen wir, daß die Gesetze einer solchen Centralbewegung mit den in den vorigen §§. entwickelten gänzlich zusammenfallen werden. Der algebraische Ausdruck derselben muß aber offenbar aus der absoluten Bewegung des ganzen Systems also aus der Beziehung des ganzen Systems auf feste Koordinaten entnommen werden.

Diese Entwickelung, so wie auch die Entwicklung jener Centralbewegungen, in welchem der sich bewegende Körper gleichzeitig gegen mehre Centralkörper, die entweder in Ruhe oder in verschiedenartigster gleichförmiger oder beliebig veränderlicher Bewegung sich befinden, fortwährend sich zu bewegen strebt, überlassen wir dem später vollständig zu entwickelnden System der Naturlehre.

Außerdem müssen noch bei der dem sich bewegenden Körper ohne die Centralcomponente eigenen Bewegung die verschiedenartigsten besonderen Fälle der Veränderlichkeit angenommen werden, wenn wir mit der Wissenschaft in die Unendlichkeit der in der Wirklichkeit stattfindenden verschiedenartigsten Centralbewegungen, die nicht allein bei den Himmelskörpern, sondern überall vorkommen, hineingehen wollen.

So wie überall, bleibt auch hier noch ein unendliches Feld der Forschungen übrig, und wir können ganz bestimmt behaupten, daß, trotz der großen Errungenschaften der Neuzeit, die Wissenschaften erst an der Grundlage der Erkenntniß arbeiten, die das Hineingehen in die Unendlichkeit des Weltgebäudes ermöglichen wird.

Damit schließen wir den ersten Theil der Naturlehre, nämlich die Untersuchung der Ausgleichung der Bewegungen verschwindend kleiner absolut einfacher Körper, ab. Der zweite Theil wird mit der Untersuchung der Ausgleichung der Bewegungen der Systeme starr verbundener materieller Punkte beginnen.

Verzeichniß
der sinnstörenden Druckfehler.

S. 3	Z. 16	v. O.	Ungleichheit, ist, statt Ungleichheit ist,
„ 9	„ 13	„	gleiche statt gleichen.
„ 11	„ 14	v. U.	Nebeneinandersein entsteht statt Nebeneinandersein, entsteht.
„ 12	„ 7	„	subjektiven Denkens statt objektiven Denkens.
„ 13	„ 16	v. O.	nacheinander nebeneinanderwerdenden statt nacheinanderwerdenden.
„ 15	„ 13	„	es statt er.
„ 17	„ 21	„	Abschnitt III. statt IV.
„ 20	„ 3	„	welchen statt welches.
„ 20	„ 2	v. U.	des Einen des Nacheinanderseins statt des Einen, des Nacheinanderseins.
„ 29	„ 15	„	Allgemeinbegriffe statt Allgemeinenbegriffe.
„ 32	„ 10	v. O.	die Einheit statt der Einheit.
„ 33	„ 5	„	er statt es.
„ 33	„ 27	„	Denkstufe statt Denkungsstufe.
„ 39	„ 17	„	diesen statt diesem.
„ 39	„ 26	„	den Begriff statt der Begriff.
„ 41	„ 10	v. U.	zu bestimmen statt zu bestimmenden.
„ 88	„ 7	„	zu betrachten ist statt ist.
„ 94	„ 11	v. O.	dieselben statt dieselbe.
„ 106	„ 3	„	Unterschiedenen statt Ununterschiedenen.
„ 106	„ 16	„	Unterschiedenen statt Unterschieden.
„ 107	„ 15	v. U.	Nebeneinanderseins statt Nebenanderseins.
„ 121	„ 5	„	Besonderheiten statt Besonderheit.
„ 200	„ 8	v. O.	$d^n c_1$ statt d_n
„ 201	„ 17	„	$\frac{g'' t^3}{2.3}$ statt $\frac{g\, t^3}{2.3}$
„ 202	„ 1	v. U.	entsprechenden 2. Differentiale statt entsprechende Differentiale.
„ 203	„ 4	v. O.	$d^{n-1}c$, statt $dc1^{n-1}$
„ 203	„ 20	„	$t-2dt$ statt $t\ 2dt$.
„ 205	„ 15	„	dgt^n statt $dgtn$.
„ 206	„ 5	„	$\frac{g' t^2 dt}{2}$ statt $\frac{g' t^2 dt}{}$
„ 208	„ 15	v. U.	$Cn+\frac{u}{v}$ statt $Cn+\frac{u}{v}$
„ 209	„ 14	„	$q+1$ statt $q-1$.
„ 221	„ 10	v. O.	2β statt $2b$.
„ 242	„ 10	„	$\int adx$ statt adx.
„ 244	„ 6	v. U.	$fd \sin.\alpha$ statt $cd \sin.\ \alpha$.
„ 249	„ 14	„	$a_1 y_1 // ay$ statt $a1y1 = ay$.
„ 267	„ 12	v. O.	be statt bc.
„ 267	„ 13	„	e statt c.
„ 270	„ 17	v. U.	$\cos.\ \lambda$ statt $\cos.\ 2$.
„ 279	„ 12	„	$(y'-y'')^2+(z'-z'')^2$ statt $(y'-y'')^2(z'-z'')^2$.
„ 286	„ 17	„	Ganzer statt Ganzes.
„ 298	„ 11	v. O.	$\times$ statt $//$.
„ 298	„ 3	v. U.	$f(u,v..)$, z statt $f(uv..)$ z.